

Betygsgränser: 3: 20-30p, 4: 31-40p, 5: 41-50p. Lösningar läggs ut på kursens webbsida första vardagen efter tentamensdagen. Resultat meddelas via Ladok ca. 15 arbetsdagar efter tentamenstillfället.

Till alla uppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. Endast svar ger inga poäng. Motivera och förklara så väl du kan. Alla hjälpmedel (utom samarbete) är tillåtna.

1.(6p) Bestäm följande gränsvärden om det existerar:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{\sin(3x)} =$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{1/4x} =$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x} - 1} =$

2. a) (2p) Avgöra om $f(x) = \frac{x+1}{|x+1|}$ är kontinuerlig funktion i sin definitionsmängd och förklara ditt svar.

b) (2p) Bestäm $\lim_{x \rightarrow 5} g(x)$ om $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{g(x) - 4}{x - 5} = 2$.

c) (2p) Bestäm konstanterna $A, B \in \mathbb{R}$ så att funktionen

$$h(x) = \begin{cases} \frac{\tan x}{Ax}, & x < 0 \\ B, & x = 0 \\ (1 + \frac{1}{x})^x, & x > 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig på hela $\mathbb{R}$.

3. a) (2p) Bestäm definitionsmängden till funktionen $f(x) = \arcsin\left(\frac{3-x}{\sqrt{9-x^2}}\right)$.

b) (3p) Bevisa att $2 \arctan \sqrt{x} = \arcsin \frac{x-1}{x+1} + \frac{\pi}{2}$ om $x \geq 0$.

4. (6p) Rita grafen till funktionen $f(x) = \frac{(x-1)^3}{(x+1)^2}$. Ange asymptoter, lokala extrempunkter, konvexitet/konkavitet och inflexionspunkter.

5. (6p) Hur många lösningar har ekvationen $\arcsin \frac{x}{2} - 2\sqrt{4-x^2} = p$ för alla värden på parametern $p \in \mathbb{R}$? Förklara noggrant.

6. (4p) Finns eller finns det inte en funktion f så att $f(0) = -2$, $f(4) = 10$ och $f'(x) \leq 1$ för alla $x \in \mathbb{R}$?

7. a) (2p) I vilka punkter på kurvan $y = \sin x + \cos x$ är tangentlinjer horisontella?

b) (5p) Betrakta kurvan $y = f(x) = x^3$, $x > 0$. Bestäm alla värden y -koordinaten kan anta i de punkter där en normal till denna kurva skär y -axeln.

8. (4p) 2700cm² kartong finns för att göra en låda. Om lådan har en kvadratisk bas och en öppen topp, vad är den maximala volymen?

9. (6p) Punkterna A och B ligger på linje $y = 1$. Avståndet mellan origo O och punkt B är dubbelt så stort som avståndet mellan origo O och punkt A . Vad är det minsta avståndet mellan A och B ?

Lycka till!
/Sonja