

Sl-pass 1

1.1.

$$u = j+1, v = 1-2j$$

a)

$$u+v = (j+1) + (1-2j) = 2-j$$

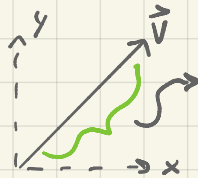
b)

$$u-v = (j+1) - (1-2j) = j+1-1+2j = 3j$$

c)

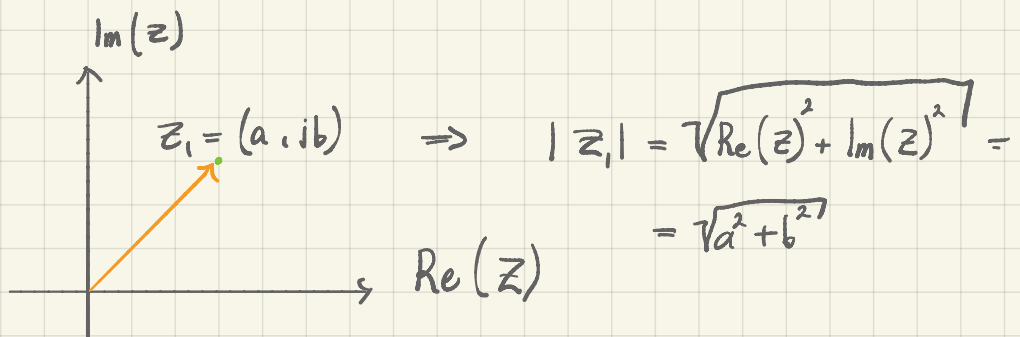
Absolutbeloppet av ett komplext tal kan jämföras med beräkning av en vektors längd:

T.ex



$$\text{Pyth. sats} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

I det komplexa talplanet har vi:



$$\Rightarrow |u| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$|v| = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{5}$$

1.2)

$$3x^2 + 6x + 4 = -x^3$$

Flytta över allt till en sida:

$$\Rightarrow x^3 + 3x^2 + 6x + 4 = 0$$

1.) Gissa/testa lösning: $x = -1$?

| ekv.

$$\Rightarrow (-1)^3 + 3(-1)^2 + 6(-1) + 4 =$$

$$= -1 + 3 - 6 + 4 = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -1$$

2.) Använd x_1 för att faktorisera uttryck:

$$(x+1) \cdot (x^2 + ax + b) = x^3 + 3x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$\Rightarrow b = 4, \quad a = 2$$

pq:

$$(x^2 + 2x + 4) = 0$$

komplex!

$$x = -1 \pm \sqrt{1-4} = -1 \pm \sqrt{-3}$$

 $\Rightarrow$

$$x_2 = -1 + j\sqrt{3}$$

$$x_3 = -1 - j\sqrt{3}$$

pga komplexa rötter blir enklaste faktorisering:

$$(x+1)(x^2 + 2x + 4) = 0$$

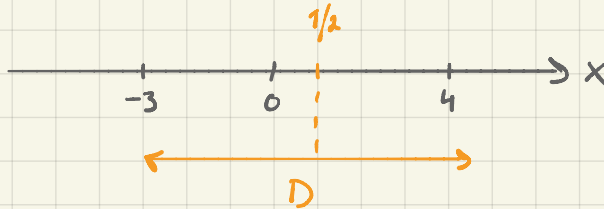
2.1)

a)

Avstånd
mellan x
& -3

$$|3+x| \leq |x-4|$$

Avstånd
mellan x
& 4



Avstånden är lika med
varann vid halva sträckan **D**

När är avståndet till 4
större än till -3 ?

$$\Rightarrow \text{Då } x < \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ Olikheten stämmer då

$$x \leq \frac{1}{2}$$

b) $|1 + \frac{x}{2}| \not\leq -4 \Rightarrow$ Absolut belopp kan
ej vara negativt

$\Rightarrow$ Ingen lösning

c)

$$|1 - \frac{x}{2}| \leq 4$$

$$\Rightarrow -4 \leq 1 - \frac{x}{2} \leq 4$$

$$\Rightarrow -5 \leq -\frac{x}{2} \leq 3 \rightsquigarrow \text{Sub. 1 från båda sidor}$$

$$\Rightarrow 10 \geq x \geq -6 \rightsquigarrow \text{Vid mult/div med negativt tal vänds rikthetsstecknet.}$$

3.1

$$\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 = 4 \\ 4x_1 - x_2 = 1 \end{cases} \quad \text{Använd substitutionsmetoden.}$$

$$\Rightarrow x_2 = 4x_1 - 1$$

$$\Rightarrow 5x_1 - 2(4x_1 - 1) = 4$$

$$5x_1 - 8x_1 + 2 = 4$$

$$-3x_1 = 2 \Rightarrow x_1 = -\frac{2}{3}$$

$$x_2 = 4x_1 - 1 = 4\left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = -\frac{8}{3} - 1 = -\frac{11}{3}$$

$$\Rightarrow x_2 = -\frac{11}{3}$$

4. Beräkna med ekv: $x^2 + px + q = 0$

$$\Rightarrow x^2 + px = -q$$

Kvadratkompletter: $\Rightarrow x^2 + 2 \cdot \frac{p}{2}x + \underbrace{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2}_{=0} = -q$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 = -q$$

$$\Rightarrow \left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$\Rightarrow x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \quad \text{v.s.v}$$