6.20

Vi har 16 personer, som ska delas upp i 4 lag, 2 ska mötas i innebandy och två i basket. Lagen ska innehålla 4 personer.

Välja första laget $\binom{16}{4}$ sätt. Nästa lag $\binom{12}{4}$, tredje laget $\binom{8}{4}$, sista laget $\binom{4}{4}=1$.

$$\frac{\binom{16}{4}\binom{12}{4}\binom{8}{4}\binom{4}{4}}{2\cdot 2}$$

faktorn $2\cdot 2=4$ i täljaren att lag 1 och lag 2 möter i basket, är samma som lag 2 och lag 1 möts.

6.20

Vi har 16 personer, som ska delas upp i 4 lag, 2 ska möta i innebandy och två i basket. Lagen ska innehålla 4 personer.

Alternativ lösning:

Dela upp alla personer i 16! sätt.

Låt 4 först vara lag 1, osv.

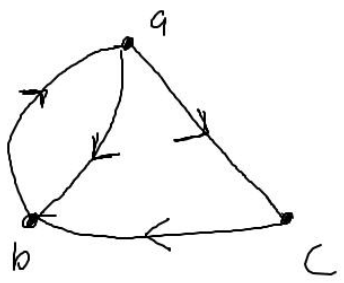
Måste alla med 4! för varje lag.

Låt två första lagen möta i basket, två andra möta i innebandy. ordning på lagen som möts, spelar ingen roll.

totalt: $\frac{16!}{(4!)^4 2 \cdot 2}$.

7.9 Betrakta följande graf.

Beräkna antalet vägar av längd 1, 2, 3, respektive 4 för varje par av noder.



Lösning: Använd sats 1a. Antal vägar av längd k mellan nod i och j är $(M^k)_{i,j}$ där M är grannmatris.

För att beräkna M, numrera noderna $a=1$, $b=2$, $c=3$.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$M^4 = M^2 \cdot M^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

7.8 Låt M vara grannmatris till en riktad graf G. Vad betyder det om $m_{ii} = 1$. Vad kan vi ge för betydelse till t.ex $m_{ij} = 3$ eller $m_{ij} = r$ där $r \geq 0$. Fungerar sats 7.9 med denna nya tolkning?

$m_{ii} = 1$ kan tolkas som en ögla i noden i.

Om $m_{ij} = r$, där $r > 1$. $r \in \mathbb{N}$. Vi skulle kunna tolka det som att det finns r stycken kanter (alltså vägar av längd 1) mellan i och j.



r st kanter.

Förslag på generaliserad sats 7.9.

- $(M^K)_{ij}$ ger antalet vägar mellan i och j av längd K.

K. Bevis för $K = 2$: (antal vägar mellan i och j av längd K)

$$= \sum_{l=1}^{n} M_{il} M_{lK} = (M^2)_{ij}.$$

Så för $K = 2$ så gäller satsen.

Övning: generalisera till $K \geq 1$ mha induktion.