W1/L2 funktioner

den 25 augusti 2020 13:25

L2 bakgrund/funktioner

- enkla olikheter: det går att ordna alla tal i R ,tal linje
- att arbeta med olikheter
- mängder i R: enkla intervaller
- mängder i RxR
  - Kartesiskt koordinatsystem
  - enklare former i RxR (linjer, cirklar, diskar, halvytor, kombinationer av dessa)
  - funktioner och deras grafer: linjer, parabola, 1/x, |x|
- operationer med funktioner f+g, f*g, f/g
- exempel på olika funktioner
  - polynomer (operationer, noll-punkter)
  - trigonometriska funktioner
    - definition, grafer, värden för speciella vinklar, periodicitet egenskaper, symmetri egenskaper, sin(a+b), cos(a+b)

From <https://chalmers.instructure.com/courses/10244>

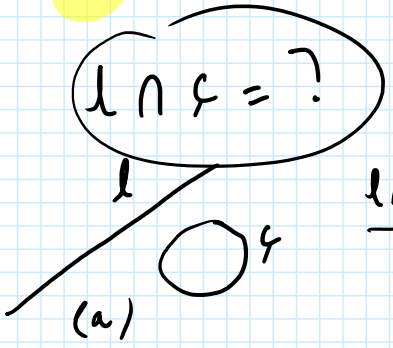
typiska problem :

typiska problem: ~~l_2~~ ~~l_1~~ $(l_1 \parallel l_2)$ $P = (x,y)$

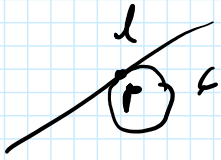
$p \in l_2$ $l_2 = \{(x,y) \mid y = 2x + m\}$

- för en given linje l, hitta en linje som är parallell med den och den går igenom en punkt

- Vad är tvärsnitt mellan en linje l och en cirkel c $l \cap c = ?$



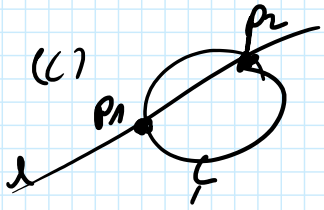
$l \cap c = \phi$



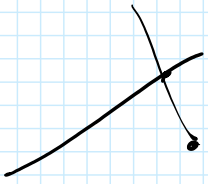
$l \cap c = \{p\}$

mängd mängd

mängd ∩ mängd = mängd



$l \cap c = \{p_1, p_2\}$



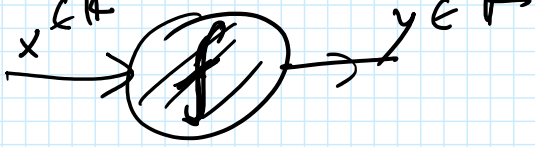


Funktioner och deras grafer

en funktion f är <u>en regel</u> som säger hur man omvandlar ett tal x till ett nytt tall y.

runtime error

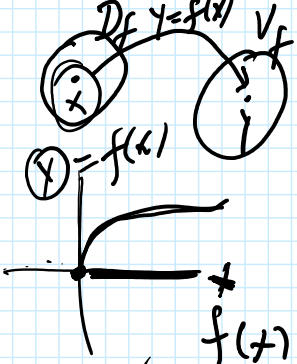
ett nytt tal T.



$\frac{1}{0}$

definitionsmängden $D_f = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \text{ är tillåtna} \}$

värdemängden $V_f = \{ y \in \mathbb{R} \mid f \text{ "spottar" ut} \}$



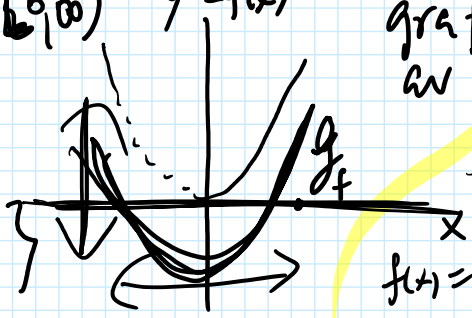
$f: D_f \longrightarrow V_f \subset \mathbb{R}$

$f: D_f \longrightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = \sqrt{x}$ $\quad D_{\sqrt{x}} = [0, \infty)$ $\quad \sqrt{0} = 0$

$f(x) = x \cdot x - 1$

$g_f = \{ (x,y) \mid x \in D_f, y = f(x) \}$



grafen av f



$f(x) = \cdots x \cdots$

$f(x) = \cdots x \cdots + 2$

$f(x) = \cdots (x-1)$

---

några funktioner som vi måste under gymnasie tid

* polynomer: $P_n(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$

$P_2(x) = \underset{a_0}{2} + \underset{a_1}{3} x \underset{a_2}{- 4} x^2$

$P_2(x) \cdot P_3(x) = P_5(x)$

$\int P_3(x) / P_2(x) \, dx = \int \left(P_{3-2}(x) + \frac{R_m(x)}{P_2(x)} \right) dx \quad m < 2$

$P_m(x)$ $\quad 1$ $\quad \pi(x)$ $\quad \text{grad}(x) <$ m

Sats: $\frac{P_n(x)}{q_m(x)} = d_{n-m}(x) + \frac{r(x)}{q_m(x)}$ grad r < m

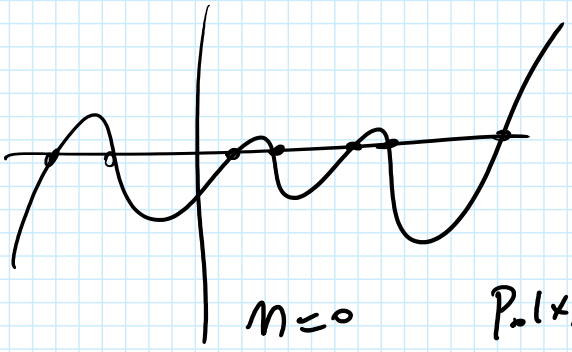
$\frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1}$

$p(x) + q(x) =$ polynom

$p(x) \cdot q(x) =$ polynom

$\frac{p(x)}{2(x)} =$ poly + inte polynom

$\frac{x+1}{x^2-1}$ är inte en polynom



Hitta noll punkter av polynomer.

$n=0$ $P_0(x) = 2$

$n=1$ $P_1(x) = 2x+1$

$-\frac{1}{2}$

$n=2$ $P_2(x) = x^2+2x+1$

$P_2(-1) = 0$

$p(x) = (x-1)q(x)$

$p(1) = 0$

Sats: varje polynom har en noll punkt $\in \mathbb{C}$

$\mathbb{R} \Rightarrow p(x) = (x-z_0) \cdot q(x)$ grad(q) = grad$(p)-1$

$\int \frac{x^2+1}{x^2-1}\,dx$

Sats: z_0 är en noll punkt av $p(x)$

$\Rightarrow$ z_0^* är en noll punkt av $p(x)$

$p(x) = (x-z_0)(x-z_0^*) \cdot r(x)$ $\quad \frac{p(x)}{m}$ $p(z_0) = 0$

$p(x) = (x-z_0)\cdot(x-z_0^*)\cdot r(x)$ $\quad p(z_0)=0$

$p(x) = (x-z_0)\cdot q(x)$

Satz: $p(z_0)=0 \Rightarrow p(z_0^*)=0$ $\quad z_0 \in \mathbb{R}$ $z_0 \in \mathbb{C}$

Satz: $p(z_0)=0 \Rightarrow p(x)=(x-z_0)\cdot q(x)$

Satz: $p(z_0)=0,\ p(z_0^*)=0 \Rightarrow p(x)=(x-z_0)(x-z_0^*)\cdot q(x)$

$p(x)=x^2+1$ $\quad p(x)=(x-x_0)q(x)$

$p(x)=(x-1)(x+1)$ $\quad x=1$ $\quad x=-1$ $\quad = x^2-1$ $\quad y=x^2-1$

$p(x)$

$p(x)=(x-1)^1 q(x)$ $\quad x-1$

$p(x)=(x-2)^2 q(x)$

$p(x)=(x-x_1)^{n_1}(x-x_2)^{n_2}\ldots$

$p \sim (x-2)^2$ const

$p=x^2$

$p(x)=x^2+1$ har inga noll punkter

$i:=\sqrt{-1}$

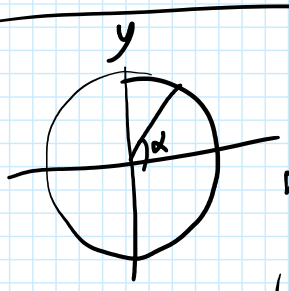
$i^2=-1$

$(x-i)(x+i) = x\cdot x + x\cdot i - i\cdot x + (-i)(i)$

$= x^2 - i^2 = x^2-(-1) = x^2+1$

trigonometriska funktioner

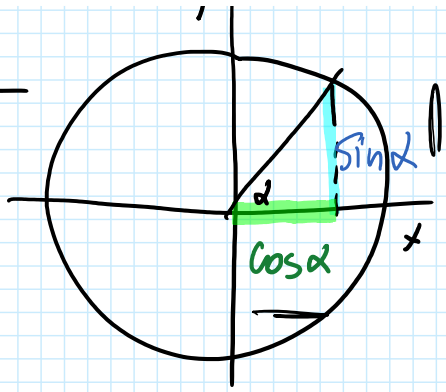
trigonometriska funktioner



$x^2 + y^2 = 1$

$x = \cos\alpha$

$y = \sin\alpha$



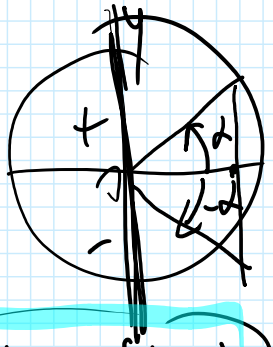
$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$

$(\sin\alpha)^2 + (\cos\alpha)^2 = 1$

$\sin^2\alpha \equiv (\sin\alpha)^2$

$\cos^2\alpha \equiv (\cos\alpha)^2$

$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$



jämn funktion

$\cos(\alpha) = \cos(-\alpha)$ symetri

$\sin(\alpha) = -\sin(-\alpha)$ udda funktion

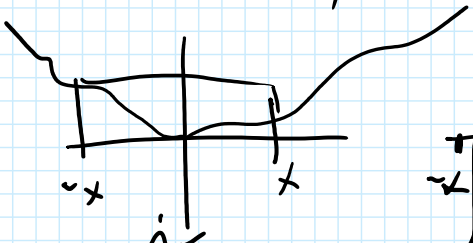
$f(x) = f(-x)$ jämn

$f(x) = -f(-x)$ udda

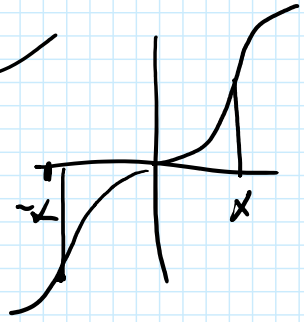
$f(x) = x^2$

$f(-x) = (-x)^2$

$0.5 = -(-0.5)$



jämn



$f(x) = x^3$

$(-x) = (-1)\cdot x = (-)\cdot x$

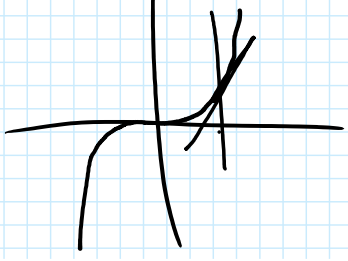
$f(-x) = (-x)^3 = (-1)\times(-)\times(-)\,x = (-)^3 \cdot x^3 = (-)(-)(-)\,x^3$

$= -x^3$

$(-) \equiv (-1)$

$x^3 = -(-x^3)$ $\quad f(x) = -f(-x)$

$y = x^3 = f(x)$



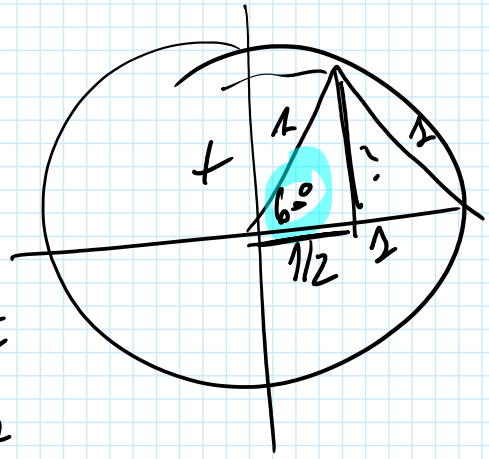
$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\,\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\,\cos\beta - \sin\alpha\,\sin\beta$

Stefan Laemon



daemon



$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$

$1 = (\frac{1}{2})^2 + ?^2$

$1 - \frac{1}{4} = ?^2$

$\frac{3}{4} = ?^2$

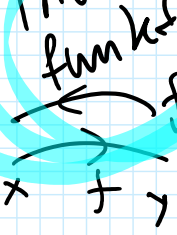
$\sqrt{\frac{3}{4}} = ?$

$\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}$

L3 | hur kombinerar man funktioner?

$f(x) = x^2$ der. är f, jag kan det ⇓ $f(x) = \sqrt{x}$ räkna av. x

då kan jag der. invers funkt. f^{-1}



f, g f+g f−g f·g f/g

f, g : g(f(x)) g∘f

x ⟶ f(x) ⟶ g(f(x))