MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers Tekniska Högskola

Övningstenta
MVE535 VT21

Hjälpmedel: inga
Datum:
Telefonväkt:
Telefon:

Betygsgränser: 3: 20-29p, 4: 30-39p, 5: 40-50p.
Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen.
Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.
Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. Endast svar ger inga poäng. Motivera och förklara så väl du kan.

1.(6p) Undersök följande gränsvärden:

a) $\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1-x)}{\tan 2x} =$

b) $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-3x^2+4}{x^2-4} =$

c) $\lim_{x\to 0} \left(\frac{1}{2}\ln(2x^2+2) - \frac{1}{3}\ln(3x^3+3)\right) =$

2. (6p) Lös ekvationer/olikheter:

a) $2\log_3 x + \log_9 x = 10$

b) $\sqrt{5x-16} < \sqrt{2x-4}$

c) $|3x-2| + |x+2| = 6$

3. (6p) Rita grafen till funktionen $f(x) = \ln|1+2x| - \arctan x$. Ange eventuella asymptoter, lokala extrempunkter och inflektionspunkter.

4. (4p) Bestäm tangentlinjen till kurvan $2\sin x\cos y = 1$ i punkt $(\pi/4, -\pi/4)$.

5. (4p) Visa att funktionen $f(x) = x^7 + x^5 + 3x$ är inverterbar och beräkna $(f^{-1})'(5)$.

6. (4p) Avgör om funktionen $f(x) = \frac{x^2+3}{e^x-5}$ är kontinuerlig på intervall: a) $[-1,1],\ b)[-\sqrt{3},5)$.

7. (4p) Bestäm konstanten $a \in R$ så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}, & x \neq 0 \\ \ln a, & x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i 0.

8. (3p) Antag att funktion f är kontinuerlig och deriverbar på intervall $[-7,0]$. Vad är största möjliga värde av $f(0)$ om $f(-7) = 3$ och $f'(x) \leq 2$ för alla $x \in [-7,0]$.

9. (4p) Visa att ekvationen $x^5 + 12x + 1 = 0$ har endast en reell lösning.

10. (3p) Bestäm konstanterna $a, b \in R$ så att funktion

$$f(x) = \begin{cases} ax - 3, & x \leq 4 \\ -x^2 + 10x - b, & x > 4 \end{cases}$$

uppfyler villkor av Medelvärdesatsen.

11. (6p) En snöboll smälter med en hastighet av $1cm^3/min$. I vilken takt ändras radien när snöboll har en radie på $2cm$?

Lycka till!
/Sonja