SI-pass 2

1.1) $w = 1 + j\sqrt{3}$

$r = |w| = \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} = \underline{\underline{2}}$

$\arg(w) = \tan^{-1}\left(\frac{Im(w)}{Re(w)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{1}\right) = \underline{\underline{60^\circ}}$

$w = 2\left(\cos(60^\circ) + j\sin(60^\circ)\right)$

1.2) $\frac{10 + j2}{3 - 2j} = \underbrace{\frac{10 + j2}{3 - 2j} \cdot \frac{(3 + 2j)}{(3 + 2j)}}_{\text{imaginärdelen i nämnaren försvinner!}} = \frac{30 + 20j + 6j - 4}{9 + 4} = \frac{26 + 26j}{13} = \frac{26}{13}(1 + j) = \underline{\underline{2 + 2j}}$

2.1) a) $\cos 4x = \frac{1}{2} \Rightarrow 4x = \frac{\pi}{3} + 2\pi \cdot n$

$\Rightarrow \boxed{x = \pm \frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{2} n}$

b) $2 \sin 2x - \sin x = 0$

Dubbla vinkeln för sinus $\Rightarrow$ $2 \cdot 2 \sin x \cos x = \sin x$ $\qquad \sin x = 0$ $\qquad \boxed{x = 180^\circ \cdot n \quad (n = 0, 1, 2, \ldots, n)}$

$\Rightarrow 4\cos x = 1$

$\cos x = \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{x = \pm 75{,}5 + 360^\circ n}$

c) $2\sin^2(x) = \sin(x)$

$\Rightarrow 2\sin^2(x) - \sin(x) = 0$

$\Rightarrow \sin(x)\left(2\sin(x) - 1\right) = 0$

$\sin x = 0 \Rightarrow x = 180^\circ \cdot n \quad (n = 0, 1, 2 \ldots n)$

$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 30^\circ \pm 360 \cdot n$

3.1)

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + ay = b \end{cases}$$

Matris:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 1 \\ 2 & a & b \end{array}\right] \cdot -2 \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & -2 & 1 \\ 0 & (4+a) & (b-2) \end{array}\right] \cdot \frac{2}{(4+a)} \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1-\frac{2(b-2)}{4+a} \\ 0 & (4+a) & (b-2) \end{array}\right] \cdot \frac{1}{4+a} \sim \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1-\frac{2(b-2)}{4+a} \\ 0 & 1 & \frac{b-2}{4+a} \end{array}\right]$$

Om $a = -4$ & $b = 2$ $\Rightarrow$ oändligt antal lösningar

om $a \neq -4$ $\Rightarrow$ ändligt antal

4.1) a) $\vec{V}_1 = P_1 - P_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

$\vec{V}_2 = P_1 - P_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$

b) $|\vec{V}_1| = \sqrt{-3^2 + 0 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ l.e

$|\vec{V}_2| = \sqrt{0 + (-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}$ l.e

4.2) $\vec{u} = 5\hat{\imath} + 2\hat{\jmath}$, $\vec{V}_1 = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

1.) Samma Vektor multiplicerat med en skalär.

4.2) 2.) $\vec{u} \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 5a + 2b = 0 \Rightarrow 5a = -2b$

$$\boxed{\begin{aligned} &\Rightarrow \vec{v} = \begin{bmatrix} 2 \\ -5 \end{bmatrix} \text{ . vinkelrät} \\ &\vec{v} = \vec{u} \cdot n \quad (n \neq 0) \end{aligned}}$$

Överkurs!!! Många steg som inte är det väsentliga. Viktigaste är hur man analyserar resultatet. Se kommentarer längst ner.

Veckans Quack

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & a-1 \\ 1 & -1 & 1 & a+2 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ a & 1 & 1 & a-1 \\ a+1 & 0 & 2 & 2a-1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \cdot -a \\ \\ \cdot -(a+1) \end{array}$$

om $a=-1$ $\Rightarrow$ Ingen lösning

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 1-a^2 & 1-a & -1 \\ 0 & -a^2-a & 1-a & a-2 \end{array}\right] \cdot -1 \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 1+a & 0 & 1-a \\ 0 & -a^2-a & 1-a & a-2 \end{array}\right] \cdot \frac{1}{1+a} \sim$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1-a}{1+a} \\ 0 & -a^2-a & 1-a & a-2 \end{array}\right] \cdot -(a^2-a) \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1-a}{1+a} \\ 0 & 0 & 1-a & 2a-a^2-2 \end{array}\right] \cdot \frac{1}{1-a} \sim$$

$$\frac{1-a}{1+a} \cdot (a^2+a) =$$

$$= a \, \frac{1-a}{\cancel{1+a}} (\cancel{1+a}) = a - a^2$$

$$\sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & a & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1-a}{1+a} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2a-a^2-2}{1-a} \end{array}\right] \cdot -a \sim \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & \frac{a^2+1}{a+1} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1-a}{1+a} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2a-a^2-2}{1-a} \end{array}\right]$$

kan ej bli $= 0$

Ingen lösning: Händer aldrig! Sista pivotelementet måste bli lika med noll samt högerled måste vara nollskilt för inga lösningar.

o ändligt många lösningar:
Händer aldrig! Sista pivotelementet måste bli lika med noll samt högerled måste vara lika med noll för inga lösningar.

Bestämt antal lösningar: a kan vara alla tal förutom $a = 1$ pga pivotelement lika med ett.