

MATEMATIK

Chalmers tekniska högskola

Tentamen

Datum: 20-00-10

kl. 14.00–18.00

Telefonvakt: Nancy Abdallah

07-28755753

MVE535 Matematisk analys, Del 1

Alla hjälpmedel är tillåtna men lösningarna ska motiveras på samma sätt som en salstenta (dvs. utan hjälpmedel).

Betygsgränser: 3:20-29p, 4: 30-39p, 5: 40-50p.

Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen.

Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

Till följande uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

1. (a) Beräkna $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x}{3 \sin x - x}$. (2p)

(b) Bestäm alla kritiska punkter till $f(x) = \frac{\ln x - 3}{x^2}$. (2p)

(c) Bestäm $\frac{dr}{ds}$ där $r^3 + 4rs - 3s^2 = 2$. (2p)

(d) Beräkna $\sin(0,001) + 2$ med hjälp av linjär approximation. (2p)

(e) Bestäm funktionen $f(x)$ så att följande villkor är uppfyllda: (2p)

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2}, \quad f(-1) = 1$$

(f) Bestäm transversala- och brännpunkter till ellipsen av ekvation (4p)

$$3x^2 + 9x + 5y^2 - 5y = 46$$

2. Bestäm gränsvärdet of $g(x)$ då x går mot det angivna värdet (4p)

(a) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (4g(x))^{1/3} = 2$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 1}{g(x)} = \infty$.

(c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{5 - x^2}{\sqrt{g(x)}} = 0$.

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{g(x)} = \frac{1}{2}$.

3. Anta att (4p)

x	-1	0	1
$f(x)$	0	1	2
$f'(x)$	2	-1	3

Beräkna $g'(x)$ för givet x

(a) $g(x) = 5 \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) f^2(x)$, $x = 1$.

(b) $g(x) = \frac{f \circ f(x)}{2 + \cos x}$, $x = 0$.

4. Rita grafen till $f(x) = x + 5 + \frac{4x+1}{2-x}$. (Inkludera konvexitet/konkavitet). (6p)

5. Bestäm de eventuella globala extremvärdena av $f(x) = (1+x^2)e^{\arctan x}$ då $0 \leq x \leq 1$. (3p)
(Ge exakt och decimalt svar (med hjälp av en miniräknare för det decimala svaret)).

6. Bestäm det största värdet för a så att $f(x) = x^2 - 2x + 4$ är injektiv för alla $x \leq a$ och bestäm inversen till $f(x)$ för $x \leq a$. Ge definitions- och värdemängden till den beräknade inversen. (4p)

7. Hur många reella lösningar har (5p)

$$f(x) = 3x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 2x - 3 = 0?$$

8. Bestäm en ekvation till linjen som tangerar kurvorna (4p)

$$f(x) = 2 - x^2 \text{ och } g(x) = -x^2 + 6x - 10.$$

9. En funktion $\phi(x)$ sägs vara jämna om $\phi(-x) = \phi(x)$ och udda om $\phi(-x) = -\phi(x)$ för alla x . Antag att $f(x)$ är jämna och $g(x)$ är udda. Är följande funktionerna jämna eller udda? (2p)

$$f \circ g \quad g \circ g$$

10. Ett fönster har formen som i figuren nedan. Rektangeln består av ofärgat glas och (4p)
halvcirkelskivan av färgat glas. Det färgade glaset släpper igenom hälften så mycket ljus per m^2 som det ofärgade glaset. Fönstrets omkrets är 3π m. Beräkna vilka dimensioner rektangeln och halvcirkelskivan bör ha för att ljusinsläppet ska bli så stort som möjligt.

