8.8. Bestäm p, q, r för $f(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + r$ så att f har lok. min. i $x=2$, inflexionspunkt i $x=-1$, och går genom origo.

$$* \quad 12 \cdot 2^2 - 4 - 14$$
$$48 - 18 = 30 > 0$$

$f(0) = 0$

$f''(-1) = 0$

$f'(2) = 0$ $\quad (f''(2) > 0)\ *$

$$f(0) = 0^4 + p0^3 + q0^2 + r = r = 0 \Rightarrow r = 0$$

$$f''(-1) = 12(-1)^2 - 6p + 2q = 0$$

$$12 - 6p + 2q = 0$$

$$q = 3p - 6$$

$$\frac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$$

$$f'(x) = 4x^3 + 3px^2 + 2qx$$

$$f''(x) = 12x^2 + 6px + 2q$$

$$f'(2) = 4 \cdot 2^3 + 3p\,2^2 + 2\,\overbrace{(3p-6)}^{q} \cdot 2 = 0$$

$$32 + 12p + 12p - 24 = 0$$

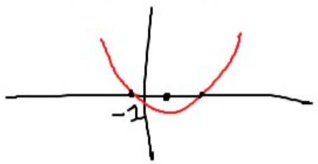
$$8 + 24p = 0$$

$$\Rightarrow p = -\frac{8}{24} = -\frac{1}{3}$$

$$q = 3p - 6 = -1 - 6 = -7$$

$12x^2 - 2x - 14$ bytar tecken

$(x-a)^2$



Vi ses 11:15

8.10. Låt y ges av $y^4 + 4xy^2 - 4x^2 = 28$.

Beräkna $y''(1)$ då $y(1) < 0$.

$x = 1$ Vad är y?

Sätt in $x = 1$ i

$y^4 + 4y^2 - 4 = 28$

$y^4 + 4y^2 - 32 = 0$

$t = y^2 \Rightarrow t^2 + 4t - 32 = 0$

$t = -2 \pm \underbrace{\sqrt{4 + 32}}_{\sqrt{36} = 6} = \begin{cases} -8 & \text{(går ej)} \\ 4 \end{cases}$ $(-8 = y^2)$

$y^2 = 4 \Rightarrow y = \pm 2 \Rightarrow y = -2$

$\Rightarrow$ Vi är i $(x,y) = (1,-2)$

$$y' = \left.\frac{8x - 4y^2}{4y^3 + 8xy}\right|_{(x,y)=(1,-2)} = \frac{8 \cdot 1 - 4 \cdot 4}{4 \cdot (-8) + 8 \cdot 1(-2)} = \frac{-8}{-48} = \frac{1}{6}$$

$$y^2 \overset{\text{derivera}}{\Rightarrow} 2yy' \overset{\text{derivera}}{\Rightarrow} 2y'y' + 2yy''$$

$$\frac{d}{dx}(y^4 + 4xy^2 - 4x^2 - 28) = 0$$

$$\left(4y^3 \cdot y' + 4y^2 + \underbrace{4x}\cdot(\underbrace{2yy'}) - 8x = 0\right)$$ (implicit der. 1 gång)

$$4(3y^2)\cdot y' + 4y^3(y'') + 4(2yy') + 4\cdot(2yy') +$$
$$+ 4x(2y'y' + 2yy'') - 8 = 0$$ (implicit der. 2 gång)

$$4y^3y'' + 8xyy'' = 8 - 12y^2y' - 8yy' - 8yy' - 8x(y')^2$$

$$y'' = \frac{8 - 12y^2y' - 16yy' - 8x(y')^2}{4y^3 + 8xy}$$

$$y'' = \frac{2 - 3\cdot 4 \cdot \frac{1}{6} - 4(-2)\cdot\frac{1}{6} - 2(\frac{1}{36})}{-8 - 4} = -\frac{53}{216}$$