

Handskriven anteckning

Anteckning... TMV200 Övningar

Skapad: 2021-01-08 10:04

Ändrad: 2021-01-08 11:48

Författare: hchristian.johansson@gmail.com

* binär operator.

Identitet: Skall lösa ekvationerna

$$e * x = x$$

$$x * e = x$$

för alla x samtidigt.

Inverser kan endast finnas
om $*$ har en identitet.

Diophantisk ekvation:

$$ax + by = c, \quad \text{sgd}(a, b) = 1.$$

Om (x_0, y_0) är en lösning, så ges
samtliga lösningar av

$$\begin{cases} x = x_0 + bn \\ y = y_0 - an \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Enskilda element kan ha invers, inte
operatoren själv.

Ex: Multiplikation på $\mathbb{R}$: 1 är identitet.
... $-p = -1/p$ invers till x

Om $x \neq 0$, så är $1/x$ invers.

Om $x = 0$, finns ingen invers.

En operator behöver inte vara kommutativ för att det skall finnas en identitet.

Ex: 2×2 -matriser, identitet $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ med multiplikation.

Tentan 28/8/20:

$$\begin{cases} x^{61} \equiv a+1 & (31) \\ x^{41} \equiv b & (41) \end{cases}$$

Obs: 31 & 41 är primtal, så:

$$x^{41} \equiv x \quad (41) \quad \text{och}$$

$$x^{30} \equiv 1 \quad (31) \quad \text{om } x \neq 0 \quad (81)$$

(Fermats lilla sats: $x^{p-1} \equiv 1 \quad (p)$ och $x^p \equiv x \quad (p)$ om $x \neq 0 \quad (p)$)

$$\text{så } x^{61} = (x^{30})^2 \cdot x \equiv x \quad (31)$$

M mängd, $*$ operator.

x kommuterar med y om $x*y = y*x$.

1) Om e är en identitet, så kommuterar e med samtliga $x \in M$.

2) Om $*$ är kommutativ så kommuterar samtliga element.

identitet till matrismultiplikation:

$n \times n$ -matriser har identiteten

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & & \\ \vdots & & \ddots & \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{n \times n\text{-matris.}}$$

Operator p^2 $\mathbb{R}$: $x * y = x(y+1)$

$$0 * 1 = 0$$

$$1 * 0 = 1 \cdot (0+1) = 1.$$

20180831, uppg. 6.

$$x * y = x^2 y + x y^2.$$

a) kommutativ:

$$x * y = y * x \quad \forall x, y \quad ?$$

$$x * y = x^2 y + x y^2$$

$$y * x = y^2 x + y x^2$$

Så $*$ är kommutativ.

b) associativ:

$$(x * y) * z = x * (y * z) \quad \forall x, y, z \quad ?$$

$$\begin{aligned} (1 * 2) * 3 &= (1 \cdot 2^2 + 1^2 \cdot 2) * 3 = \\ &= 6 * 3 = 6^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 6 = \\ &= 108 + 54 = 162. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1 * (2 * 3) &= 1 * (2^2 \cdot 3 + 3^2 \cdot 2) = \\ &= 1 * (12 + 18) = 1 * 30 = \\ &= 1^2 \cdot 30 + 30^2 \cdot 1 = 30 + 900 = \\ &= 930 \neq 162. \end{aligned}$$

Inte associativ.

c) Har $*$ en identitet?

$$\exists e: e * x = x \quad \forall x \quad ?$$

$$\text{Drs: } ex^2 + e^2x = x \quad \forall x > 0.$$

$$ex^2 + e^2x = x \Leftrightarrow ex + e^2 = 1 \quad \forall x.$$

Antag att det finns ett s\u00e4nt e som fungerar f\u00f6r alla $x > 0$.

Om $x \neq y$ g\u00e4ller d\u00e5 att

$$\begin{cases} ex + e^2 = 1 \\ ey + e^2 = 1 \end{cases}$$

$$\text{Drs } ex + e^2 = ey + e^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow ex = ey \Rightarrow x = y, \text{ mots\u00e4jelse.}$$

190118, uppgift 5

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

a) Best\u00e4mma antalet reflexiva relationer p\u00e5 A .

Relation = delm\u00e4ngd av $\underbrace{A \times A}_{16 \text{ element}}$.

$$R \text{ reflexiv} \Leftrightarrow \underbrace{(x, x) \in R \quad \forall x \in A.}$$

$(1, 2), (2, 1), (1, 1), (2, 2), \dots$ 4 av 16 element i $A \times A$ m\u00e5ste vara med, resterande 12 g\u00f6r vi vad vi vill med:

Det ger 2^{12} olika R som \u00e4r reflexiva.

$$(2^{12} = 2^{10} \cdot 4 = 1024 \cdot 4 = 4096).$$

3:18 d) Fel i facit. Tr\u00e4 l\u00f6sningar

[3] och [8] (hoppas jag!).

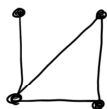
Stor\u00e5t sammanh\u00e4ngande handlar om riktade

Grafer

Mellan varje ordnat par i och j av noder skall det finnas en riktad väg från i till j .

Fullständig (värlig) graf: Finns en kant mellan varje par av noder.

Graf:



är en inducerad delgraf



är en delgraf som inte är inducerad.

"Tillist Fermats lilla satz blir $x^{p+2} \equiv x^3 (p) \dots$ "

"Eftersom $x^{p-1} \equiv 1 (p)$, så är $x^{p+2} \equiv x^3 (p) \dots$ "

"Det finns ett tal som är större än alla tal."

"För varje tal finns ett tal som är större än det talet."

$$\exists y \forall x: y > x$$

$$\forall x \exists y: y > x.$$

