

MATEMATIK
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
TMV200 – Diskret matematik

Tentamen: 2021-08-27, 14.00–18.00

Betygsgränser: 20 poäng – 3, 30 poäng – 4, 40 poäng – 5, 50 poäng totalt

Inlämning: Efter kl 18.00 har du 30 minuter på dig att skanna dina lösningar till *en* pdf-fil och lämna in den i Canvas (som inlämning på uppgiften där du hittade tentan). Om (och endast om!) du pga tekniska problem inte kan ladda upp din pdf i Canvas skall du skicka den från ditt Chalmers-mejlkonto till chrjohv@chalmers.se.

Observera: Poäng ges huvudsakligen för korrekta beräkningar, argument och motive-
ringar. Endast svar ger ingen poäng om inte annat anges.

1. Avgör om följande argument är giltigt eller ej:

$$\frac{\begin{array}{l} (\neg a) \vee (\neg b) \vee c \\ a \rightarrow ((\neg a) \wedge b) \\ (c \vee d) \rightarrow (\neg b) \end{array}}{\neg(a \wedge b)}$$

Om argumentet är giltigt, förklara varför. Om det inte är giltigt, ge ett motexempel. (6p)

2. Visa att

$$\sum_{k=1}^n (3k(k-1) + 1) = n^3$$

för alla heltal $n \geq 1$. (6p)

3. Låt a vara numret på din födelsemånad (så om ditt födelsedatum är 19761228 så skall du sätta $a = 12$). Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} x \equiv 2 & (10) \\ x \equiv a + 2 & (15). \end{cases} \quad (7p)$$

4. Låt $G = (V, E)$ vara en graf med nodmängd $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$.

(a) Låt d_i vara gradtalet för noden v_i . Visa att

$$\sum_{i=1}^n d_i = 2 \cdot |E|,$$

där $|E|$ betecknar antalet element i kantmängden E . (2p)

(b) Antag att G är ett träd och att $n = 5$. Rita alla sådana grafer (upp till isomorfi) som har en Eulerväg. (3p)

(c) Generalisera uppgift (b) till allmänna n , dvs rita samtliga träd med n noder (upp till isomorfi) som har en Eulerväg (formeln i (a) kan vara hjälpsam). (3p)

Var god vänd!

5. Låt a och n vara positiva heltal. Betrakta påståendet "Om a delar n^3 , så gäller att a delar n^2 ".

(a) Skriv påståendet på predikatlogisk form (glöm inte att definiera ett lämpligt universum). (2p)

(a) Visa med ett motexempel att påståendet är falskt. (2p)

(c) Hitta det mest allmänna villkoret på a så att påståendet är sant (för alla n). (3p)

6. Låt x, y, z och w vara positiva heltal.

(a) Hur många lösningar har ekvationen

$$x + y + z + w = 14 \text{ ?}$$

(4p)

(b) Hur många lösningar har ekvationen

$$x + y + z + w = 21,$$

om vi dessutom kräver att $x \geq 3$, $y \geq 4$ och $z \geq 2$? (4p)

7. Låt M vara en mängd med 6 element.

(a) Hur många relationer finns det på M som är reflexiva och antisymmetriska? (4p)

(b) Hur många ekvivalensrelationer finns det på M som har exakt 3 ekvivalensklasser? (4p)

Lycka till!
Christian