TMV157 – H20 Dugga 2

1) Tangentens ekv. i $(2,3)$. Derivera $f(x)=\sqrt{2x^2+1}$

$\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2}\frac{4x}{\sqrt{2x^2+1}} \Rightarrow f'(2)=\frac{4}{3} \Rightarrow$ tangentens ekv.

$y=kx+m$ fås genom att tolka k på två sätt:

$k=\frac{y-3}{x-2}=\frac{4}{3} \Rightarrow y=3+\frac{4}{3}(x-2)=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$

---

2) Att c lokal minimipunkt $\Rightarrow f(x)\geq f(c)$, $\forall x$ nära c

$\therefore f'_-(c)\equiv \lim_{h\to 0^-}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}\leq 0$

$f'_+(c)\equiv \lim_{h\to 0^+}\frac{f(c+h)-f(c)}{h}\geq 0$

$\therefore$ då $f'(c)\exists$ har vi att $0\leq f'_+(c)=f'(c)=f'_-(c)\leq 0$

och vi får att $f'(c)=0$

---

3) $\lim_{x\to 1} x^3-x+1=1$ **Bevis:** Låt $\varepsilon>0$ godtyckligt, givet

och antag att $0<|x-1|<\delta$. Låt $f(x)=x^3-x+1$. Då gäller

$|f(x)-1|=|x^3-x+1-1|=|x(x-1)(x+1)|=|x||x+1||x-1|\leq|x||x+1|\delta$

Antag $\delta<1$ så att $|x-1|<\delta<1 \Rightarrow 0<x<2$. Då gäller

$|f(x)-1|\leq|x||x+1|\delta\leq 6\delta$ Detta är mindre än ε om vi väljer

$\delta\leq\varepsilon/6$. Här har vi fått att för dessa uppskattningar antagit

$\delta<1$ för att få båda dessa villkor, $\delta\leq\varepsilon/6$ och $\delta<1$, väljer

vi nu $\delta=\min(\varepsilon/6, 1)$, det minsta av δ i de två villkoren