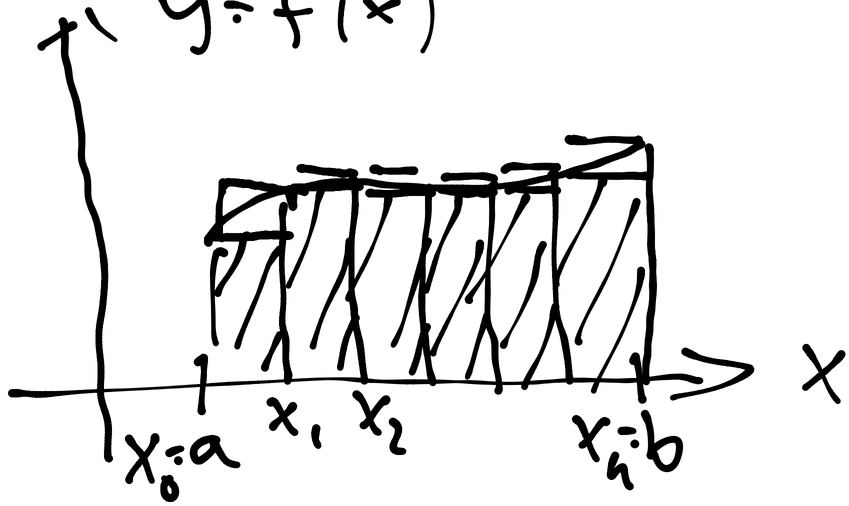
TMV151

Introduktion till läsvecka 1

3 videoföreläsningarna om kapitel 1
2 räkneövningar (3 fysisks, 2 i zoom)
Läs kapitel 1
Räkna övningsuppgifter i kapitel 1, i första hand (a) och (b)
Räkna problemuppgifter och gör datorövningar i Matlab eller Python

Integralen

* Riemann-summor



$$P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$$

$$I_{min}(f,P) = \sum_{i=1}^{n} f^i_{inf} \Delta x_i, \quad \Delta x_i = x_i - x_{i-1}$$

undre Riemannsumman

$$I_{max}(f,P) = \sum_{i=1}^{n} f^i_{sup} \Delta x_i$$

Givet punkter $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$

Godtycklig Riemann-summa

$$\sum_{i=1}^{n} f(c_i)\Delta x_i$$

---

* Integralen

Om för varje $\varepsilon > 0$ finns P

så att $I_{max}(f,P) - I_{min}(f,P) < \varepsilon$

då är f integrerbar på $[a,b]$

$$\lim_{\substack{n\to\infty \\ \Delta x_i \to 0}} I_{max}(f,P) = \lim_{n\to\infty} I_{min}(f,P)$$

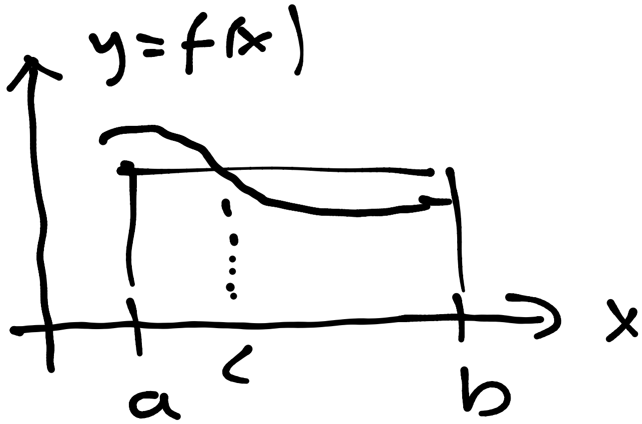
$$= I = \int_a^b f(x)\,dx$$

<u>Medelvärdessatsen</u>

Om f är kontinuerlig

på $[a,b]$ så finns $c \in [a,b]$

$$\int_a^b f(x)\,dx = f(c)(b-a)$$



* Analysens fundamentalsats
och generaliserade integraler

f(x) är kontinuerlig på
intervall $J \subset \mathbb{R}$ och $a \in J$
låt $F(x) = \int_a^x f(t)\,dt$

Då gäller $F'(x) = f(x) \quad x \in J$
F(x) är primitiv funktion
till f(x).

$$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$$

Generaliserade integraler.

$$\int_a^b f(x)dx$$

(i) $a = -\infty$ eller $b = \infty$

$$\int_a^\infty f(x)dx = \lim_{R\to\infty} \int_a^R f(x)dx$$

$< \infty$ konvergent

$= \pm\infty$ divergent

(ii) $f(x)$ ej begr. i a

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{y\to a^+} \int_y^b f(x)dx$$

$< \infty$ konvergent

$= \pm\infty$ divergent

Sats om p-integraler $f(x) = x^{-p}$