SI Inledande Matematik LV5

Emil Björnlinger - emilbjo@student.chalmers.se
Markus Ingvarsson - markusi@student.chalmers.se

28/9-2020

1 Kedjeregeln

(a) Vad är definitionen av kedjeregeln?

(b) Beräkna följande derivator med hjälp av kedjeregeln

(i) $\frac{d}{dx}(sin(2x) + x^2)^5$

(ii) $\frac{d}{dy}e^{y^2}$

2 Produktregeln & Kvotregeln

(a) Vad är definitionen av produktregeln och kvotregeln?

(b) Beräkna följande derivator med hjälp av de nämnda reglerna ovan (och mha kedjeregeln)

(i) $\frac{d}{dx}\left(2\sqrt{x} + \frac{3}{x}\right)\left(3\sqrt{x} - \frac{2}{x}\right)$

(ii) $\frac{d}{dy}\frac{\cos(y)}{1-\sin(y)}$

3 Gränsvärden

Beräkna följande gränsvärden om möjligt:

(a) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-1}{x^2+2x-3}$

b) $\lim_{x\to 2^+}\frac{x}{(2-x)^3}$

c) $\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{2x+22}-4}{x+3}$

e) Bestäm a så att funktionen $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-2x^2-2x-3}{x^3-4x^2+4x-3}, & x \neq 3 \\ a, & x = 3 \end{cases}$ blir kontinuerlig i $x = 3$.

4 Epsilon-Delta

(a) Ge en precis matematisk definition av att gränsvärdet för en funktion $f(x)$ är L då x närmar sig a; d.v.s definiera

$\lim_{x \to a} f(x) = L$

(b) Beräkna gränsvärdet

$\lim_{x \to 2} x^2$

och bevisa sedan med den givna definitionen i (a) att ditt beräknade gränsvärde är korrekt.

5 Medelvärdessatsen

(a) Formulera satsen om mellanliggande värde (den behöver ej bevisas)

(b) Formulera Medelvärdessatsen (den behöver ej bevisas)

(c) Antag $a < b$ och att f är definierad på det öppna intervallet (a, b), och att f har ett extremvärde i en punkt $c \in (a, b)$. Visa att om $f'(c)$ existerar så är $f'(c) = 0$.