

## Sammanfattning föreläsning 7, Linjär algebra IT, VT2021

Låt  $f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x}$  och  $g(\mathbf{x}) = B\mathbf{x}$ . Då är sammansättningarna  $f \circ g$  och  $g \circ f$  linjära avbildningar med

$$f \circ g(\mathbf{x}) = (AB)\mathbf{x} \quad \text{och} \quad g \circ f(\mathbf{x}) = (BA)\mathbf{x}.$$

En linjär avbildning  $f : V \longrightarrow W$  med matris  $A$  är en inverterbar funktion om och endast om  $A$  är en inverterbar matris. Om så är fallet så är  $f^{-1}$  också en linjär avbildning och har matrisen  $A^{-1}$ .

Låt  $D$  vara ett område i planet och  $f_A(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}$  en linjär avbildning i planet. Då gäller att

$$\frac{\text{area}(f_A(D))}{\text{area}(D)} = |\det A|.$$

Låt  $D$  vara ett område i rummet och  $f_A(\mathbf{v}) = A\mathbf{v}$  en linjär avbildning i rummet. Då gäller att

$$\frac{\text{volym}(f_A(D))}{\text{volym}(D)} = |\det A|.$$

En affin avbildning är en sammansättning av en linjär avbildning och en translation så är alltid på formen

$$f(\mathbf{x}) = A\mathbf{x} + \mathbf{b}.$$

En affin avbildning i planet med matris  $A$  och vektor  $\mathbf{b}$  kan representeras som en linjär avbildning i 3 dimensioner med matrisen

$$\begin{pmatrix} a & b & s \\ c & d & t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{med} \quad A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$$

om man identifierar en vektor

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{med} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix}.$$