

SI Inledande Matematik LV7

Emil Björnlinger - emilbjo@student.chalmers.se
Markus Ingvarsson - markusi@student.chalmers.se

12/10-2020

1 Hyperboliska funktioner

- a) Visa att $\frac{d}{dx} \cosh(x) = \sinh(x)$
- b) Formulera och visa additionsformeln för $\cosh(x + y)$

2 Obestämda uttryck

Beräkna följande gränsvärden:

- a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\frac{\pi}{2} - x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{\sin x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + x} + x)$
- d) $\lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin(2z) + 7z^2 - 2z}{z^2(z+1)^2}$

3 Plan i $\mathbb{R}^3$

- a) Bestäm ekvationen för det plan som är parallellt med planet $x - y + 2z = 1$ och innehåller punkten $(1, 0, -1)$.
- b) Bestäm ekvationen för det plan som är parallellt med planet $x - y + 2z = 1$ och har ett avstånd och har ett avstånd till origo som är $\frac{1}{\sqrt{2}}$.
- c) Bestäm den punkt i planet $x - y + 2z = 1$ som är närmast origo.

4 Sant eller falskt?

Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera era svar.

- a) Om funktionen f är kontinuerlig på intervallet $[0, 2)$ så måste f ha ett lokalt extremvärde i 0.
- b) Om $f'(x) \rightarrow 0$, när $x \rightarrow \infty$, så gäller att $f(x+1) - f(x) \rightarrow 0$, när $x \rightarrow \infty$.
- c) Om två vektorer har längd 1, så har också deras kryssprodukt längd 1.
- d) Om två komplexa tal har belopp 1, så har också deras produkt belopp 1.

e) Grafen till $f(x) = \frac{6}{x^2+3}$ har en tangent som går genom 1 på y-axeln.

f) Följande formel gäller när båda sidor är definierade:

$$\frac{\cos x - 1}{\cos x + 1} = \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

5 Epsilon-Delta

a) Ge en precis matematisk definition av att gränsvärdet för en funktion $f(x)$ är L då x närmar sig a ; d.v.s definiera

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

b) Beräkna gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow 0} e^{2x}$$

och bevisa sedan med den givna definitionen i (a) att ditt beräknade gränsvärde är korrekt.

Hint: Använd medelvärdessatsen