

FÖRELÄSNING 2/12

Problem 1: Låt $n \geq 2$ vara ett heltal. Visa att n kan skrivas som en produkt av primtal (tips: använd stark induktion).

Problem 2: Ett fullsatt direktåg går som vanligt sönder någonstans längs resan, och passagerarna måste därefter fortsätta med buss. Tåget består av ett antal sittvagnar med vardera 57 passagerare, samt en restaurangvagn med 11 passagerare. Ersättningsbussarna, som tar vardera 52 passagerare, fylls på en efter en och åker iväg när de är fyllda. I den sista bussen finns 9 passagerare. Hur många passagerare är med på resan (de är färre än tusen)?

Problem 3: Låt $n \in \mathbb{Z}_+$ och låt $K_{1,n}$ vara den fullständigt bipartita grafen med $1 + n$ noder.

- (a) För vilka n har $K_{1,n}$ en Eulerväg respektive en Eulercykel?
- (b) Om det inte finns en Eulercykel, vad är det minsta antalet kanter man behöver ta bort och/eller lägga till för att det skall finnas en Eulercykel? Den resulterande grafen skall fortfarande vara sammanhängande.