

MVE535 Matematisk analys Del1

Hjälpmedel: Alla hjälpmedel är tillåtna men lösningarna ska motiveras på samma sätt som en salstenta (dvs. utan hjälpmedel).

Betygsgränser: 3:20-29p, 4: 30-39p, 5: 40-50p.

Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

1. Beräkna följande gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow \ln 8} \frac{2e^{2x} - 17e^x + 8}{64 - e^{2x}}$ (2p)

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cos x}{x-1}$ med hjälp av instängningsregel (2p)

2. (a) Bestäm definitionsmängden till funktionen (3p)

$$f(x) = \ln(\sqrt{2x-3} - 2x + 1)$$

- (b) Bestäm värdemängden till funktionen (4p)

$$f(x) = \frac{e^x}{x-1} + 2$$

3. Bestäm en ekvation till tangentlinjen till kurvan

$$x^2 + xy - y \ln(xy) = x - e^2$$

- i punkten $(1, e^2)$. (4p)

4. **Frågorna (a) och (b) är oberoende av varandra.**

Bestäm konstanten a så att funktionen

$$f(x) = ax^2 + \frac{4a^2}{x} + 5x$$

- har (6p)

(a) ett lokal maxvärde då $x = -2$.

(b) en inflektionspunkt då $x = -1$.

5. Rita grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4x - 12}$$

(Inkludera konvexitet/konkavitet).

6. För vilka reella tal a och b är funktionen (4p)

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1} + a & \text{då } x < 3 \\ b & \text{då } x = 3 \\ \frac{x^2-2x-3}{x-3} & \text{då } 3 < x < 4 \\ 3 & \text{då } x \geq 4 \end{cases}$$

kontinuerlig i $x = 3$. Är f kontinuerlig på $\mathbb{R}$.

7. Låt a, b, c och d vara reella tal, $a \neq 0$. Bestäm om följande påstående är sanna eller falska. Motivera ditt svar. (8p)

- (a) $f(x) = x^3 - 7x - 6$ har ett globalt maxvärde då $x = \sqrt{\frac{7}{3}}$.
- (b) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ kan ha 1 eller 3 olika lösningar men inte 2.
- (c) $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ har minst en reell lösning.
- (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} ae^{ax} + 2 = \infty$.

8. (a) Låt $f(x) = x^4 + 2x^2 + 3$ för $x \in [a, b]$, $a < b$. Om $a = 2$, bestäm b så att funktionen uppfyller Rullsatsens villkoren. (3p)

- (b) Med hjälp av funktionen $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ bestäm vilket tal av 100^{101} och 101^{100} är större. (4p)

9. En rätblock har sidlängderna b , $l = 10 - 2b$ och $h = 16 - 2b$ där $0 < b < 5$. Bestäm rätblocks sidlängder så att det har den största volymen. (4p)

