

Uppgift 1

den 2 november 2020

Bestäm definitionsmängd och värdemängd för funktionen

$$f(x) = 1 + \sqrt{2-x}$$

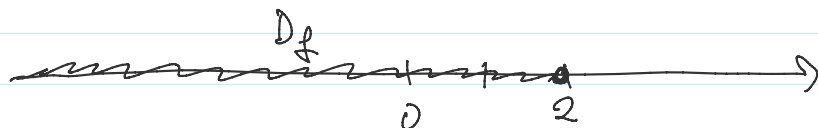
a) Definitionsmängd, D_f

Allt tänka på: $\sqrt{t}$ är definierad för $t \geq 0$

Med $t = 2 - x$ så måste vi ha $2 - x \geq 0$

$$x \leq 2$$

$$\text{Dvs } D_f = \{x : x \leq 2\} = (-\infty, 2]$$



Värdemängden:

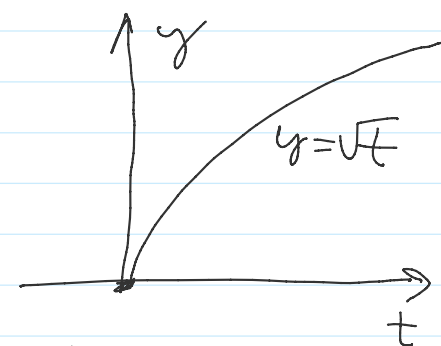
Hur ser funktionen ut?

Men vet att $\sqrt{t}$ blir större ju större t är ($\sqrt{t} \nearrow$).

Dvs $\sqrt{2-x}$ är större

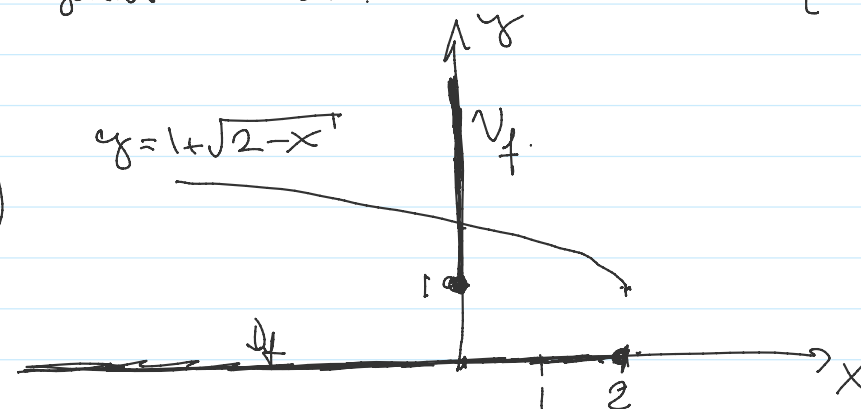
ju större $2-x$ är.

Dvs ju mer "negativt" x är.

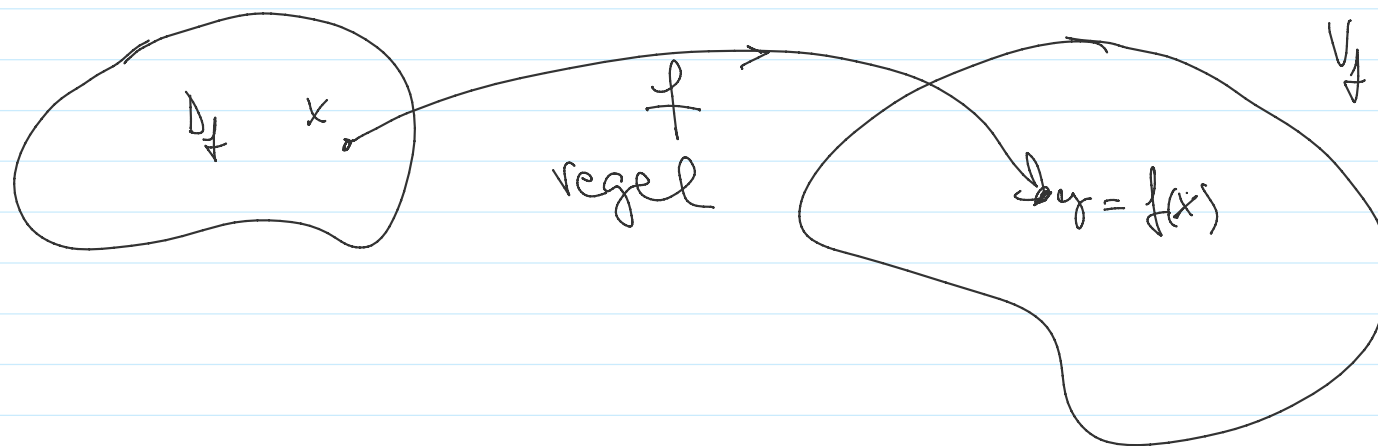


$$V_f = [1, \infty)$$

$$y = 1 + \sqrt{2-x}$$

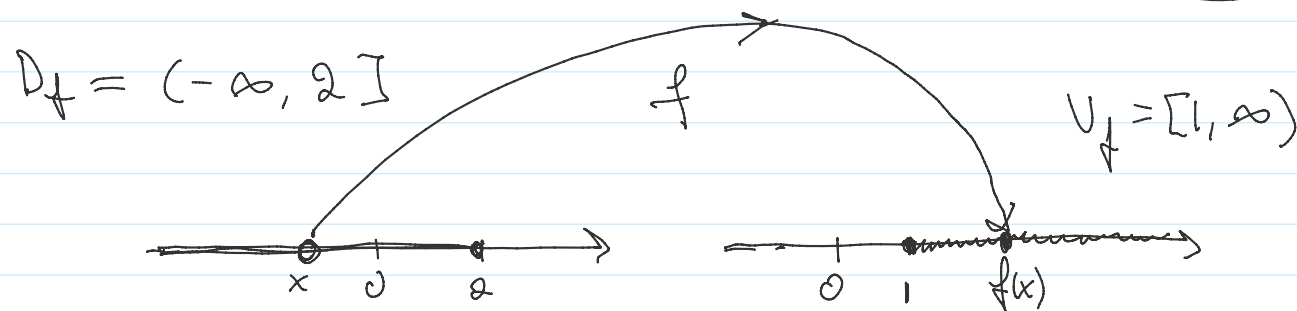


$f(x) \nearrow \infty$ när $x \rightarrow -\infty$



$$V_f = \{f(x) : x \in D_f\}$$

De värden som funktionen f antar.



Regeln:

$$f(x) = 1 + \sqrt{2-x}$$

Kan t.ex. utföras enligt:

- 1) Tag $x \in D_f$
- 2) Beräkna $2-x$
- 3) Tag roten av detta
- 4) Addera talet 1

$$D_f \subseteq \mathbb{R}$$

$$V_f \subseteq \mathbb{R}$$

Breakout - rum 1

den 3 november 2020 00:13

I vilka av följande likheter kan vi beskriva y som funktion av x ?

Vilka är definitionsmängderna?

A. $x^2 + y = 1$ 

B. $x + y^2 = 1$

C. $x + \sqrt{y} = 0$

Fokus på

i) Vad kan x vara?

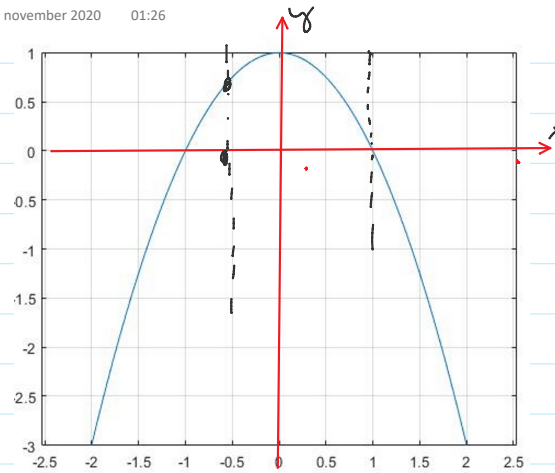
ii) y ?

iii) Hur ser graferna ut?

Varje identitet beskriver ett samband mellan x och y

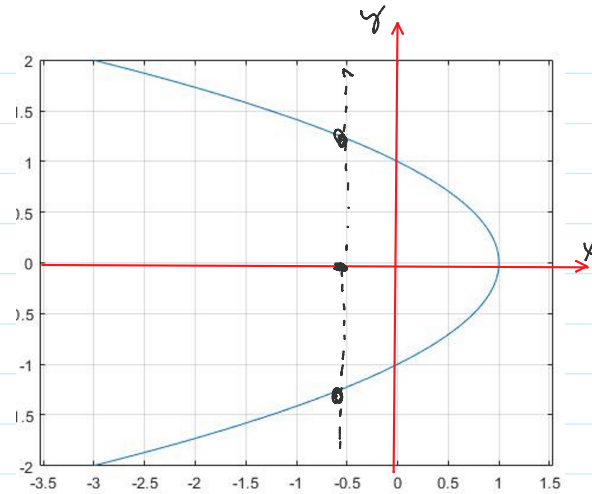
Grafer A, B, C

den 3 november 2020 01:26



$$x^2 + y = 1$$

$$y = 1 - x^2, \quad x \in \mathbb{R}$$



$$x + y^2 = 1$$

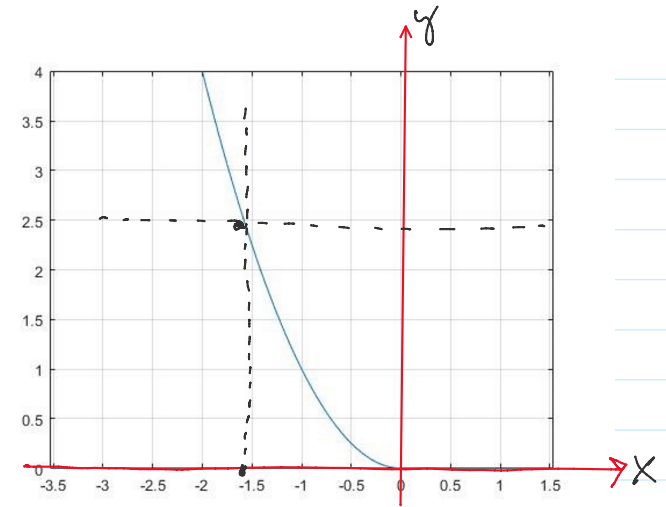
$$y^2 = 1 - x \geq 0$$

$$\text{Ex: } x = 0 \text{ ger } y^2 = 1$$

Two värden för ett x -värde
 $y = \pm 1$

f en funktion av x

$$y = \pm \sqrt{1 - x}$$



$$x + \sqrt{y} = 0$$

$$\leq \sqrt{y} = -x$$

kvadrera!

$$y = (-x)^2 = x^2$$

$$D_f = (-\infty, 0]$$

$$y \geq 0$$

$$-x \geq 0$$

$$x \leq 0$$

Bestäm $f \circ g$ och $g \circ f$ om

$$f(x) = \sqrt[4]{x}, \quad g(x) = x^2 + 1$$

Vilka är definitionsmängderna?

Beräkna $f \circ g(1)$ och $g \circ f(1)$

Lösning:

$$f \circ g(x) = f(x^2 + 1) = \sqrt[4]{x^2 + 1}$$

$\geq 1 > 0$

$$D_{f \circ g} = \mathbb{R}$$

$$g \circ f(x) = g(\sqrt[4]{x}) = (\sqrt[4]{x})^2 + 1 = \sqrt{x} + 1$$

$$D_{g \circ f} = [0, \infty)$$

$$f \circ g(x) = f(g(x)) \quad \begin{matrix} x \in D_g \\ g(x) \in D_f \end{matrix}$$

$$g \circ f(x) = g(f(x))$$

$$\sqrt[4]{x} = x^{1/4}, \quad (\sqrt[4]{x})^2 = (x^{1/4})^2 = x^{1/2} = \sqrt{x}$$

$$f \circ g(1) = \sqrt[4]{1^2 + 1} = \sqrt[4]{2} \approx 1.2$$

$$g \circ f(1) = \sqrt{1} + 1 = 2$$

Generellt gäller

$$f \circ g(x) \neq g \circ f(x)$$

Uppgift 4

den 3 november 2020 00:13

Bestäm inversen till $f(x) = 1 + \sqrt{2-x}$

Dessutom dess definitionsmängd och
värdemängd

Lösning:

Vi löser ekvationen $y = f(x)$

Om vi lyckas lösa ut x som
funktion av y så är f inverterbar.

(Vi visar då att det finns en 1-1 relation
mellan x och y)

Här undersöker vi

$$(*) \quad y = 1 + \sqrt{2-x} \quad (2-x \geq 0, \underline{x \leq 2})$$

$$y-1 = \sqrt{2-x}$$

Kvadrera!

$$(y-1)^2 = (\sqrt{2-x})^2 = 2-x$$

Dvs

$$x = 2 - (y-1)^2$$

I det ursprungliga uttrycket $(*)$ är

$$y-1 = \sqrt{2-x} \geq 0$$

$$\text{Dvs } y \geq 1 \quad (\text{Se uppgift 1})$$

$$\text{Alltså: } f^{-1}(y) = 2 - (y-1)^2, \quad D_{f^{-1}} = [1, \infty)$$

Ersätt y med x :

$$f^{-1}(x) = 2 - (x-1)^2, \quad x \in [1, \infty)$$

$$V_{f^{-1}} = D_f = (-\infty, 2]$$

Kommentar:

$f^{-1}(x)$ är det värde för vilket funktion f får värdet x

$$f(f^{-1}(x)) = x \in D_{f^{-1}} = V_f$$

Men

$$f^{-1}(f(x)) = x \in D_f = V_{f^{-1}}$$

Ex

$$f^{-1}(2) = 2 - (2 \cdot 1)^2 = 2 - 1 = 1 \quad \text{'det värde för vilket } f \text{ är } 2'$$

$$f(1) = 1 + \sqrt{2-1} = 1 + 1 = 2 \quad \text{ok.}$$

$$\text{Dvs } \underset{\uparrow}{f(f^{-1}(2))} = \underset{\uparrow}{f(1)} = \underset{\uparrow}{2} \quad \& \quad \underset{\uparrow}{f^{-1}(f(1))} = \underset{\uparrow}{f^{-1}(2)} = \underset{\uparrow}{1}$$