

Komplex analys, MVE025/MVE295

2021 01 07, 8.30-12.30

Kursansvarig: David Witt Nyström, 0767794288

Betygsgränser: 0-19.5 (U), 20-29.5 (3), 30-39.5 (4), 40-50 (5)

1. Lös med hjälp av Laplacetransform begynnelsevärdesproblemet $u''(t) + u'(t) + u(t) = e^{-t/2}$ med begynnelsevillkor $u(0) = 0$ och $u'(0) = 1$.

(8p)

2. Bestäm med hjälp av residykalkyl integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 + x + 1)^3} dx.$$

(10p)

3. Använd metoder från kursen för att bestämma antalet nollställen till funktionen

$$2z^4 - z^3 + \frac{1}{(z+3)^2}$$

i annulusen $A(0, 1/3, 1)$.

(9p)

4. Hitta en bijektiv konform avbildning från $A := \{z : 0 < |z| < 1, 0 < \text{Arg}(z) < \pi/2\}$ till $B := \{z : |z| < 1, |z - 1 - i| < 1\}$.

(10p)

5. Visa att funktionen

$$\frac{1}{z-1} - \frac{1}{z+1}$$

har en primitiv i $\mathbb{C} \setminus [-1, 1]$ men inte i $\mathbb{C} \setminus \{-1, 1\}$.

(7p)

6. Låt f vara holo i $D(0, 1)$. Visa att

$$\int_{|z|=1/2} z \overline{f(z)} dz = \frac{\pi i \overline{f''(0)}}{16}.$$

(6p)

Lycka till!
David