

TENTAMEN I FLERVARIABELANALYS FÖR I2 MVE270

Tisdag 8 juni 2021 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind

Tillåtna hjälpmedel: allt utom mänsklig assistans.

Skriv namn på samtliga inscannade papper.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyg 3, 30 – 39 poäng ger betyg 4, 40 poäng eller mer ger betyg 5

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp3 2021, räknas in.

1. Bestäm riktningsderivatan av $f(x, y) = \frac{xy}{y+2}$ i punkten $(1, 2)$ i riktning mot punkten $(4, 4)$ (2p)
2. Visa att kurvan $(x, y, z) = \left(\frac{t^3}{4} - 2, \frac{4}{t} - 3, \cos(t - 2)\right)$, $t \in \mathbb{R}$, tangerar ytan $x^3 + y^3 + z^3 = xyz$ i punkten $(0, -1, 1)$ (5p)
3. Lös den partiella differentialekvationen $y f'_x - x f'_y = xyf$
genom att införa nya variabler $\begin{cases} s &= x^2 + y^2 \\ t &= e^{-\frac{x^2}{2}} \end{cases}$ (5p)
4. Låt a och b vara konstanter, $F = (bxy^2, bx^2y, (x^2 + y^2)z^2)$ och Y den **slutna** cylindern $x^2 + y^2 \leq a^2$, $0 \leq z \leq b$.
Beräkna $\iint_Y F \cdot NdS$ med en normal som pekar ut från cylindern. (4p)
5. Låt $f(t)$ vara en deriverbar funktion av en variabel.
Visa att alla tangentplan till ytan $z = xf\left(\frac{y}{x}\right)$ skär varandra i en gemensam punkt. (5p)

6. Beräkna volymen innanför konen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ mellan $z = 1$ och $z = 2$ (5p)

7. Bestäm största och minsta värde av $f(x, y) = (4x - x^2) \cos y$ på området $\begin{cases} 0 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 5 \end{cases}$ (6p)

8. Beräkna $\int_C xzdx + xydy + 3xzdz$ där C är randen av den del av planet $2x + y + z = 2$ som ligger i första oktanten. C är positivt orienterad sedd uppifrån. (6p)

9. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D |3x + 4y| dx dy$ där D är området innanför cirkeln $x^2 + y^2 \leq 2$

genom att till exempel införa nya variabler

$$\begin{cases} s = 3x + 4y \\ t = -4x + 3y \end{cases} \quad (6p)$$

10. Gör en skiss av den kurva som beskrivs av ekvationen

$$(x, y) = (2\cos t + \cos 2t, 2\sin t - \sin 2t), \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

och beräkna sedan arean innanför kurvan. (6p)