

Sammanfattning föreläsning 1, Linjär algebra IT, VT2021

En geometrisk vektor $\mathbf{v}$ är ett objekt med egenskaperna längd, $\|\mathbf{v}\| > 0$ och riktning. Undantag är nollvektorn som har längd 0 och som saknar riktning. En vektor från en punkt A till en punkt B betecknas $\overrightarrow{AB}$.

Multiplikation med tal (skalär), $c\mathbf{v}$, ges av

- $\|c\mathbf{v}\| = |c| \|\mathbf{v}\|$.
- Om $c > 0$ så har $c\mathbf{v}$ samma riktning som $\mathbf{v}$.
- Om $c < 0$ så har $c\mathbf{v}$ motsatt riktning mot $\mathbf{v}$.

Summan av vektorerna $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$ och $\mathbf{v} = \overrightarrow{BC}$ är vektorn $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \overrightarrow{AC}$.

Räkneregler för operationerna

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$ (kommutativ)
2. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$ (associativ)
3. $c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$ (distributiv)
4. $(c + d)\mathbf{v} = c\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ (distributiv)
5. $c(d\mathbf{v}) = (cd)\mathbf{v}$

En vektor med längden 1 kallas för en enhetsvektor. Givet en vektor $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$ får man en enhetsvektor med samma riktning genom att ta

$$\frac{1}{\|\mathbf{v}\|} \mathbf{v}.$$

En linjärkombination av $\{\mathbf{v}_i : 1 \leq i \leq n\}$ är en vektor $\mathbf{v}$ på formen

$$\mathbf{v} = \sum_{i=1}^n a_i \mathbf{v}_i,$$

där $a_i \in \mathbb{R}$.

Låt V vara en mängd med vektorer. Då kallar vi mängden av alla linjärkombinationer av vektorer i V för *spannet* av V och detta betecknas med $\text{Span}(V)$.