

GRUNDLÄGGANDE STRÖMNINGSLÄRA

Gunnar Eriksson

Institutionen för kemi- och bioteknik

Chalmers tekniska högskola

INNEHÅLLSFÖRTECKNING

1	Inledning.....	1
2	Tryck och tryckmätning	2
2.1	Definition av tryck	2
2.2	Krafter på ett fludelement	3
2.3	Olika tryckbegrepp.....	5
2.4	Mätning av tryck	8
3	Materialbalanser vid strömning: Kontinuitetsvillkoret	17
4	Energibalanser vid strömning: Bernoullis ekvation	20
4.1	Uppställning av Bernoullis ekvation.....	20
4.2	Härledning av Bernoullis ekvation med hjälp av termodynamikens första huvudsats	23
4.3	Användning av Bernoullis ekvation.....	24
5	Fluidier och viskositet	27
5.1	Newtons viskositetslag.....	28
5.2	Krafter på ett fludelement vid strömning.....	31
5.3	Olika viskositetsbegrepp och enheter.....	32
5.4	Viskositetens temperaturberoende	34
5.5	Icke-newtonska fluidier.....	36
5.6	Mätning av viskositet	40
6	Laminär och turbulent strömning	45
6.1	Laminär strömning. Gränsskikt.....	45
6.2	Laminär strömning i rör	46
6.3	Hagen-Poiseuilles ekvation.....	47
6.4	Turbulent strömning.....	50
6.5	Reynolds tal för rörströmning	53
6.6	Strömlinjer och tryck.....	57
7	Flödes- och hastighetsmätning	59
7.1	Olika typer av flödesmätare	59
7.2	Mätning av hastighet och flöde med apparatur grundad på Bernoullis ekvation.....	60

8	Rörströmning med förluster.....	68
8.1	Tryckförluster i raka rör	68
8.2	Engångsförluster.....	73
9	Rörsystem.....	82
9.1	Drivande kraft	82
9.2	Bernoullis modifierade ekvation i rörsystem	83
9.3	Sammanstatta rörsystem.....	86
9.4	Problemlösningsmetoder vid strömningsberäkningar i rörsystem	89
10	Pumpar	95
10.1	Pumparnas funktion.....	95
10.2	Lite pumpteorin	97
10.3	Pump- och systemkurvor.....	102
10.4	Verkningsgrad och effektbehov	111
10.5	Reglering	116
10.6	Sugförmåga	126
10.7	Jämförelser mellan olika pumpar	132
	Nomenklatur.....	135

GRUNDLÄGGANDE STRÖMNINGSLÄRA

Gunnar Eriksson

Institutionen för kemi- och bioteknik

Chalmers tekniska högskola

1 Inledning

Strömningsslära är ett ämne med vidsträckt intresse för alla ingenjörer. I kemisk processindustri handlar det mest om strömning av gaser och vätskor (eller andra fluider) i rör mellan olika apparater. Därför kommer fokus i denna bok att ligga på rörströmning, även om andra mer grundläggande fenomen också kommer att belysas. De fenomen som förekommer vid rörströmning har också stora likheter med strömning i porösa medier, ett annat viktigt område för en kemiingenjör. Detta tas dock inte upp inom ramen för denna kurs.

För att åstadkomma strömningen i en industriell process, behövs ofta fläktar eller pumpar. Vid valet av pump eller fläkt krävs kännedom om strömningen i rörsystemet, framförallt tryckfall och effektbehov. De beräkningar som krävs för detta kan ofta vara mycket komplicerade, men med hjälp av kunskap om de grundläggande fenomenen kan ofta förenklade beräkningar med god överensstämmelse göras. De regler som styr dessa överslagsräkningar, och som i huvuddrag är desamma som för de mer komplicerade beräkningarna, kommer att tas upp. Ett särskilt kapitel går lite djupare i begreppen kring pumpar. Mycket av den information som behövs för att göra beräkningarna mäts upp på olika sätt, i eller utanför processen. Olika metoder att mäta viskositet, tryck och flöde kommer därför också att beröras.

2 Tryck och tryckmätning

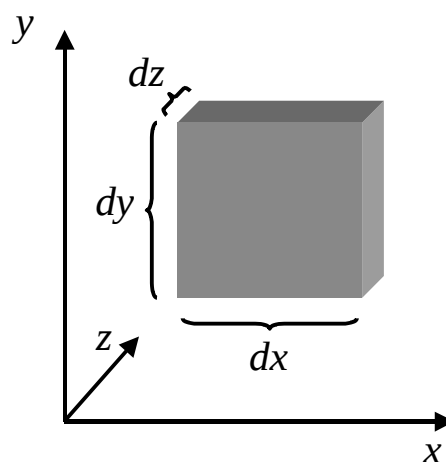
Strömning handlar om transport av fluider med hjälp av någon form av energi eller kraft. Av denna anledning måste krafterna som påverkar en fluid studeras, oftast i form av tryck.

2.1 Definition av tryck

En egenskap som är gemensam för fluider, är att molekyler kan röra sig mer eller mindre fritt i förhållande till varandra. När molekylerna rör sig, och kolliderar med ett fast föremål, kan de överföra energi, d.v.s. kraft, till den fasta ytan. Den sammanlagda kraften från alla kolliderande molekyler, räknat per ytenhet, är *tryck*, med beteckningen p och enheten Pa (Pascal), och kan beskrivas enligt:

$$p = \frac{F}{A} \quad [1]$$

Det är inte bara i kontakt mellan fluider och fasta ytor som detta tryck kan uppfattas, utan det finns också inne i själva fluiden, eftersom kraft också kan överföras mellan kolliderande molekyler. När man betraktar ett tänkt volymelement av fluiden, kan kraftöverföringen som sker i elementets yta divideras med ytans storlek för att få fram trycket inne i fluiden. Eftersom volymelementet kan väljas godtyckligt, finns det alltså tryck i hela fluiden.

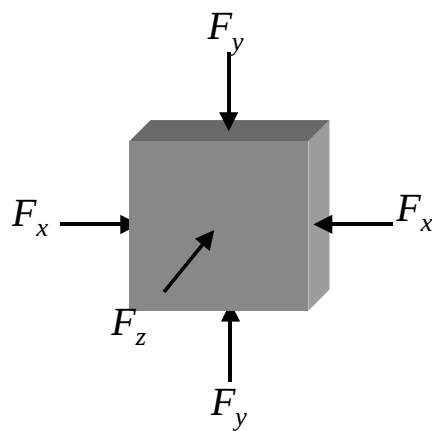


Figur 1. Ett fluidelement i form av en kub med sidorna dx , dy och dz .

2.2 Krafter på ett fluidelement

För att se vilka krafter som kan ligga bakom trycket i en fluid, kan vi titta på ett fluidelement, en tänkt avgränsning av fluiden. Det kan se ut hur som helst, men för enkelhetens skull kan vi välja en kub. Den kan även väljas godtyckligt stor. Storleken på detta element, volymen, bör väljas så liten som möjligt, för att det inte ska förekomma några skillnader mellan olika delar av elementet. Därför väljer man att betrakta oändligt små volymer. En oändligt liten kub med sidorna dx , dy och dz visas i figur 1.

Om vi ser på de krafter som verkar på ett fluidelement, kan vi dela upp dem i de krafter som verkar då elementet är *i vila* och de krafter som verkar då elementet är *i rörelse*. Vidare kan man också dela upp krafterna i de som verkar komprimerande, d.v.s. de som verkar rakt mot volymens yta (*normalkrafter*), och de som verkar skjuvande, d.v.s. de som verkar längs med ytan (*tangentialkrafter*). När man studerar trycket, är det bara normalkrafterna som räknas, och här kommer därför bara de krafterna att studeras. Vi återkommer till tangentialkrafterna senare (se kapitel 5.2).



Figur 2. Krafterna på ett kubiskt fluidelement i vila. Alla krafter är vinkelräta mot ytan, d.v.s. normalkrafter.

2.2.1 Ett fluidelement i vila

På ett fluidelement i vila verkar bara normalkrafter (figur 2), som omgivningen, d.v.s. fasta föremål och andra fluidelement, utövar mot elementets yta. Att fluidelementet är i vila innebär inte att molekylerna slutar röra sig (det finns inga väggar som stänger inne

molekylerna i elementet), men det är en balans i rörelserna, så att molekyler som passerar över elementets gränser hela tiden ersätts med andra. Då tar de sammantagna rörelserna ut varandra (genomsnittet av alla rörelser är 0), och elementet sägs vara i vila.

Om det inte skulle vara jämvikt mellan krafterna på elementets olika sidor, skulle elementet börja röra sig eller ändra utseende. Normalkrafterna på en sida måste därför vägas upp av motverkande krafter på andra sidan. Dessa krafter är alltså lika stora på vilken sida man än ser. Uttryckt som kraft per ytenhet motsvarar normalkrafterna på detta vilande element det som vi brukar kalla *tryck* (eller mer precist *statiskt tryck*, se kapitel 2.3.1). För trycket gäller Pascals lag, som lyder:

"Trycket i en viss punkt i en fluid i vila är samma i alla riktningar."

eller

$$p = p_x = \frac{F_x}{A} = p_y = p_z \quad [2]$$

Vi ser ur detta också att kraften, F , i ekvation [1] är normalkraften mot ytan, A , för fluidelementet.

2.2.2 Normalkrafter på ett fluidelement i rörelse

När fluidelementet rör sig uppstår krafter mot de ytor som är vända mot rörelseriktningen (se figur 3a). Fluidelementet påverkar sin omgivning mera i och med denna rörelse, och får också motsvarande kraftökning mot ytorna. Den ökade kraften motsvarar den kinetiska energin hos elementet. Denna kraft är inte likadan mot alla ytor, efter som den har en distinkt riktning. På en yta vänd rakt mot flödet ökar kraften med hela denna energi. Mot ytor som inte är riktade rakt mot rörelseriktningen, kommer endast en del av kraften att verka. Den delen motsvarar den komponent av kraftökningen som är vinkelrätt mot ytan (se figur 3b).

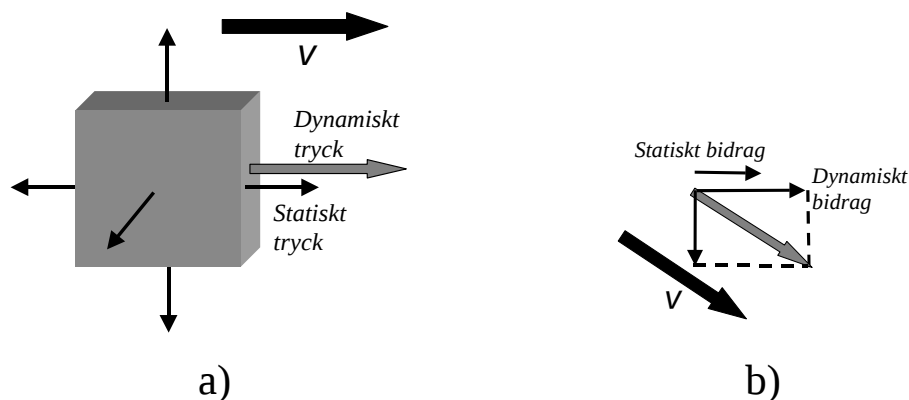
När man delar upp kraftökningen i komponenter, ser man tydligt att ju längre från strömningsriktningen en yta riktar sig, desto mindre av kraftökningen påverkar ytan. När ytan är vänd vinkelrätt mot strömningens riktning kommer denna komponent att vara 0. Det innebär att den ytan bara kommer att känna av samma krafter som vid vila.

2.3 Olika tryckbegrepp

Vi har sett att det är olika krafter på vilande eller rörliga fludelement. Man kan också dela upp krafterna i yttre och inre påverkan. De inre krafterna, som ger upphov till molekylrörelser, finns alltid, även i vilande fluider, och är, per ytenhet, det som vi i vardagligt tal kallar tryck. Eftersom det finns andra krafter, som också kan räknas om per ytenhet, måste vi vara lite mer tydliga och ge detta beteckningen *statiskt tryck* (eftersom det verkar även i vila). Den kraft som verkar vid rörelse på grund av den kinetiska energin är en yttre kraft. Räknat som tryck kallas den *dynamiskt tryck*. En annan yttre kraft uppstår p.g.a. gravitationen, och är alltså fludelementets tyngd. Den kan relateras till potentiell energi, och är därför också beroende av höjdskillnader (se nedan), vilket gör att den som tryck ofta kallas *höjdtryck*. I sammanhang där det inte är så stora höjdskillnader, är det oftast mest statiskt och dynamiskt tryck som är relevanta. Då är summan av dessa två, *totaltrycket* eller *stagnationstrycket*, också ett användbart begrepp.

2.3.1 Statiskt tryck, p

Det statiska trycket är alltså de krafter som verkar mellan ett fludelement i vila och dess omgivning. Detta kan mätas med någon form av tryckmätare (se kapitel 2.4). Om elementet inte är i vila, finns ändå det statiska trycket, men rörelsen innebär att ytterligare en kraft verkar på omgivningen (se figur 3a). Denna verkar dock bara i rörelsens riktning, vilket vi kan utnyttja vid tryckmätningen. Om vi studerar en riktning som är vinkelrät mot rörelseriktningen har vi ingen påverkan av rörelsen. Detta innebär att vi kan bestämma det statiska trycket genom att mäta vinkelrätt mot strömningsriktningen. Detta är speciellt viktigt



Figur 3. a) Rörelsen hos ett fludelement ger upphov till en ökning av den sammanlagda kraften i strömningsriktningen. b) I andra riktningar kan denna kraft delas upp i komponenter, som ger ett bidrag till den sammanlagda kraften, utom vinkelrätt mot strömningsriktningen

vid mätning i ett rör där fluiden ofta strömmar med väsentlig hastighet. I ett rör anses det statiska trycket vara konstant i hela tvärsnittet (det är inte så stor höjdskillnad mellan rörets väggar, även i ett horisontellt rör), så i det fallet sker denna mätning oftast någonstans på rörets mantelyta.

2.3.2 Dynamiskt tryck, $\rho v^2/2$

Det dynamiska trycket är den kraft som fluidelementet påverkar omgivningen med på grund av sin rörelse. Det är beroende av strömningshastigheten i kvadrat. En bestämning av detta tryck är viktig då fluidens hastighet eller flöde ska bestämmas.

Dynamiskt tryck innebär en extra kraft i rörelseriktningen. Det ger också ett bidrag i andra riktningar, mindre än i rörelseriktningen, utom vinkelrätt mot denna. Kraften mot omgivningen blir då en summering av det statiska bidraget och det dynamiska bidraget. Det går inte att komma undan det statiska bidraget, så det dynamiska trycket kan aldrig mätas direkt. Mätning av den sammanlagda kraften (se totaltryck nedan) och kännedom om det statiska trycket kan dock indirekt ge det dynamiska bidraget. Mätt i rörelseriktningen, blir det dynamiska bidraget lika med det dynamiska trycket. Det är viktigt att ytan som används vid denna tryckmätning är riktad helt mot strömningens riktning, annars får inte det dynamiska trycket fullt utslag i mätningen.

Vid mätning i ett rör varierar hastigheten över tvärsnittet. Därför kommer även det dynamiska trycket att variera lokalt. En mätning i en viss punkt kan då ge hastigheten i denna punkt. I de flesta fallen är det dock ett medelvärde för hela tvärsnittet som används, vilket ger en medelhastighet.

2.3.3 Totaltryck eller stagnationstryck, p_0

Summeringen av dynamiskt tryck och statiskt tryck kallas totaltryck, betecknat p_0 , och uttrycks enligt:

$$p_0 = \rho \cdot \frac{v^2}{2} + p \quad [3]$$

Om vi studerar en strömmande fluid som möter en stillastående yta, kommer den kraft, med vilken elementet verkar på ytan att vara summan av kraften från rörelsen och den inre kraften,

d.v.s. trycket på denna yta kommer att vara *totaltrycket*. En annan beteckning på denna summa är *stagnationstryck*, eftersom den strömmande fluiden bromsas in till stillastående, blir *stagnant*, när den möter den stillastående ytan.

Vid inbromsningen omvandlas det dynamiska trycket till ett statiskt tryck i denna *stagnationspunkt*, och summan blir då ett förhöjt statiskt tryck istället. Mätning kan ske med likartade utrustningar som vid mätning av vanligt statiskt tryck. En viktig skillnad är dock att mätningen måste ske *rakt mot strömningsriktningen* för att det ska vara totaltrycket man mäter. Detta sker ofta genom en anordning, som på något sätt kan föras in i strömningen. I figur 39 är ett exempel på ett sådant, ett Pitotrör.

2.3.4 Höjdtryck, $\rho \cdot g \cdot h$

Ett fluidelements tyngd är en yttre kraft som elementet påverkar sin omgivning med. Det är också en kraft som utövas på ett visst element av andra element. Eftersom gravitationen verkar nedåt, är denna kraft också riktad nedåt. Ett element på en viss nivå påverkas därför av tyngden från alla fluidelement ovanför, men inte av elementen vid sidan av. Här spelar alltså nivån eller *höjden* en roll. För att det ska vara balans mellan krafterna (se kapitel 2.2.1, vilande fluidelement), måste den yttre påverkan på elementet omvandlas till inre krafter, så ett element på en låg nivå, med mycket tyngd från ovanför liggande element, får då istället ett högre statiskt tryck än de fluidelement som ligger högre upp. För ett stillastående fluidelement, med en fluidpelare med höjden Δh ovanför sig, kommer tryckändringen, Δp , att bli:

$$\Delta p = \frac{F}{A} = \frac{m \cdot g}{A} \quad [4]$$

där m är massan av fluidpelaren och A är arean av denna pelare. Massan kan uttryckas med hjälp av densiteten, ρ , och volymen av pelaren (som är höjden gånger arean, $\Delta h \cdot A$), så ekvation [4] kan uttryckas som

$$\Delta p = \frac{\rho \cdot \Delta h \cdot A \cdot g}{A} = \rho \cdot g \cdot \Delta h \quad [5]$$

Vi ser att arean på fluidpelaren inte finns med i det slutliga uttrycket, utan bara höjden, vilket innebär att det inte spelar någon roll hur bred pelaren är (eller om den är sned), bara hur hög

den är. Ekvation [5] är uttryckt som en skillnad (Δh), men man ser ofta höjdtrycket som en term med bara h . Då måste man välja en *referenshöjd*, d.v.s. att man egentligen räknar med en höjdskillnad gentemot referensen:

$$\rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot (h - h_{ref}) \quad [6]$$

Om referenshöjden är samma i alla termer (t.ex. "höjd över havet"), brukar den dock utelämnas.

2.4 Mätning av tryck

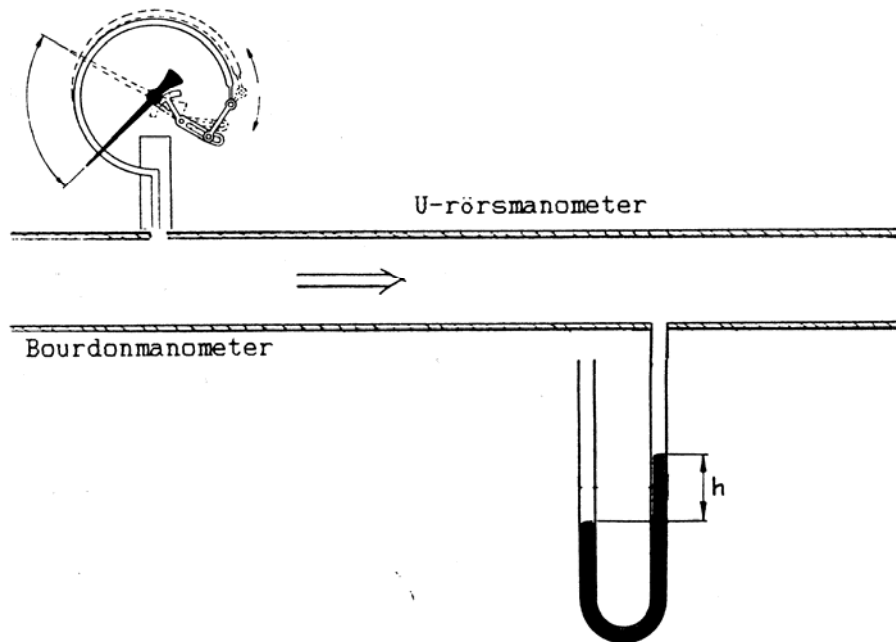
Att kunna mäta trycket är väsentligt för att få data för att kunna beräkna de krafter som beskriver strömningens fenomen. Med hjälp av tryckmätningar kan man både bestämma det statiska trycket (direkt) och det dynamiska trycket (indirekt, genom mätning av totaltrycket). Tryckmätning är relativt enkelt och görs mer eller mindre noggrant och med olika metoder beroende på i vilket tryckintervall mätningen ska ske. Det gemensamma för de olika metoderna är att de bygger på kraftbalanser. Den okända kraften (trycket) bestäms genom att antingen motkraften är känd eller att verkan av skillnaderna mellan krafterna är bestämd.

Vid mätning av tryck vid rörströmning är det vanligast att det statiska trycket mäts vid rörväggen, med ett tryckuttag vinkelrätt mot strömningen (se kapitel 2.3).

2.4.1 Mätning av differenstryck eller absoluttryck

Eftersom det är tal om en kraftbalans, är det oftast tal om en tryckskillnad som mäts, s.k. *differenstryckmätning*. Instrumenten som används vid denna metod kallas med ett gemensamt namn *manometrar*. Metoden kan utnyttjas för att bestämma ett tryck genom att utnyttja ett känt referenstryck. Det allra vanligaste är att atmosfärstrycket används som mottryck, d.v.s. att instrumentet är öppet mot atmosfären på ena sidan. Det utslag som då visas på mätinstrumentet är alltså ett *övertryck* (tryckskillnad över atmosfärstrycket) eller ett *undertryck* (tryckskillnad under atmosfärstrycket). Metoden kan dock lika gärna användas för att bestämma skillnaden mellan två okända tryck, vilket många gånger är mer intressant, t.ex. om det är det dynamiska trycket som ska bestämmas.

Om den ena sidan är tillsluten och evakuerad, finns det inget mottryck. Då mäts istället det *absoluta* eller *barometriska trycket*. Denna metod kallas *absoluttryckmätningar*, och instrumenten kallas *barometrar*. Många av de olika typerna av manometrar som nämns nedan finns också som barometrar, med någon typ av en evakuerad kammare ansluten till ena sidan



Figur 4. Två olika manometrar, en Bourdonrörsmanometer (elastiskt element) och en U-rörsmanometer, vid tryckuttag i rörväggen.

av anordningen.

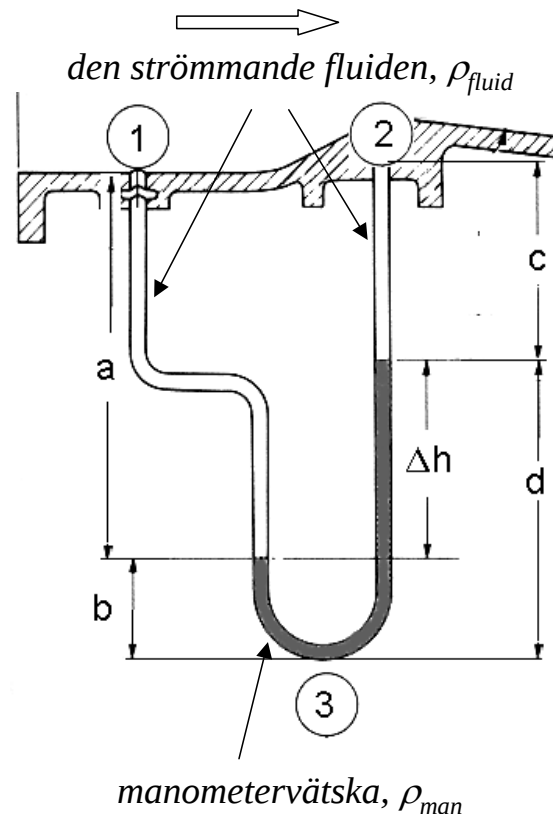
Den centrala enheten i en anordning för mätning av tryck är ett element som ställer in sig i ett visst jämvikstläge vid en viss tryckskillnad. De vanligaste typerna är *U-rörsmanometrar* eller manometrar med *elastiska element*, men det förekommer även flera andra typer.

2.4.2 U-rörsmanometrar

U-rörsmanometern (se figur 4 och 5) är en enkel anordning, bestående av ett rör fyllt med en vätska, *manometervätskan*. Röret är böjt på ett sådant sätt att det bildas två vätskepelare i var sin skänkel. Vätskeytorna kan ha kontakt med två olika tryck. Om det är en tryckskillnad mellan dessa tryck, ställer de olika vätskeytorna in sig på olika nivåer, och nivåskillnaden är beroende av denna tryckskillnad. Manometervätskan bör vara oblandbar med den fluid man ska mäta trycket i, och det bör också vara en lätt avläsbar nivå. Det vanligaste är att mätning sker genom direkt (optisk) avläsning av nivåerna, och U-röret är då vanligen av glas, men det

förekommer även anordningar med automatisk avläsning av nivåerna, t.ex. med hjälp av flottörer eller andra nivåmarkörer, som passar bättre för industriellt bruk.

Tryckskillnaden beräknas med en ekvation, som kan härledas på samma sätt som ekvation [5]. Här måste vi dock dela upp manometervätskan i två olika pelare, som verkar på den gemensamma lägsta punkten. Betrakta en U-rörsmanometer med de båda skänklarna anslutna



Figur 5. U-rörsmanometer för mätning av tryckskillnad mellan två punkter i ett rör med en strömmande fluid.

till två olika tryck, p_1 och p_2 , i ett rör med en strömmande fluid (se figur 5). Ovanför manometervätskan är manometern är fylld med samma fluid som strömmar i röret. Kraften som pressar mot botten av manometern ska vara samma från båda hållen, d.v.s. balans bör råda. Kraften kan även uttryckas i form av trycktermer. Trycket i botten (punkt 3) kan uttryckas som en tryckskillnad gentemot den strömmande fluiden, p.g.a. tyngden från fluidpelaren, höjdtrycksbidraget. Denna pelare får (i båda skänklarna) delas upp i två delar, dels den strömmande fluiden och dels manometervätskan, och höjdtrycksbidraget blir då summan av de båda delarna. För vänstra skänkeln blir detta, med beteckningar enligt figuren:

$$p_3 - p_1 = \rho_{fluid} \cdot g \cdot a + \rho_{man} \cdot g \cdot b \Rightarrow p_3 = p_1 + \rho_{fluid} \cdot g \cdot a + \rho_{man} \cdot g \cdot b \quad [7]$$

där ρ_{fluid} och ρ_{man} är den strömmande fluidens respektive manometervätskans densitet. På samma sätt blir det för högra skänkeln:

$$p_3 = p_2 + \rho_{fluid} \cdot g \cdot c + \rho_{man} \cdot g \cdot d \quad [8]$$

Kombination av ekvationerna [7] och [8] ger nu:

$$p_1 - p_2 = \rho_{fluid} \cdot g \cdot (c - a) + \rho_{man} \cdot g \cdot (d - b) \quad [9]$$

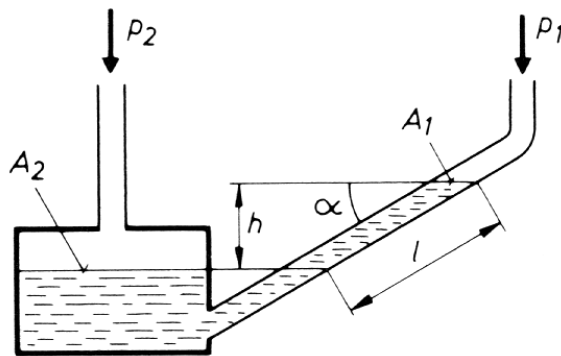
Nivåskillnaden, ofta betecknad Δh (eller ibland lite oegentligt bara h), ger till sist uttrycket

$$\begin{aligned} \Delta h = a - c = d - b &\quad \Rightarrow \\ p_1 - p_2 = (\rho_{man} - \rho_{fluid}) \cdot g \cdot \Delta h &\quad [10] \end{aligned}$$

Observera att denna ekvation bara gäller om det är samma fluid ovanför manometervätskan i båda skänklarna. Om det är olika fluider får man använda sig av hela kraftbalansen. I fallet att densiteten för manometervätskan är mycket större än för fluiden (eller fluiderna) ovanför denna (exempelvis vatten-luft), kan ekvationen förenklas till:

$$\rho_{man} \gg \rho_{fluid} \quad \Rightarrow \quad p_1 - p_2 \approx \rho_{man} \cdot g \cdot \Delta h \quad [11]$$

En fördel med en U-rörsmanometer, utöver att den är väldigt enkel och lättanvänd, är att den har små mätfel. Med lämpliga åtgärder, kan den därför användas för kalibrering av andra mätanordningar. För att öka noggrannheten i avläsningen kan man välja olika manometervätskor (med olika densitet), för att få lämpligt nivåskillnad.



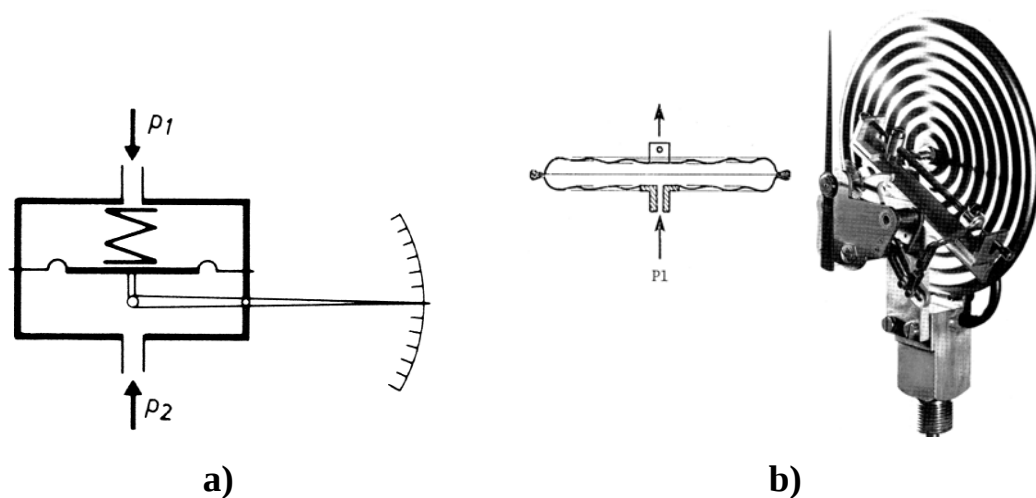
Figur 6. U-rörsmanometer med en lutande skänkel för noggrannare avläsning. Den större ytan, A_2 , kommer inte att röra sig mer än försumbart, och skalan l kan därmed uttrycka nivåskillnaden direkt.

För väldigt små differenser kan avläsningens noggrannhet också ökas genom att luta skänkeln (se figur 6). Om den ena av de två vätskeytorna dessutom är mycket större än den andra, innebär det att den större ytan knappast kommer att ändra nivå när den mindre rör sig, vilket gör att hela ändringen ligger i den mindre ytans nivå. En ändring av nivåskillnaden innebär ju en omflyttning av vätskevolym, och de små volymer som är aktuella i den lilla pelaren är försumbara i förhållande till den stora ytan. Detta underlättar avläsningen, eftersom skalan inte blir beroende av två rörliga ytor, och därför kan uttrycka tryckskillnaden mer direkt.

2.4.3 Manometrar med elastiska element

Den vanligaste typen av manometrar i industrin är de med elastiska element. De elastiska elementen kan se ut på många olika sätt, och det finns därför många olika manometrar av denna typ. Elementen, som oftast är gjorda av metall, rör sig eller deformeras på något sätt när de utsätts för tryck. Denna rörelse är proportionell mot skillnaden i tryck på båda sidor om elementet, och kan lätt överföras antingen mekaniskt till en visare eller elektriskt exempelvis till en processdator.

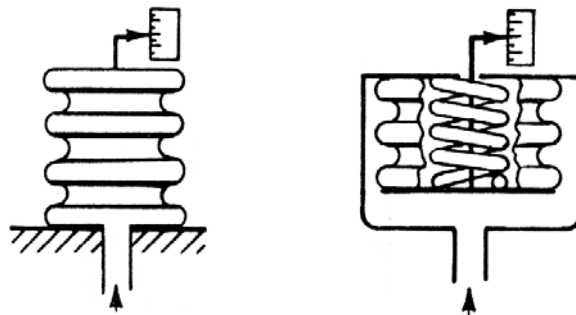
De elastiska elementen kan delas upp i tre huvudsakliga typer: *membran*, *bälgar* och *rörfjädrar eller Bourdonrör*. Av dessa är Bourdonröret den vanligaste, mycket beroende på att den är användbar i ett stort intervall av tryckskillnader.



Figur 7. Membranelement a) Enkelt membran (med fjäderbelastning). b) Aneroid.

Membranmanometern består av en kammare som delas upp i två delar, med de olika delarna i kontakt med var sitt tryck. I skiljeväggen sitter membranet, och om det uppstår en tryckskillnad mellan de båda delarna, kommer detta att bukta åt ena eller andra hållet. Denna rörelse kan kopplas till en visare (se figur 7a). En variant av membranelement är *aneroiden*, som består av en två hopsvetsade membran som bildar en kammare (se figur 7b). Denna kammare kan på ett enkelt sätt slutas helt och evakueras, vilket är orsaken till att aneroiden är vanlig i barometrar. Membranelement ger bra noggrannhet och går att använda vid olika tryckintervall, beroende på vilket material som används, men klarar ofta inte mer än 2-3 bars tryckskillnad, eftersom buktningen annars leder till kvarstående deformationer i elementet.

Ett tåligare element är *bälgen*. Den är en kammare med elastiska väggar, som utvidgar sig eller kryper ihop beroende på trycket i kammaren (se figur 8). Rörelsen sker i väggarnas



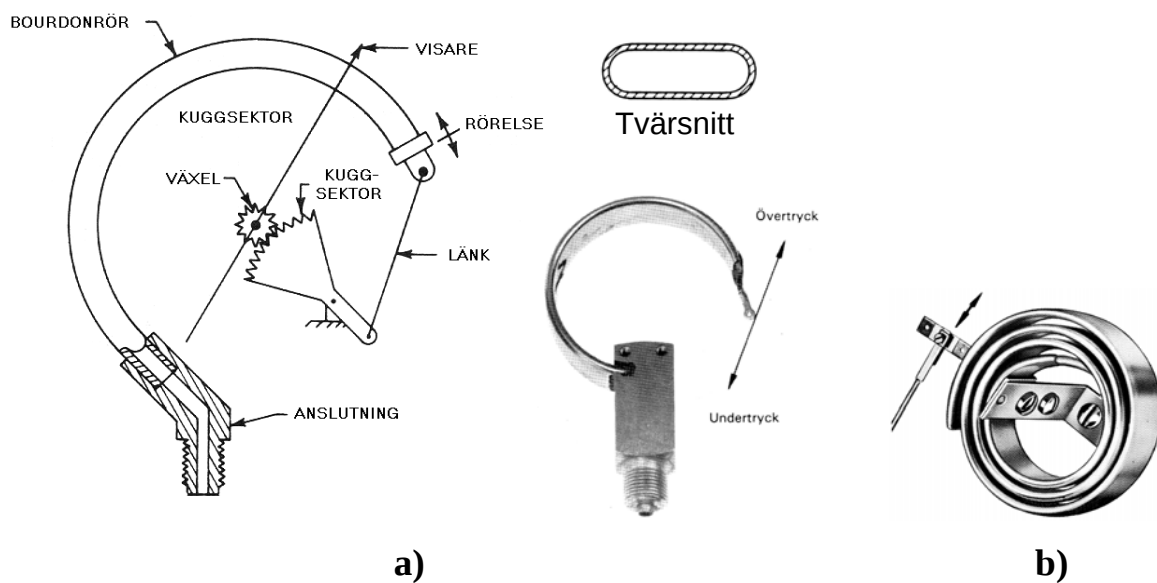
Figur 8. Bälgsmanometrar, både utan och med fjäderbelastning.

riktning, och inte i form av buktning som för membranen. Detta gör att bälgarna klarar betydligt högre tryckskillnader, 50-60 bar, men innebär också att de inte kan mäta för små tryckskillnader.

Både membran och bälgar är ofta försedda med *belastningsfjädrar*. Ett visst läge, d.v.s. en viss utvidgning, för det elastiska elementet innebär att detta vill fjädra tillbaka med en viss kraft, som motsvarar den kraft som tryckskillnaden över elementet utövar. Detta jämviktsläge kan förändras genom att införa en fjäder, vars fjädrande kraft kan verka antingen med eller mot tryckskillnaden. Detta innebär en förskjutning av mätområdet, och om olika fjädrar används, kan ett och samma element alltså mäta i olika tryckintervall.

En av de allra vanligaste manometertyperna är annars *rörfjäder-* eller *Bourdonrörsmanometrar* (se figur 9). Det elastiska elementet i dessa är ett rör med en väldigt platt profil,

som är böjt i en fjädrande båge. Den ena änden är tillsluten och den andra är ansluten till det tryck man vill mäta. Skillnaden mellan trycket inne i röret och trycket i mätkammaren utanför röret innebär att en kraft verkar på rörväggen, ut ifrån röret vid övertryck och in emot röret vid undertryck. Eftersom rörets yta är större i bågens yttre kurva, blir kraften större där, vilket innebär att en ökning av tryckskillnaden kommer att leda till en uträtning av röret, och tvärtom vid en minskning. Det innebär att rörets ände kommer att röra sig, och denna rörelse översätts till en tryckavläsning. Det går att mäta skillnaden mellan två tryck i ett Bourdonrör, men det vanligaste är att mätkammaren är öppen mot atmosfären, och att det därför är övertryck eller undertryck som mäts. Bourdonrör kan användas vid höga tryckskillnader, upp emot 1000 bar eller mer, om rätt material används. Det innebär dock att känsligheten minskar. En variant av rörfjäderelement, som kan kombinera hög känslighet med högt maximitryck, är en *snäckfjäder* (se figur 9b). Istället för en båge är röret böjt i en spiral, vilket innebär att rörelsen, och därmed också utslaget, blir större vid en förändring av trycket.



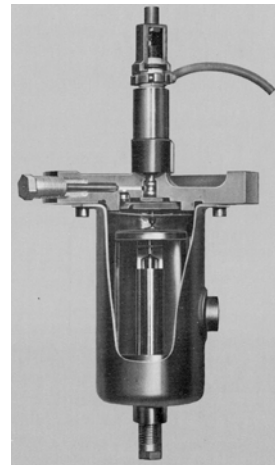
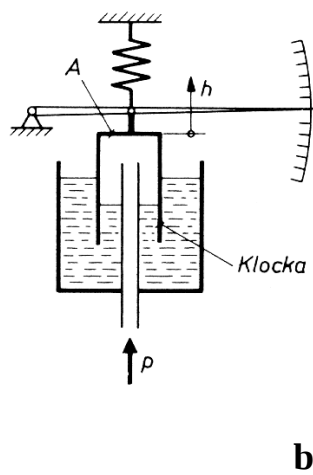
Figur 9. a) *Bourdonröret* (rörfjädern) är ett rör med avplattat tvärsnitt, i en båge som sträcks ut vid övertryck i röret. b) *Snäckfjädern* är en variant böjd till en spiral i stället för en båge.

2.4.4 Övriga anordningar för tryckmätning

Vid mätning av tryckdifferenser kan man använda sig av en *ringvåg* (se figur 10a). Den består av en ringformad behållare med två öppningar för de olika tryckmedierna och en skiljevägg i

övre delen behållaren. I nedre delen av ringen skiljs de olika tryckmedierna av en spärrvätska. Om det uppstår en tryckskillnad, kommer den ena sidan av skiljeväggen att utsättas för en större kraft, vilket leder till en vridning. Denna balanseras av en motvikt, vilket innebär att en viss vridning (ett visst läge) motsvarar en viss tryckdifferens. Byte av motvikt ändrar mätområdet. Spärrvätskan förskjuts, precis som i ett U-rör, men deltar inte i själva utbalanseringen. Valet av vätska för olika mätområden är ändå betydelsefullt, eftersom en alltför stor förskjutning leder till att vätskan går ut i det låga tryckuttaget. Ett stort mätområde kräver alltså en vätska med hög densitet.

För mätning av gas- eller lufttryck i närheten av atmosfärstrycket med god noggrannhet, kan en *klockmätare* användas (se figur 10b). Den består av en klocka nedsänkt i en spärrvätska på så sätt att det bildas en gasficka i klockan. Vid ökat tryck vill klockan lyftas, vilket motverkas



Figur 10. a) Ringvåg för mätning av tryckdifferenser. b) Klockmätare.

av en tryckfjäder, och balansen leder till ett bestämt läge för ett bestämt tryck. Byte av fjäder innebär ändrat mätområde.

För mycket noggranna mätningar vid måttliga till höga tryck, kan en *kolvmätare* användas. Den består i princip av en kolv som belastas med motvikter och fjädrar. När trycket ansluts till trycksidan, pressas kolven uppåt. Hur stor kraft som krävs beror på kolvens och motvikternas tyngd. Vid en viss hoptryckning av fjädrarna, nås en kraftbalans mellan trycket och fjädrarnas motkraft. Reglering av mätområde kan ske genom byte av motvikter eller fjädrar. Genom att fylla tryckanslutningen med olja, som pressas upp genom packningen, kan

man se till att kolven alltid är välsmord och friktionen låg. För att ytterligare minska friktionen roteras kolven med hjälp av en motor. Detta gör att noggrannheten kan bli så hög som 0,1 - 0,001 % av mätvärdet.

Ofta vill man ha en elektrisk signal att bearbeta, exempelvis i ett processdatorsystem. Detta sker oftast genom omvandling av mätutslagen. En mätmetod som direkt ger en elektrisk signal är *motståndsgivarna*, som ändrar elektrisk resistans vid olika tryck. Detta kan mätas med hjälp av en mätbrygga. Trådtöjningsgivare, som bygger på att metallen i givaren ändrar resistans när den töjs ut, är vanlig för att mäta höga tryck. Detta görs genom att mäta utvidgning av ett metallelement, oftast i form av en tunnväggig cylinder, vilken är beroende av trycket. En annan metod är att använda ett element som ändrar resistans (*piezoresistivt*) eller ändrar ledningsförmågan (*piezoelektriskt*) vid sammanpressning. Fördelen med dessa är att de reagerar väldigt snabbt på förändringar, och därmed är bra på att mäta tryck med högfrekventa ändringar.

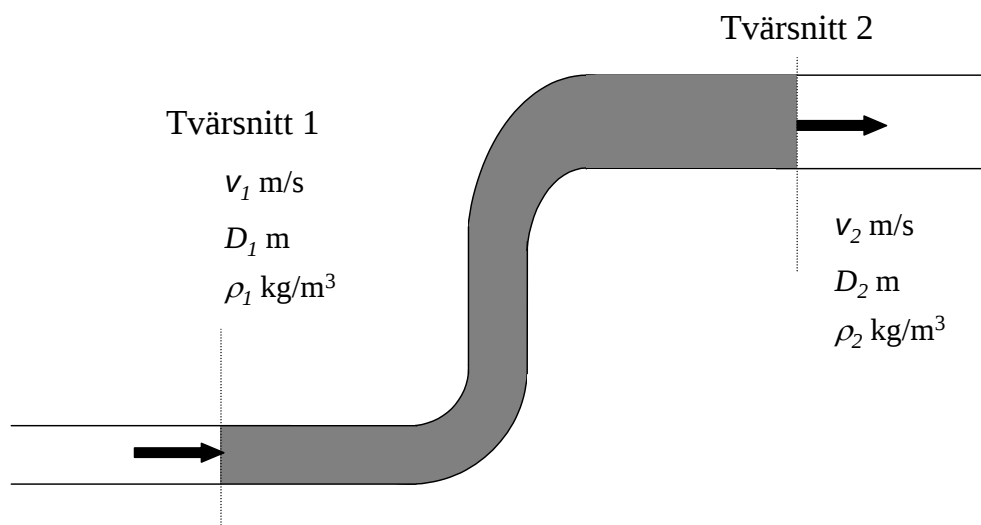
3 Materialbalanser vid strömning: Kontinuitetsvillkoret

För att kunna göra nödvändiga beräkningar för strömningen, är det viktigt att bestämma vilket system man ska räkna på. Material- och energibalanser ställs sedan upp utifrån systemets begränsningar. Eftersom de flesta problem som ska lösas liknar varandra på något sätt, finns det också mer eller mindre standardiserade sätt att ställa upp beräkningarna på, vilket leder till att balanserna har fått egna namn inom strömningsläran: Vid materialbalanserna används *kontinuitetsekvationen* medan man vid energibalanserna ofta använder *Bernoullis ekvation*. För att använda dessa ekvationer, måste dock vissa krav vara uppfyllda.

Vid strömning i rör är det ofta mest praktiskt att välja rörsystemet, eller en del av det, som själva systemet, d.v.s. vi har ett *öppet system* med ett flöde in i och/eller ut ur systemet. Om vi har *stationärt flöde*, d.v.s. konstant flöde, har vi samma flöde in i som ut ur systemet, och ingen ansamling av massa i systemet. Då blir materialbalansen över systemet (med $\dot{m}$ som massflöde):

$$\sum \dot{m}_{in} = \sum \dot{m}_{ut} \quad [12]$$

d.v.s. massflödet är konstant genom systemet. Detta kallas i strömningssammanhang för *kontinuitetsvillkoret*. Villkoret för att denna ekvation ska gälla är alltså att *flödet är stationärt*. Om flödet skulle vara icke-stationärt, kommer en ändring i flödet på väg in i systemet inte att motsvaras av en omedelbar ändring i utflödet (det tar en viss tid för ändringen att färdas



Figur 11. Ett öppet system bestående av en rörsektion begränsad av två tvärsnitt. Vid stationärt flöde är inflödet i tvärsnitt 1 lika med utflödet i tvärsnitt 2.

genom systemet), vilket gör att ekvation [12] inte gäller i det fallet.

Kontinuitetsekvationen är ett väldigt användbart samband, t.ex. om man vill bestämma flödeshastigheten i ett rörsystem med kända dimensioner. Om vi studerar ett enkelt system, en sektion av ett rör med ett inlopp och ett utlopp (se figur 11), kan vi ställa upp kontinuitetsvillkoret för detta system:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad [13]$$

Massflödet är volymflödet multiplicerad med densiteten, vilket ger:

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} \Rightarrow \rho_1 \cdot \dot{V}_1 = \rho_2 \cdot \dot{V}_2 \quad [14]$$

Volymflödet är medelhastigheten för strömningen multiplicerad med tvärsnittsarean:

$$\dot{V} = v \cdot A \Rightarrow \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \quad [15]$$

Detta är en allmän form som gäller för alla system med endast ett inflöde och ett utflöde. Ofta kan man dock göra vissa förenklingar, för att få mer lättanvända former.

Om röret har ett cirkulärt tvärsnitt, kan tvärsnittsarean bytas ut mot diametern:

$$A = \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow \rho_1 \cdot v_1 \cdot D_1^2 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot D_2^2 \quad [16]$$

Om densitet är konstant, så innebär kontinuitetsvillkoret också att volymflödet är konstant.

Detta kallas *inkompressibel strömning*. I de flesta fall kan vätskor antas vara inkompressibla, åtminstone inom rimliga marginaler. Vi får då:

$$v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2 \quad [17]$$

eller, för ett rör med cirkulärt tvärsnitt,

$$v_1 \cdot D_1^2 = v_2 \cdot D_2^2 \quad [18]$$

I fallet att fluiden inte är inkompressibel (t.ex. en gas), måste ekvation [15] eller [16] användas, men vid vätskeströmning används nästan uteslutande ekvation [17] eller [18].

Exempel 1

En vätska strömmar i ett rör som på ett ställe har diametern 100 mm. Medelhastigheten i detta tvärsnitt har mätts upp till 1,3 m/s. Vad blir då hastigheten i ett annat tvärsnitt, där diametern bara är 60 mm? Flödet kan antas vara stationärt.

Lösning:

Kontinuitetsvillkoret för inkompressibel strömning, ekvation [18], ger oss:

$$\frac{v_2}{v_1} = \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2$$

Med $v_1 = 1,3$ m/s; $D_1 = 0,100$ m och $D_2 = 0,060$ m fås:

$$v_2 = 1,3 \cdot \left(\frac{0,100}{0,060} \right)^2 = 3,6 \text{ m/s}$$

Svar: Flödes hastigheten blir 3,6 m/s i detta tvärsnitt.

För system med flera in- eller utlopp, grenat flöde, blir sambanden likartade, men en summering av inlopp respektive utlopp måste göras. Exempelvis blir sambanden för ett system med ett inlopp och två utlopp:

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 + \dot{m}_3 \quad [19]$$

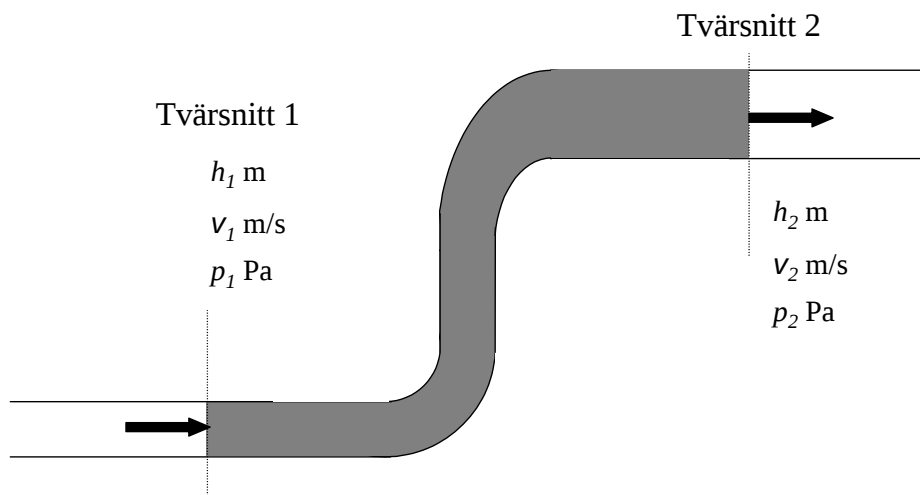
$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 + \rho_3 \cdot v_3 \cdot A_3 \quad [20]$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot D_1^2 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot D_2^2 + \rho_3 \cdot v_3 \cdot D_3^2 \quad [21]$$

Lösningen av ovanstående ekvationer, eller mer komplicerade fall, kräver mer tillgänglig information, men följer i stort sett samma mönster som vid ogrenat flöde. Detta tas dock upp längre fram.

4 Energibalanser vid strömning: Bernoullis ekvation

För att det ska förekomma ett flöde krävs det energi. Denna kan finnas i olika former i själva systemet, eller tillföras utifrån. Det är därför väsentligt att även ställa upp en energibalans. Den grundläggande energibalansen vid strömning har sin utgångspunkt i det arbete som utfördes på 1700-talet av Daniel Bernoulli. I hans verk "Hydrodynamica", publicerat 1738, återfinns den ekvation som numera går under benämningen *Bernoullis ekvation*. Även om det är en förenkling av verkligheten, eftersom den inte tar hänsyn till de förluster som uppstår på grund av inre friktion i fluiden (se kapitel 5), utgör den ändå grunden för i stort sett alla strömningstekniska beräkningar.



Figur 12. Energiflödet genom ett öppet system bestående av en rörsektion begränsad av två tvärsnitt. Vid stationärt flöde är energin i tvärsnitt 1 lika med energin i tvärsnitt 2, förutsatt att vi inte har några förluster i systemet.

4.1 Uppställning av Bernoullis ekvation

Om vi återigen betraktar ett öppet system med ett inlopp och ett utlopp, t.ex. en del av ett rör (se figur 12), kan vi ta fram den enklaste formen av Bernoullis ekvation. Den totala energin hos en fluid kan uttryckas som summan av flera olika energiformer. Många energiformer är ointressanta, antingen för att de ger ett försumbart bidrag till summeringen, eller för att de inte ändras nämnvärt, så det är bara några viktiga former som man måste ta hänsyn till. Om det inte förekommer fasomvandlingar eller temperaturändringar, kan förändringar i den inre

energin i fluiden försummas vid beräkningar på en strömmande fluid. I normala fall är det främst *lägesenergi*, *rörelseenergi* och *tryckenergi* som är relevanta. Dessa kan uttryckas för en bestämd mängd av fluiden enligt följande:

Potentiell energi eller lägesenergi

Det är det arbete som krävs för att lyfta upp fluiden med massan m kg från en referensnivå med energin 0, till höjden h m. Med tyngdaccelerationen, g m/s², fås detta arbete till

$$m \cdot g \cdot h \quad \text{joule (J)}$$

Kinetisk energi eller rörelseenergi

Det är det arbete som krävs för att sätta fluiden i rörelse från stillastående till hastigheten v m/s. Detta arbete är

$$m \cdot \frac{v^2}{2} \quad \text{joule (J)}$$

Tryckenergi

Detta representerar det arbete som i varje tillfälle skulle krävas eller frigöras för att införa fluiden i röret (systemet) utan att förändra dess volym. Detta är ett tryck-volym-arbete (in- eller utpressningsarbete, *flow work*) och kan skrivas som

$$p \cdot V = p \cdot \frac{m}{\rho} \quad \text{joule (J)}$$

Om vi nu antar att det är *stationärt flöde*, d.v.s. en konstant mängd flödar igenom systemet, och att det inte förekommer några förluster i systemet, d.v.s. att strömningen är *friktionsfri*, måste då också den energi som följer med flödet vara konstant, och vi kan sätta upp en energibalans över systemet med hjälp av ovanstående energiuttryck:

$$m \cdot g \cdot h_1 + m \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 \cdot \frac{m}{\rho_1} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \cdot \frac{m}{\rho_2} \quad [22]$$

För vätskor gäller att även *inkompressibelt flöde* kan antas, d.v.s. att densiteten är konstant, och vi får då istället:

$$m \cdot g \cdot h_1 + m \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 \cdot \frac{m}{\rho} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \cdot \frac{m}{\rho} \quad [23]$$

Samtliga termer ovan har enheten för energi, joule (J) eller newtonmeter (N·m). Multiplieras varje term med kvoten ρ/m (vilket är detsamma som att dividera med volymen för fluiden), erhålls följande samband

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \quad [24]$$

Samtliga termer i ovanstående samband har enheten för tryck, Pa eller N/m². De brukar benämnas *höjdtryck*, *dynamiskt tryck* och *statiskt tryck* i den ordning de står här (se kapitel 2.3). Divideras varje term ovan med produkten $\rho \cdot g$ erhålls

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} \quad [25]$$

Här har samtliga termer enheten för längd, m. Här brukar man tala om begreppet *uppforderingshöjd*, vilket kommer sig av att en vanlig tillämpning av strömning förr var att pumpa upp (uppfordra) vatten ur brunnar. Ibland används det förkortade begreppet *höjd*. De ingående termerna kallas, i ovanstående ordning, *geodetisk* (eller *geometrisk*) *höjd* (d.v.s. "vanlig" höjd), *hastighetshöjd* och *statisk tryckhöjd*. Benämningen på den sista termen ska inte blandas ihop med begreppet *statisk uppforderingshöjd*, som är en sammanslagning av den statiska tryckhöjden och den geodetiska höjden, de energiformer som inte beror på flödet genom systemet (statisk = oberoende av flödet).

Alla tre ekvationerna ovan kallas för *Bernoullis ekvation*. Skillnaden mellan dem är bara att ingående termer har olika enheter, J, Pa eller m. Som nämnts gäller denna ekvation bara om flödet är:

- **stationärt**
- **inkompressibelt**
- **friktionsfritt**

De vanligaste formerna av Bernoullis ekvation är de två senare, den med trycktermer (ekvation [24]) och den med höjdtermer (ekvation [25]). För allmän strömningslära är trycktermer det vanligaste sättet, men inom vissa specifika områden, t.ex. i pumpbranschen, är det höjdtermer som är det dominerande sättet att presentera ekvationen. I denna framställning kommer nästan uteslutande formen med trycktermer att användas.

4.2 Härledning av Bernoullis ekvation med hjälp av termodynamikens första huvudsats

Med utgångspunkt från termodynamikens första huvudsats, och med förutsättningarna enligt ovan att strömningen sker stationärt, inkompressibelt och förlustfritt, kan man visa att Bernoullis ekvation inte är något annat än ett specialfall av en energibalans för ett öppet system.

Om vi betraktar en rörsektion som ett öppet system med ett inflöde och ett utflöde (se figur 12), ger första huvudsatsen för stationärt flöde med specifika enheter:

$$q - w = \Delta i + \Delta k.e. + \Delta p.e. \quad \Rightarrow$$

$$q - w + i_1 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 = i_2 + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 \quad [26]$$

(Här används beteckningen i för entalpi, för att inte förväxla den med h för höjd.) Med definitionen för entalpi fås:

$$i = u + p \cdot v \quad \Rightarrow \quad q - w + u_1 + p_1 \cdot v_1 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 = u_2 + p_2 \cdot v_2 + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 \quad [27]$$

(Lägg märke till att v betecknar specifik volym, m^3/kg , till skillnad från v som betecknar hastighet!) I rörsektionen utförs inget arbete, så $w = 0$. Kvar finns ändå termer med värmeöverföring q och inre energi u . För att hantera dessa kan vi byta perspektiv ett tag. Om vi betraktar en konstant fluidmängd som passerar genom rörsektionen har vi ett slutet system (fluidmängden). Om strömningen är förlustfri, måste värmeöverföringen från detta system vara detsamma som för en reversibel process, d.v.s.

$$q = q_{rev} = \int_1^2 T \cdot ds \quad [28]$$

För ett slutet system gäller

$$T \cdot ds = du + p \cdot dv \Rightarrow q = \int_1^2 (du + p \cdot dv) = \int_1^2 du + \int_1^2 p \cdot dv \quad [29]$$

Om vi har en inkompressibel fluid är $dv = 0$, vilket ger

$$q = \int_1^2 du = u_2 - u_1 \quad [30]$$

Insättning av ekvation [30] i ekvation [27] ger nu

$$\begin{aligned} u_2 - u_1 + u_1 + p_1 \cdot v_1 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 &= u_2 + p_2 \cdot v_2 + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 \Rightarrow \\ p_1 \cdot v_1 + \frac{v_1^2}{2} + g \cdot h_1 &= p_2 \cdot v_2 + \frac{v_2^2}{2} + g \cdot h_2 \end{aligned} \quad [31]$$

Denna ekvation kan lätt överföras till ekvation [24] genom division med specifika volymen v (vilket är detsamma som multiplikation med densiteten ρ), d.v.s. det är en annan form av Bernoullis ekvation.

4.3 Användning av Bernoullis ekvation

En energibalans med hjälp av Bernoullis ekvation kan användas på flera sätt för att få fram önskad information om strömningen. Hur användbar ekvationen blir, beror mycket på vilket system betraktas. Detta väljs lämpligen så att *systemgränserna*, d.v.s. de tvärsnitt som strömningen sker genom, på ett så bra sätt som möjligt använder tillgänglig information och samtidigt ger möjlighet att bestämma den önskade informationen. Det är också eftersträvaransvärt att välja systemgränser som ger så enkla samband som möjligt, d.v.s. där så många som möjligt av termerna ska vara försumbara.

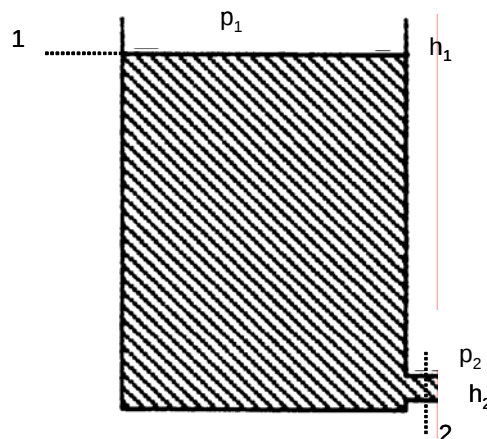
Vätskeytor kan ofta vara lämpliga som systemgränser, eftersom det statiska trycket där är lika med lufttrycket (eller gastrycket) ovanför ytan. Är ytan tillräckligt stor, t.ex. i en tank eller annan stor behållare, är strömningshastigheten i ytan oftast försumbar.

Utlopp från rör, eller liknande, är också lämpliga i många sammanhang, eftersom det statiska trycket där är lika med omgivningens lufttryck, och att strömningshastigheten fortfarande går att bestämma med hjälp av kontinuitetsekvationen om utloppets diameter är känd.

Om referensen för höjdtermerna inte bestäms av andra anledningar, är det lämpligt att välja den lägsta av höjderna som referens. Detta innebär att den ena termen försvinner, eftersom referenshöjden alltid sätts till 0.

Exempel 2

I en öppen tank, fylld med vatten, finns en öppning genom vilken vattnet strömmar ut (se figur 13). Nivån på vattenytan i tanken ligger 3 m över öppningen. Hur hög blir hastigheten på det utströmmande vattnet, om strömningen är förlustfri? Vad skulle hastigheten bli om tanken istället var fylld med trögflytande olja?



Figur 13. Val av systemgränser och beteckningar vid utflöde från en tank.

Lösning:

Det mest naturliga valet av systemgränser är vattenytan i tanken och ett tvärsnitt precis utanför öppningen. Bernoullis ekvation ([24]) blir

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2$$

I detta uttryck kan nu försumningar göras:

Vid tankens yta är hastigheten försumbar $\Rightarrow v_1 = 0$

Vid ytan i tanken är det samma tryck som vid utloppet, eftersom tanken är öppen

$$\Rightarrow p_1 = p_2$$

Höjden vid öppningen väljs som referens $\Rightarrow h_2 = 0$ och $h_1 = 3$ m

Vi får nu

$$\rho \cdot g \cdot h_1 = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2}$$

Division med densiteten ger

$$g \cdot h_1 = \frac{v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h_1} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 3} = 7,7 \text{ m/s}$$

I och med att uttrycket ovan är oberoende av densiteten blir resultatet detsamma för både vattnet och den trögflytande oljan.

Svar: Strömningshastigheten i öppningen blir 7,7 m/s (för både vatten och olja).

I exemplet ovan kan man se en av svagheter med Bernoullis synsätt, d.v.s. att strömning sker förlustfritt. Att trögflytande olja skulle rinna ut lika snabbt som vatten, är ju något som motsägs av vår egen erfarenhet (eller ett lätt utfört experiment). Det hindrar inte att Bernoullis ekvation ändå är mycket användbar, främst på grund av att den ger ett bra grepp om vilka parametrar som spelar störst roll vid strömningen. Genom modifiering av den, kan även inverkan av förluster tas med (se kapitel 8).

5 Fluider och viskositet

En viktig egenskap vid strömning är viskositeten, som är en materialegenskap hos en fluid. Denna talar om för oss hur lätt (eller svårt) det är för en viss fluid att strömma, t.ex. genom ett rör. För att studera viskositeten, måste vi börja med att se lite närmare på vad en fluid är.

Fluid är det gemensamma namnet på vätskor och gaser, och som ordet säger är det ett material som kan flyta. Det finns dock även material som inte självklart är vätska eller gas, men ändå räknas som fluider under vissa förutsättningar. Det som skiljer fluider från fasta ämnen, är att *deras form förändras då de utsätts för skjuvspänning*. Många material kan vara flytande om bara tillräckligt höga skjuvspänningar appliceras. Definitionsmässigt är t.ex. glas en fluid, även om förändringen av formen går långsamt. I praktiska situationer tillhör det dock undantagen att man betraktar glas som något annat än ett fast ämne. Däremot är t.ex. deg en fluid.

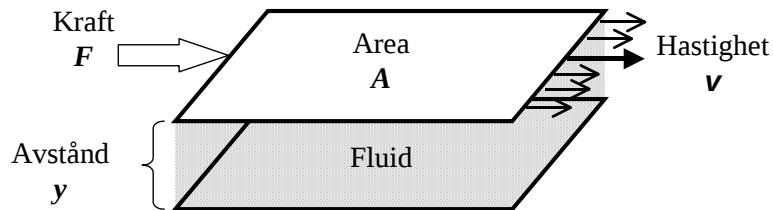
Viskositeten är den egenskap som beskriver flödesmotståndet hos en fluid. Den skiljer sig mycket mellan olika ämnen (se Tabell 1) och beror på många parametrar, framförallt inre egenskaper i fluiden, som exempelvis krafter mellan molekyler i fluiden, men även yttre faktorer påverkar viskositeten, bl.a. tryck och temperatur. Den som har köpt motorolja är kanske medveten om att vissa oljor är mer viskösa än andra, och att viskositeten är beroende av temperaturen. För alla gaser och enkla lågmolekylära vätskor är dock viskositeten konstant om tryck och temperatur hålls konstanta. Sådana fluider kallas *newtonska*, eftersom de följer *Newtons viskositetslag*.

Tabell 1. Viskositeten för några vanliga material vid rumstemperatur. (*Barnes, m.fl.: An introduction to Rheology*)

Fluid	Ungefärlig viskositet (Pa·s)
Glas	10^{40}
Asfalt	10^8
Polymersmälta	10^3
Sirap	10^2
Flytande honung	10^1
Glycerol	10^0
Olivolja	10^{-1}
Vatten	10^{-3}
Luft	10^{-5}

5.1 Newtons viskositetslag

Betrakta en newtonsk fluid, antingen en gas eller en vätska, som befinner sig mellan två stora parallella plattor, vardera med arean $A \text{ m}^2$ (se figur 14). Avståndet mellan plattorna är förhållandevis litet, $y \text{ m}$. Den undre plattan är stilla, medan den övre rör sig med konstant



Figur 14. En fluid mellan två plattor, varav den ena rör sig, utsätts för skjuvning.

hastighet, $v \text{ m/s}$. För denna rörelse krävs en konstant kraft, $F \text{ N}$. Eftersom detta innebär *skjuvning* av fluiden, brukar kraften F kallas *skjuvkraft*.

Kraften F bör vara direkt proportionell mot arean A och även mot hastigheten v . Den är dock omvänt proportionell mot avståndet y , vilket kan förklaras med den "smörjande" effekten hos fluiden. Ju mer fluid det är mellan plattorna, desto mindre blir friktionen mellan dem. Detta leder till uttrycket:

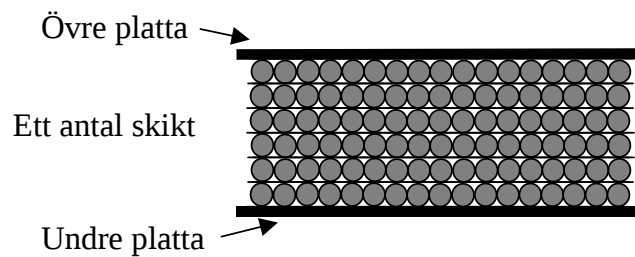
$$F = \text{konstant} \cdot \frac{A \cdot v}{y} \quad [32]$$

Detta samband definierar begreppet viskositet. Konstanten kallas den *dynamiska viskositeten* och brukar betecknas med μ (my) eller η (eta). Beteckningen "dynamisk" är för att den har med rörelse att göra. I en del utländsk litteratur, framförallt amerikansk, kallas den även *absolut viskositet*. Om vi sätter in viskositeten som konstanten i [1] och skriver om ekvationen, fås:

$$\frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{v}{y} \quad [33]$$

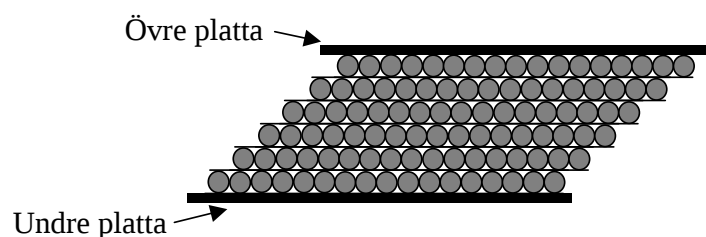
Uttrycket F/A , skjuvkraften per areaenhet, brukar kallas *skjuvspänning* och betecknas ofta med τ (tau).

En mycket förenklad modell kan hjälpa till att förklara begreppet viskositet. Fluiden mellan plattorna, t.ex. vatten, består av ett stort antal små partiklar, molekyler eller molekylpaket. Mellan dessa finns mer eller mindre svaga attraktionskrafter. När den övre plattan är still, befinner sig dessa partiklar i någorlunda stillhet. Enligt den förenklade modellen kan partiklarna sägas utgöra ett antal skikt, laminat, i fluiden (se figur 15).



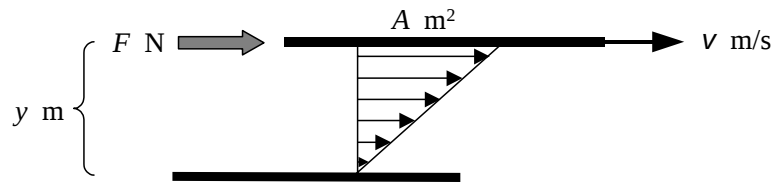
Figur 15. Fluiden mellan de två plattorna kan beskrivas som skikt bestående av fluidelement. Elementen är stilla när plattorna inte rör sig.

När den övre plattan rör sig med hastigheten v , uppstår en skiktad (laminär) rörelse hos fluiden (se figur 16). Skiktet närmast den övre plattan rör sig med i stort sett samma hastighet som den plattan, medan skiktet närmast den undre stillastående plattan är stilla. Skikten däremellan rör sig med en linjär hastighetsprofil, d.v.s. hastigheten i ett skikt är linjärt beroende av avståndet från det stillastående skiktet (se figur 17).



Figur 16. Fluidskikten rör sig sinsemellan, när den övre plattan börjar röra sig.

En linjär profil kan också uttryckas som att hastighetsgradienten är konstant. En gradient är en skillnad i en viss egenskap mellan två olika punkter i förhållande till avståndet mellan punkterna. Hastighetsgradienten är alltså skillnaden i hastighet mellan två olika skikt dividerat med avståndet mellan skikten, eller:



Figur 17. Hastighetsprofilen i fluiden vid laminär (skiktad) strömning mellan den undre fasta och den övre rörliga plattan. Pilarnas storlek är proportionell mot de olika skiktens hastighet.

$$\text{Hastighetsgradienten} = \frac{\Delta v}{\Delta y} \quad \text{eller} \quad \frac{dv}{dy} \quad [34]$$

Det andra uttrycket, differentialformen, som kan sägas vara hastighetsskillnaden mellan två närliggande skikt (med oändligt litet avstånd, dy m), brukar kallas *skjuvhastighet*, eftersom skjuvning uppstår när de två skikten rör sig med sinsemellan olika hastigheter.

Skjuvhastigheten är alltså längdderivatan av skiktens hastighet, och har därför inte enheten m/s, utan bara 1/s (ibland uttryckt som s^{-1}). Om skjuvhastigheten är konstant, är hastighetsprofilen linjär, och differentialen kan ersättas med v/y . Lutningen på profilen är beroende av viskositeten. Detta kan man se genom att skriva om ekvation [33] i differentialform:

$$\frac{F}{A} = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \Rightarrow \frac{dv}{dy} = \frac{\mu}{F/A} \quad [35]$$

Viskositeten kan sägas vara ett mått på den inre friktionen mellan de olika skikten i fluiden, d.v.s. mellan partiklarna. Ju större friktion mellan partiklarna, desto större kraft måste till för att flytta skikten i förhållande till varandra. Definitionen av den dynamiska viskositeten enligt Newtons viskositetslag blir alltså:

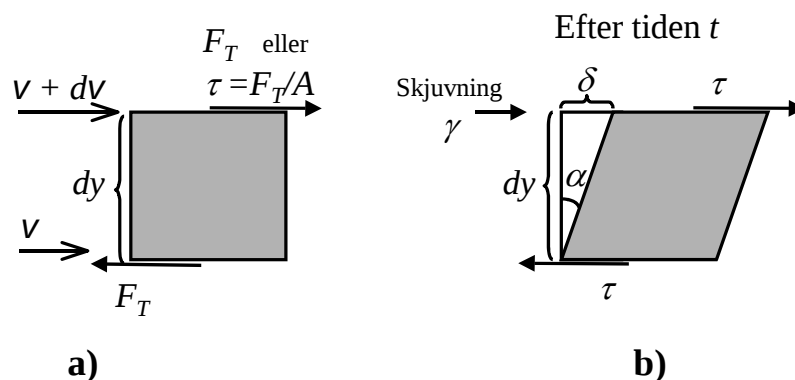
$$\mu = \frac{\text{Skjuvspänning}}{\text{Skjuvhastighet}} \quad \text{eller} \quad \mu = \frac{F/A}{dv/dy} \quad [36]$$

Observera att denna definition bara gäller för newtonska fluider, d.v.s. där viskositeten är konstant. När uttrycket ovan används för icke-newtonska fluider, får man istället en *skenbar viskositet*, även om man av bekvämlighet oftast bara kallar den "viskositet".

5.2 Krafter på ett fludelement vid strömning

Ett annat sätt att ta fram Newtons viskositetslag är att se på de krafter som verkar på ett fludelement, framförallt de som verkar längs ytan (tangentialkrafter). Vi har redan studerat krafterna på ett fludelement i vila och normalkrafter (krafter rakt mot ytan) på ett element i rörelse (se kapitel 2.2).

Om fludelementet, eller dess omgivning, rör sig, uppstår tangentialkrafter, eftersom elementet måste övervinna friktionen mot den omgivning som ska passeras. Om



Figur 18. a) Skjuvkrafter (tangentialkrafter) på ett fludelement med olika flödeshastigheter på motstående sidor om elementet. b) Deformationen av elementet som uppstår efter en viss tid, t .

fludelementet rör sig i en laminär strömning i ett skikt med ett snabbare skikt ovanför och ett långsammare (eller stillastående) skikt under, innebär friktionen att motriktade skjuvkrafter uppstår på över- och undersidan av elementet. Detta gör att det deformeras. I figur 18 beskrivs detta för ett fall med flödeshastighet i x -riktning och hastighetsprofil i y -riktning. (Det är onödigt att ta med z -riktningen i det fallet, eftersom det kan antas vara likformigt i den riktningen.) Skjuvkraften per areaenhet kallas skjuvspänning, med beteckningen τ och enheten Pa. Observera att även om det är samma enhet som trycket, är det inte samma fenomen, bara närbesläktat.

Skjuvningen, här betecknad γ , kan sägas vara ett relativt mått på deformationen, uttryckt som förskjutningen i en riktning (x -led, strömningsriktningen), här betecknad δ , i förhållande till avståndet i en riktning som är vinkelrätt mot förskjutningen (y -led). Den kan också beskrivas med hjälp av *skjuvningsvinkeln* α . Med figurens beteckningar får vi:

$$\gamma = \frac{\delta}{dy} = \tan \alpha \quad [37]$$

Hur stor deformation en viss skjuvkraft eller skjuvspänning åstadkommer, beror på friktionen mellan skikten och hur snabb deformationen är. Detta kan uttryckas i Newtons viskositetslag med hjälp av viskositeten (friktionen) och skjuvhastigheten, $d\gamma/dt$ eller $\dot{\gamma}$, som:

$$\tau = \frac{F_T}{A} = \mu \cdot \dot{\gamma} \quad [38]$$

Att detta är samma uttryck som ekvation [36], kan ses genom följande resonemang.

Skjuvhastigheten kan uttryckas som hastigheten hos den relativa förskjutningen.

Förskjutningens hastighet, $d\delta/dt$, beror på skillnaden i flödeshastighet mellan två närliggande skikt (se figur 18), vilket ger:

$$\dot{\gamma} = \frac{d\delta/dt}{dy} = \frac{(v + dv) - v}{dy} = \frac{dv}{dy} \quad [39]$$

Användning av beteckningen $\dot{\gamma}$ ger ett mer generellt uttryck, som inte är beroende av att strömningen sker i en plan geometri. I fortsättningen kommer dock den lika vanliga beteckningen dv/dt att användas.

5.3 Olika viskositetsbegrepp och enheter

Enheten för *dynamisk viskositet* erhålls ur sambanden ovan, exempelvis ekvation [36] enligt:

$$[\mu] = \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m/s}} \right] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] = [\text{Pa} \cdot \text{s}] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right] \quad [40]$$

Viskositeten kan alltså anges på tre sätt: $\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$, $\text{Pa} \cdot \text{s}$ och $\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$. Alla innehåller dock grundenheter i SI och mätetalet blir följaktligen detsamma. Vanligast i tekniska sammanhang är $\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$, men $\text{Pa} \cdot \text{s}$ (uttalat pascalsekund) blir allt vanligare. I det gamla enhetssystemet, CGS (står för centimeter-gram-sekund, motsvarande SI-systems meter-kilogram-sekund), är enheten för viskositet $\text{g}/\text{cm} \cdot \text{s}$, vilken har fått namnet poise, P. Ofta gavs viskositetsdata i hundradels poise, och det kallas då centipoise, cP. Enheten var praktisk eftersom vatten av 20°C har viskositeten 1,0 cP, vilket gör att man har lätt att känna igen om en fluid är mer eller

mindre lättflytande än vatten bara genom att se på viskositeten uttryckt i cP. (Av motsvarande anledning kan viskositeten uttryckas i mPa·s) Följande samband gäller:

$$1 \text{ cP} = 0,01 \text{ Pa} = 0,001 \text{ kg/m}\cdot\text{s} (= 1 \text{ mPa}\cdot\text{s}) \quad [41]$$

När begreppet viskositet används, är det viktigt att påpeka vilken viskositet som menas. Inom strömningslära är det vanligtvis den dynamiska viskositeten med SI-enheten kg/m·s. I andra sammanhang används ofta den *kinematiska viskositeten*, betecknad med ν (ny) och enheten m²/s. Sambandet mellan kinematisk och dynamisk viskositet är en faktor, densiteten, enligt:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [42]$$

Allmänt kan sägas att den kinematiska viskositeten är en bättre beskrivning av fenomenen på molekylnivå, oberoende av densiteten, medan den dynamiska viskositeten ofta ligger närmare tekniska tillämpningar. Beroende på i vilket sammanhang man ska använda viskositeten, är den ena eller andra formen mest användbar. Förutom i mer teoretiska modeller, används den kinematiska viskositeten mycket i sammanhang där funktionen är mer oberoende av fluidens densitet, exempelvis för oljor.

I CGS-systemet är enheten för kinematisk viskositet cm²/s, vilket är detsamma som stoke, St. Vanligen används hundradels stoke, vilket blir centistoke, cSt. Anledningen till detta är, precis för cP, att kinematiska viskositeten för vatten vid 20°C är ungefär 1 cSt. Inom oljeindustrin är kinematiska viskositeten i cSt ett vanligt begrepp. Sambandet mellan CGS-enheter och SI är:

$$1 \text{ cSt} = 0,01 \text{ St} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad [43]$$

För motorolja används också SAE plus en siffra som ett mått på viskositeten. En motorolja med beteckningen SAE 20W har en kinematisk viskositet mellan 2600 cSt och 10400 cSt vid -18°C. Ett lägre nummer i SAE-serien betyder att en olja är tunnare, d.v.s. har lägre viskositet. Bokstaven W efter numret anger att oljan är lämplig för vinterbruk.

Det finns ytterligare gamla viskositetsenheter, t.ex. Englergrader och Sayboltsekunder, vilka hänför sig till speciella apparater för mätning av viskositeten. I många tabellverk finns beskrivet hur dessa räknas om till andra enheter, om man skulle behöva det.

5.4 Viskositetens temperaturberoende

I Tabell 2 visas den dynamiska viskositeten för några olika fluider. Som synes sjunker viskositeten för vatten när temperaturen stiger. Detta är allmänt för vätskor, eftersom viskositeten är ett mått på inre friktion. Friktion uppstår när det finns krafter som strävar efter att hålla fast eller på annat sätt bromsa upp en rörelse. I vätskor finns det mer eller mindre starka krafter mellan molekylerna: Londonkrafter, dipol-dipol-bindningar och vätebindningar. De svagaste krafterna är Londonkrafterna, som uppstår mellan alla typer av molekyler. De är beroende av hur stora molekylerna är, och för små molekyler är dessa

Tabell 2. Viskositeten för några olika fluider vid olika temperaturer. (Källa: *Handbook of Chemistry*)

	Viskositet (mPa·s)			
	0°C	25°C	50°C	75°C
Vatten	1,793	0,890	0,547	0,378
Eter	0,283	0,224		
Glycerol	12,1·10 ³	954		
Butylbensen (C ₁₀ H ₁₄)		0,950	0,683	0,515
Luft	0,0171	0,0184	0,0196	0,0207

krafter ofta väldigt små. Dipol-dipol-bindningar, som är något starkare, finns bara i polära vätskor och de starkaste av dessa krafter, vätebindningarna, finns bara om rätt förutsättningar (exempelvis OH-grupper i molekylerna) existerar. För att få vätskepartiklarna att röra sig, måste dessa krafter övervinnas, d.v.s. en viss *aktiveringsenergi* (E_a) måste tillföras. Ju högre temperaturen i vätskan är, desto lättare blir det att nå upp till denna aktiveringsenergi, eftersom högre temperatur innebär en högre rörelseenergi hos molekylerna. Beroendet av temperaturen kan ungefärligen beskrivas med proportionaliteten:

$$\mu \propto e^{\frac{E_a}{R \cdot T}} \quad \text{eller} \quad \mu = \text{konstant} \cdot e^{\frac{E_a}{R \cdot T}} \quad [44]$$

Observera att det är *absolut temperatur*, i Kelvin, som ska användas i ekvationen.

Vatten innehåller mycket vätebindningar, som bidrar till viskositeten. För eter, som har svagare bindningar mellan molekylerna, är viskositeten lägre än för vatten, trots att molekylerna är större. Glycerol har högre viskositet än vatten, eftersom det finns

vätebindningar, precis som för vatten, och att glycerolmolekylen dessutom är betydligt större, vilket även gör att de storleksberoende Londonkrafterna är större. Den största molekylen, butylbensen, är ett rent, opolärt kolväte, och har därför enbart Londonkrafter. Därför blir viskositeten betydligt lägre än för glycerol, väldigt nära viskositeten för vatten. Viskositeten för butylbensen minskar dock inte lika mycket som för vatten när temperaturen ökar.

Viskositeten för ett ämne beror alltså inte bara på styrkan i själva bindningen mellan molekylerna, utan också på storleken, eller mängden av bindningar. En stor molekyl med många svaga bindningar kan ge högre viskositet än en liten molekyl med starka. Däremot syns styrkan i bindningen mera direkt i viskositetens temperaturberoende. Detta kan man studera med hjälp av en s.k. *van't Hoff-kurva*, där logaritmen av viskositeten ($\ln \mu$) avsätts mot inversen av absoluta temperaturen ($1/T$).

Om högra delen av ekvation [44] logaritmeras, fås:

$$\ln \mu = \ln(\textit{konstant}) + \frac{E_a}{R \cdot T} = \textit{konstant} + \frac{E_a}{R} \cdot \frac{1}{T} \quad [45]$$

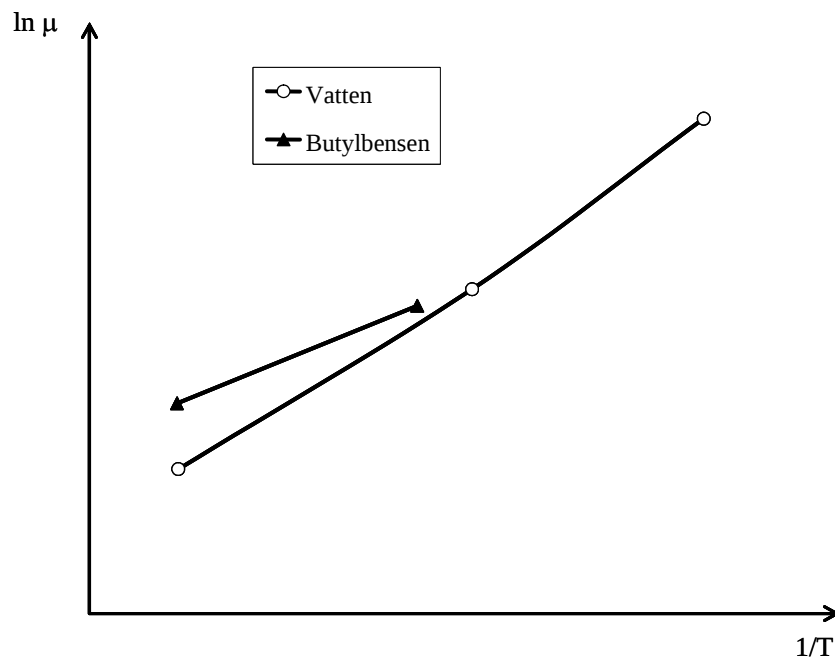
Deriveras detta uttryck m.a.p. $1/T$ fås:

$$\frac{d(\ln \mu)}{d\left(\frac{1}{T}\right)} = \frac{E_a}{R} \quad [46]$$

Detta säger oss att ur lutningen för en kurva i ett *van't Hoff* -diagram, kan vi få aktiveringsenergin, eller bindningsstyrkan, i en vätska. I Figur 19 visas kurvorna för vatten och butylbensen. De starka vätebindningarna ger brantare lutning, d.v.s. ett större temperaturberoende hos viskositeten, för vatten än för butylbensen, med sina svagare krafter.

För luft liksom för andra gaser ökar istället viskositeten med temperaturen. Mellan gasmolekylerna råder inga bindningar och i stort sett inga krafter mellan molekylerna, utan det enda som kan leda till en inbromsning, d.v.s. friktion, är *kollisioner* mellan molekylerna. När temperaturen ökar, ökar molekylernas hastighet och därmed kollisionerna dem emellan, vilket leder till ökad inre friktion. Den ungefärliga proportionaliteten är:

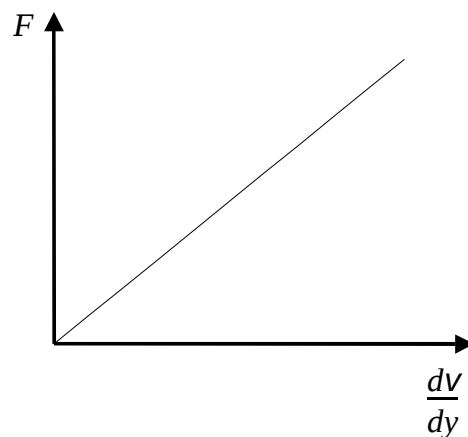
$$\mu \propto T^{1/2} \quad \text{eller} \quad \mu = \textit{konstant} \cdot T^{1/2} \quad [47]$$



Figur 19. Ett van't Hoff-diagram för vatten och butylbensen. Den brantare lutningen för vatten-kurvan visar på starkare bindningar mellan vattenmolekylerna än mellan butylbensenmolekylerna.

5.5 Icke-newtonska fluider

Alla ämnen i Tabell 1 följer inte Newtons viskositetslag. De ämnen den gäller för, *newtonska fluider*, är alla gaser och enkla lågmolekylära vätskor. Avsätts skjuvkraften F som funktion av skjuvhastigheten dv/dy i ett diagram, en s.k. *flytkurva*, fås kurvan i figur 20 nedan, d.v.s. en rät linje som går genom origo, om fluiden är newtonsk.



Figur 20. Sambandet mellan skjuvhastighet och skjuvkraft för en newtonsk fluid.

Icke-newtonska fluider avviker av olika orsaker från detta beteende. Det är en mängd olika faktorer som kan förekomma, men det samlande är att krafterna mellan molekylerna är mer eller mindre komplexa. Det kan exempelvis vara väldigt stora molekyler som kan "trassla in sig" i varandra. Man brukar säga att dessa fluider har *struktur*, d.v.s. de är mer ordnade än vanliga vätskor. Detta leder till att krafterna mellan molekyler och partiklar i vätskan påverkas om fluiden utsätts för skjuvkrafter, vilket med andra ord kan uttryckas som att *viskositeten är skjuvhastighetsberoende*.

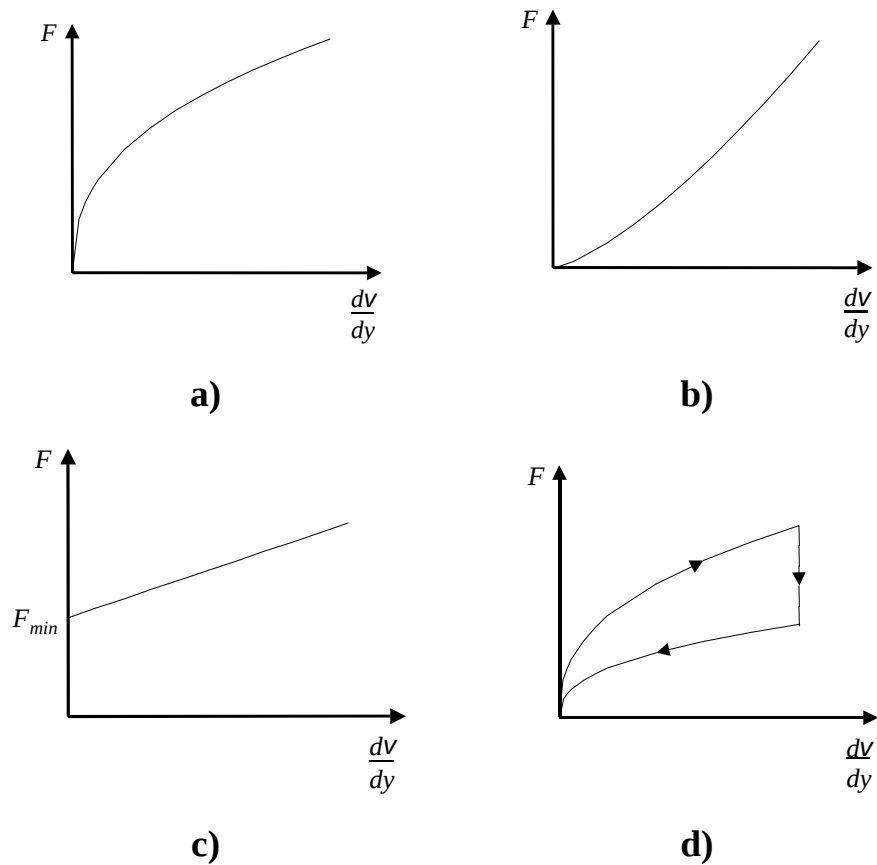
Skjuvningen påverkar de icke-newtonska fluiderna på olika sätt, och man kan dela in fluiderna efter hur dom påverkas. Man brukar dela in dom i *tidsberoende* och *tidsberoende* avvikelser. Strukturen i fluiden byggs upp eller bryts ner av en ökande kraft. Vad som händer är beroende av vilka krafter som ligger bakom att strukturen upprätthålls. Om en ökande skjuvkraft leder till att dessa krafter minskar är det nedbrytande av strukturen, skjuvtunning, och om krafterna ökar är det uppbyggande av strukturen, skjuvförtjockning. Det är alltså en kraftjämvikt som bestämmer beteendet. För fluider med tidsberoende beteende ställer denna jämvikt in sig väldigt snabbt. Om jämviktsinställelsen är långsam talar man istället om tidsberoende avvikelser. Typiskt för de tidsberoende fluiderna är också att en viss skjuvhastighet alltid ger samma effekt på egenskaperna, medan de tidsberoende fluidernas egenskaper är mycket mer beroende av hur skjuvningen har gått till innan denna skjuvhastighet har nåtts.

Fluiderna med *tidsberoende* avvikelser kan delas in efter hur dom påverkas av skjuvningen:

Pseudoplastiska fluider (figur 21a) uppvisar ett *skjuvtunnande* beteende. Hos dessa fluider minskar viskositeten när skjuvkraften ökar. Den struktur som finns i fluiden bryts ner av den ökade skjuvkraften. Majoriteten av icke-newtonska fluider tillhör denna grupp. Exempel på sådana är vattensuspensioner av cellulosa fibrer, smältor av polymerer och vanlig målarfärg.

Dilatanta fluider (figur 21b) har ett *skjuvförtjockande* beteende. De kräver en relativt liten kraft för att sättas i rörelse, men ökar kraften, ökar inte rörelsen lika mycket, d.v.s. den inre friktionen, viskositeten, ökar när kraften ökar. Här byggs strukturen i fluiden upp av en ökande kraft. Exempel på dilatanta fluider är stärkelselösning, deg och kvicksand.

Gemensamt för många pseudoplastiska och dilatanta fluider är att de kan beskrivas (något förenklat) med följande exponentuttryck, och kallas därför ”power-law”-fluider (”power” betyder i detta fall exponent):



Figur 21. Samband mellan skjuvkraft och skjuvhastighet för a) en pseudoplastisk fluid b) en dilatant fluid c) en Bingham-plastisk fluid och d) en tixotrop fluid.

$$\tau = k \cdot \dot{\gamma}^n \quad (\text{eller} \quad \frac{F}{A} = k \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)^n) \quad [48]$$

I denna ekvation innebär $n = 0$ att vi har Newtons viskositetslag, och då blir $k = \mu$. Om n är mindre än 1 är fluiden pseudoplastisk, och om n är större än 1 är fluiden dilatant.

Ser sambandet mellan skjuvhastighet och skjuvkraft ut enligt figur 21c, kallas de *Bingham-plastiska*. Sådana fluider (och andra typer av plastiska fluider) kräver, p.g.a. starka krafter mellan de stillastående molekylerna en viss minimikraft innan de börjar röra sig. Dessa krafter finns däremot inte kvar när fluiden börjar röra sig, och kurvan följer därefter ett

newtonskt samband. Detta brukar kallas att de har en *flytgräns*, $\tau_{\min}$, och kan beskrivas med ekvationen:

$$\tau - \tau_{\min} = k \cdot \dot{\gamma} \quad (\text{eller} \quad \frac{F - F_{\min}}{A} = k \cdot \left(\frac{dv}{dy} \right)) \quad [49]$$

Exempel på Bingham-plastiska fluider är tjära och många vattensuspensioner, såsom avloppsslam och kalkslam.

Det finns även andra typer av plastiskt beteende. Det är inte ovanligt att flytkurvan, efter att fluiden börjar röra på sig, uppvisar ett mera pseudoplastiskt beteende. I väldigt många fall är det också svårt att avgöra när ett material börjar flyta, eftersom rörelsen i fluiden ökar gradvis från nästan stillastående. I sådana sammanhang är det därför inte ovanligt att man definierar flytgränsen som den kraft som krävs för att få fluiden att röra sig med en viss (väldigt låg) skjuvhastighet.

De tidsberoende avvikelserna kan huvudsakligen beskrivas som *tixotropa* (tidsberoende nedbrytning, se figur 21d) eller *reopektiska* (tidsberoende uppbyggande).

Ett tixotropiskt ämne uppvisar ett samband som påminner om pseudoplastiska fluider när skjuvhastigheten ökar, men om skjuvningen sedan hålls konstant sjunker plötsligt den behövliga skjuvkraften. Nedbrytningen av strukturen har inte uppnått ett jämviktsläge under ökningen, men om skjuvningen hålls konstant tillräckligt länge kommer detta till slut att uppnås. Minskar skjuvhastigheten, följer sambandet den nedre kurvan. Minskad (eller helt försvunnen) skjuvning innebär att strukturerna kan börja byggas upp igen, men uppbyggnaden är lika långsam som nedbrytningen. Att sambanden för ökande skjuvning och minskande skjuvning inte följer samma kurva kallas att det är en *hysteresseffekt*. Upphör skjuvkraften helt, återgår fluiden med tiden till den ursprungliga strukturen. Tixotrop målarfärg är ett exempel, liksom vanlig lera, ketchup och majonnäs.

Ett reopektiskt ämne uppvisar samma beteende, men nu i jämförelse med en dilatant fluid. Vid konstant skjuvning byggs strukturen upp, och den nödvändiga skjuvkraften ökar. Vid minskad skjuvning följer sambandet en kurva som ligger över den som gällde för ökningen, d.v.s. den uppvisar också hysteresseffekt.

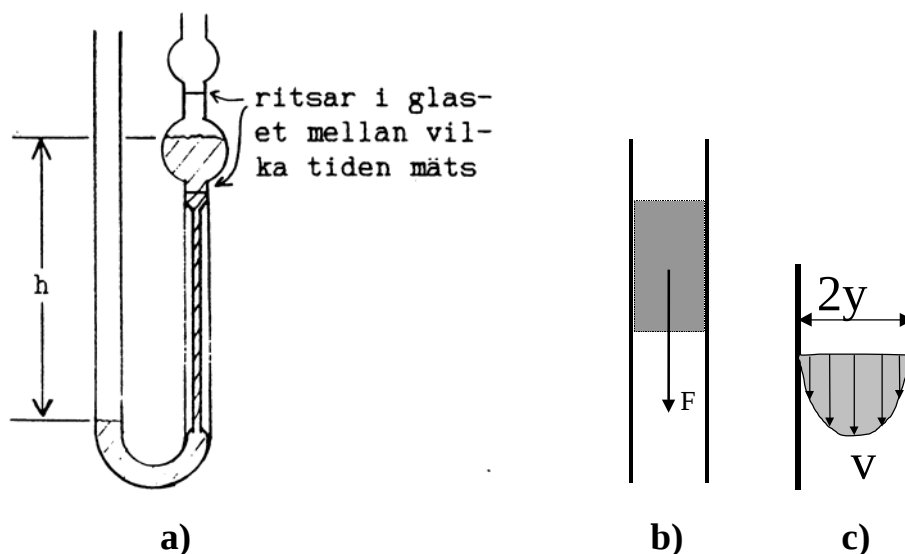
5.6 Mätning av viskositet

Apparatur för mätning av viskositeten kallas *viskosimetrar*. Det är oftast viskositeten för vätskor som mäts i dessa utrustningar, eftersom viskositeten för gaser ofta följer teoretiska samband med god överensstämmelse och sällan behöver mätas för tekniska ändamål. Vilket instrument som används beror på många faktorer, exempelvis vilket viskositetsintervall vätskan hamnar i.

5.6.1 Kapillärviskosimeter

Lågviskösa vätskor mäts ofta i *kapillärviskosimetrar*, exempelvis Ostwaldviskosimetern (se figur 22a). Metoden går ut på att mäta tiden det tar för en given volym att strömma genom ett kapillärrör. Detta ger ett samband mellan en skjuvkraft och en skjuvhastighet som ger ett värde på viskositeten enligt ekvation [36]. Nedan beskrivs funktionen i stora drag.

Skjuvkraften F beror på vätskans tyngd (se figur 22b):



Figur 22.a) Kapillärviskosimeter (Ostwaldtyp). b) Skjuvkraften är lika med tyngdkraften på vätskan. c) Hastighetsprofilen i kapillärröret.

$$F = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$$

[50]

d.v.s. skjuvkraften, och därmed också skjuvspänningen, är proportionell mot vätskans densitet, eller

$$\tau = \frac{F}{A} \propto \rho \quad [51]$$

Om man studerar hastigheten, så är den hastighetsprofil som bildas (se figur 22c) beroende av skjuvhastigheten dv/dy och på tjockleken y , eller (m.h.a. ekvation [36]):

$$v \propto y \cdot \frac{dv}{dy} = \frac{y \cdot F/A}{\mu} \quad [52]$$

Strömningshastigheten i kapillären går inte att mäta direkt. Istället mäts den hastighet med vilken vätskeytan sjunker, dh/dt , som är beroende av strömningshastigheten. Mätt mellan två höjder $\Delta h = h_1 - h_2$ under tiden $\Delta t = t - 0$, kan det uttryckas som:

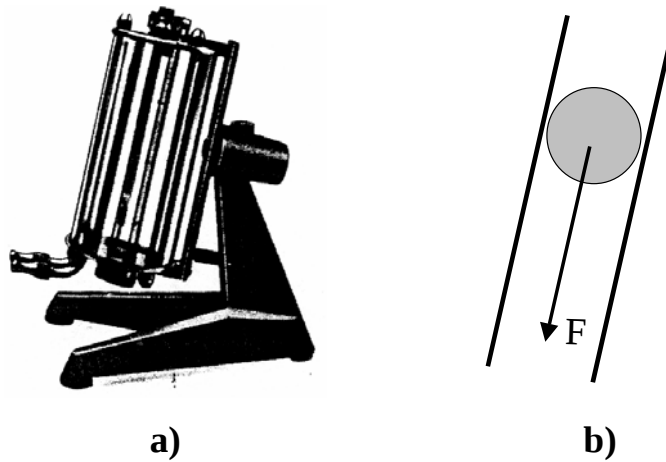
$$\frac{\Delta h}{\Delta t} \propto v \propto \frac{F/A}{\mu} \propto \frac{\rho}{\mu} \quad \text{eller} \quad \frac{\Delta h}{\Delta t} = \text{konstant} \cdot \frac{\rho}{\mu} \Rightarrow \mu = \frac{\text{konstant}}{\Delta h} \cdot \rho \cdot \Delta t$$

$$\Rightarrow \mu = k \cdot \rho \cdot t \quad [53]$$

Konstanten k är beroende av volymen på kapillärviskosimetern (alltså oberoende av vätskan) och bestäms genom mätning av en vätska med känd viskositet. Eftersom viskositeten är temperaturberoende brukar viskosimetern vara nedsänkt i ett termostatbad för att hålla temperaturen konstant.

5.6.2 Höpplerviskosimeter

För mer tjockflytande vätskor, som t.ex. oljor, används ofta en *Höpplerviskosimeter* (se figur 23a). En kula av lämplig storlek och densitet får falla ner i ett glaströr, som fyllts med provvätskan. Man mäter också här tiden, i detta fall den tid det tar för kulan att passera två ritsmärken på glaströret. För att inte kulan ska röra sig i sidled, får röret luta ca 10° mot vertikalplanet. Kulans hastighet är omvänt proportionell mot vätskans viskositet, och viskositeten kan beräknas enligt beskrivningen nedan.



Figur 23. a) Höpplerviskosimeter. b) Skjuvkraften är lika med den kraft som får kulan att falla genom vätskan.

Kulan bromsas in av ett vätskeskikt mellan kulan och röret. Skjuvkraften F (se figur 23b) beror på kulans tyngd, men också av den motverkande flytkraften (åstadkommen av den undanträngda vätskan)

$$F \propto (\rho_k \cdot V_k \cdot g - \rho \cdot V_k \cdot g) \Rightarrow \frac{F}{A} \propto (\rho_k - \rho) \quad [54]$$

Kulans fallhastighet v , är beroende av skjuvhastigheten och avståndet mellan kulan och rörets vägg, och analogt med kapillärröret gäller alltså

$$v \propto \frac{F/A}{\mu} \quad [55]$$

Med $v = \Delta h / \Delta t$ (där $\Delta h = h_1 - h_2$ och $\Delta t = t$) fås då analogt med kapillärviskosimetern

$$\mu = \frac{\text{konstant}}{\Delta h} \cdot (\rho_k - \rho) \cdot \Delta t \Rightarrow \mu = k_k \cdot (\rho_k - \rho) \cdot t \quad [56]$$

Kulkonstanten, k_k , beror på kulans egenskaper, bl.a. storleken på den spalt som uppstår mellan kulan och röret. Konstanten måste bestämmas med hjälp av en vätska med känd viskositet.

I Höpplerviskosimetern finns tre ritsmärken. I vanliga fall ska mätning ske mellan den översta och den understa ritsen. Vid mätning bör man välja en lämplig kula så att falltiden inte understiger 25 sekunder, men inte heller överstiger en viss tid (ca 5 min). I vissa fall då

falltiden ligger i närheten av den övre gränsen, kan tiden för halva sträckan ($\Delta t = t_{1/2}$, mellan två närliggande ritsar) mätas. Vid denna mätning är sträckan bara $\Delta h/2$ och ekvationen blir då

$$\mu = \frac{\text{konstant}}{\frac{\Delta h}{2}} \cdot (\rho_k - \rho) \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \mu = 2 \cdot k_k \cdot (\rho_k - \rho) \cdot t_{1/2} \quad [57]$$

5.6.3 Rotationsviskosimeter (reometer)

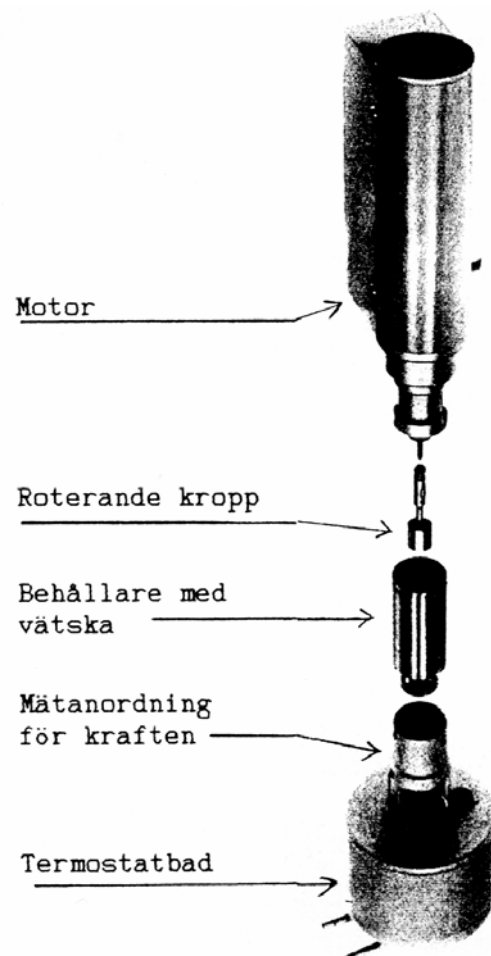
De viskosimetrar som nämnts ovan är bara till för att mäta viskositeten hos en newtonsk fluid. För en icke-newtonsk fluid får man visserligen ett värde, den skenbara viskositeten, men eftersom det inte går att variera skjuvhastigheten eller skjuvkraften, går det inte att se om sambandet mellan dem är linjärt (d.v.s. om viskositeten är konstant) eller inte.

En annan typ av viskosimeter, som kan användas för alla typer av vätskor, även icke-newtonska, är en så kallad

rotationsviskosimeter (se figur 24). Den består av en fast kropp som roterar med variabel hastighet inuti en behållare (*spindel i kopp*) eller ovanför en platta (*platta-platta* eller *platta-kon*), där provvätskan finns. Behållaren eller plattan är lagrad och fastsatt så att den kraft som krävs för att den inte ska rotera mäts. Kraften är proportionell mot vätskans viskositet och mätutslaget kan direkt graderas i viskositet.

De ovan nämnda *geometrierna* – spindel i kopp, platta-platta och platta-kon – används för olika vätskor, ofta beroende på i vilken geometri vätskan är lättast att hantera.

I och med att skjuvhastigheten, och därmed även skjuvkraften, går att variera, kan samband mellan dessa variabler undersökas (se



Figur 24. Delarna i en rotationsviskosimeter (reometer) med geometrin "spindel i kopp".

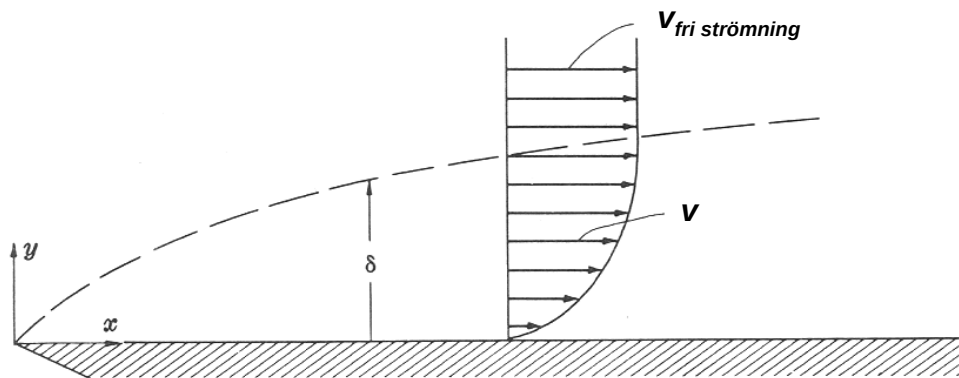
exempelvis figur 21). Detta kan göras med två olika metoder: antingen med hjälp av att variera skjuvhastigheten och se vilken skjuvkraft som behövs (*CSR, controlled shear rate* - kontrollerad skjuvhastighet) eller med hjälp av att variera skjuvkraften och se vilken skjuvhastighet som blir resultatet (*CSS, controlled shear stress* - kontrollerad skjuvspänning). Genom först öka och sedan minska skjuvningen, eventuellt också hålla den konstant däremellan, kan man också undersöka tidsberoende egenskaper, som tixotropi eller reopexi.

Många vätskor med starkt icke-newtonskt beteende har egenskaper som liknar fasta kroppars. Dessa ämnen kallas *viskoelastiska*, och egenskaperna beskrivs med hjälp av *reologi*. I denna framställning kommer detta inte att beröras, men det bör nämnas att rotationsviskosimetrar oftast kan användas för att mäta reologiska egenskaper. En vanlig benämning är därför också *reometrar*.

6 Laminär och turbulent strömning

6.1 Laminär strömning. Gränsskikt.

När en newtonsk fluid strömmar med låg hastighet i närheten av en fast yta, kommer strömningen närmast ytan att vara skiktad, med ökande hastighet i skikten, ju längre från ytan skiktet befinner sig, precis som fluiden mellan de två plattorna i föregående kapitel. Denna strömning kallas *laminär*, av ordet laminat, som betyder skikt. Den fasta ytan spelar en viktig roll här, eftersom den utgör ett hinder för den fria omblandning som annars är det vanliga i en strömmande fluid, s.k. *fri strömning*. Den skiktade strömningen närmast ytan uppstår p.g.a. att den fria strömningen bromsas upp av den fasta ytan (skiktet allra närmast ytan är ju praktiskt taget stillastående) och det bildas en region där denna inbromsande effekt fortplantar sig genom vätskan. Denna region sträcker sig bara en bit ut från ytan, och utanför den är det fri strömning. Eftersom den ligger i gränsen mellan fluiden och den fasta ytan kallas den för ett *gränsskikt*.



Figur 25. När fri strömning kommer i kontakt med en fast yta, uppkommer ett gränsskikt där hastigheten successivt ökar från 0 till den fria strömningens hastighet.

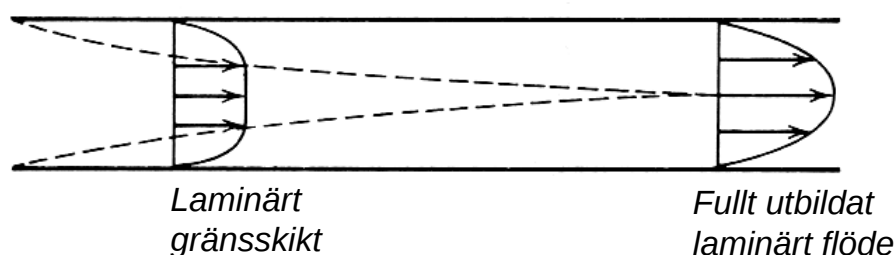
När den fria strömningen träffar på en fast yta, uppstår inte gränsskiktet med en gång, utan det växer till successivt, beroende på att inbromsningen når längre och längre ut från ytan (se figur 25). Hur mycket det växer till beror bl.a. på strömningshastigheten i den fria strömningen och fluidens viskositet. Viskositeten, den inre friktionen, kan också ses som förmågan att överföra denna inbromsning. Det mer korrekta begreppet är *impulstransport*,

d.v.s. överföring av rörelsemängd och därmed också hastighet, antingen ökad eller minskad. Om strömningshastigheten är konstant, kommer gränsskiktet också att ha ett bestämt utseende, med en viss tjocklek på ett visst avstånd från den punkt där strömningen först mötte den fasta ytan. I litteraturen finns det väl utvecklade teorier och ekvationer för denna gränsskiktstillväxt, men det är utanför ramarna för denna kurs att gå djupare in på det.

Gränsskiktet är laminärt bara om hastigheten är tillräckligt låg. Det kan dock observeras att i strömningen allra närmast ytan är hastigheten alltid nära 0, och närmast utanför är det därför alltid låg hastighet. Oavsett hastigheten i den fria strömningen kommer det därför att vara laminär strömning i ett underskikt av gränsskiktet, det *laminära underskiktet*.

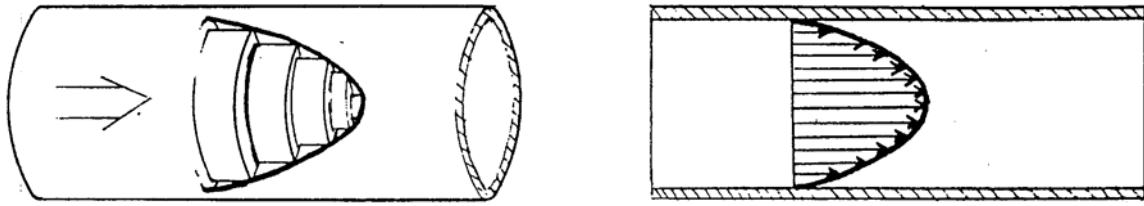
6.2 Laminär strömning i rör

Gränsskiktets tillväxt fortsätter tills det begränsas, exempelvis genom att den fasta ytan tar slut eller förändras på något sätt. En annan begränsning är om det möter ett gränsskikt som växer till från motsatt håll, som strömning mellan två parallella plattor eller strömning i ett rör, där gränsskiktet växer till inåt centrum. I det senare fallet talar man om den punkt där gränsskikten möter varandra som att gränsskiktet är *fullt utbildat*. Vid tillräckligt låg hastighet har detta gränsskikt strömning i laminära skikt rakt igenom, och vi har *fullt utbildad laminär strömning* (se figur 26).



Figur 26. Gränsskiktets tillväxt från inloppet till ett rör tills fullt utbildad laminär strömning råder.

Hastighetsprofilen vid laminär strömning i rör hos en newtonsk fluid syns i figur 27. Eftersom geometrin inte är plan, utan cylindrisk, kommer inte hastighetsprofilen att vara linjär, även om viskositeten är konstant. Det kan visas att hastighetsprofilen genom röret är en rotationsparaboloid (se nedan). I ett tvärsnitt längs röret blir det en parabel.



Figur 27. Hastighetsprofilen i ett rör vid fullt utbildad laminär strömning av en newtonsk vätska. a) 3-dimensionellt (rotationsparaboloid) b) I tvärsnitt (parabel)

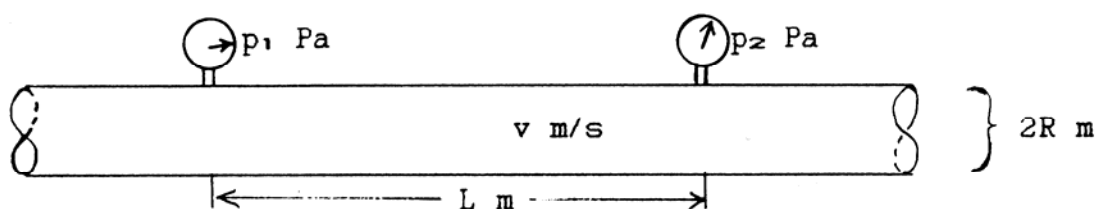
För en icke-newtonsk vätska blir resultatet inte en regelbunden paraboloid, eftersom viskositeten är beroende av hastigheten och därmed inte konstant.

6.3 Hagen-Poiseuilles ekvation

I många fall är det intressant att få information om flödet i ett rör. Vid laminär strömning av en newtonsk fluid kan man ha god nytta av Hagen-Poiseuilles ekvation för detta ändamål.

Mellan skikten i den laminära strömningen är det friktion, vilket beskrivs av viskositeten. Denna friktion gör att strömningen tappar energi. Detta kan mätas som ett tryckfall (vilket förklaras mer i senare kapitel). Ett samband mellan strömningshastigheten, viskositeten och detta tryckfall kan sättas upp för en newtonsk vätska. Detta uttryck har fått namn efter två vetenskapsmän, G. Hagen och J.L. Poiseuille, som utvecklade det kring 1840. Det bygger på en kraftbalans mellan den strömmande fluiden (tryckkrafterna) och de inbromsande krafterna (skjuvkrafterna).

I figur 28 visas ett rör med radien R m. I detta strömmar en fluid med låg medelhastighet v_{medel} m/s. Strömningen antas vara laminär. Två manometrar är placerade med avståndet L m emellan. För detta fall gäller att medelhastigheten i röret, v_{medel} m/s, kan uttryckas med hjälp av Hagen-Poiseuilles ekvation som:



Figur 28. Tryckfall vid strömning i ett rör uppstår på grund av inre friktion i vätskan.

$$v_{medel} = \frac{(p_1 - p_2) \cdot R^2}{8 \cdot L \cdot \mu} \quad [58]$$

(Ofta bortser man ifrån att det är en medelhastighet och struntar i indexet "medel".)

Om vi vill erhålla volymsflöde istället för hastighet, kan vi multiplicera hastigheten med tvärsnittsarean. Om volymsflödet multipliceras med densiteten erhålls massflödet. Som symbol för volymsflöde i denna bok används $\dot{V}$, och som symbol för massflöde används $\dot{m}$, och uttrycken för dessa vid laminär strömning i rör blir:

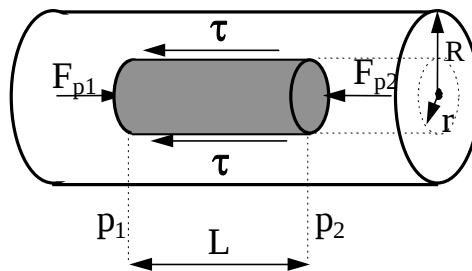
$$\dot{V} = \pi \cdot R^2 \cdot \frac{(p_1 - p_2) \cdot R^2}{8 \cdot L \cdot \mu} = \frac{\pi \cdot (p_1 - p_2) \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \mu} \quad \text{m}^3/\text{s} \quad [59]$$

$$\dot{m} = \frac{\rho \cdot \pi \cdot (p_1 - p_2) \cdot R^4}{8 \cdot L \cdot \mu} \quad \text{kg/s} \quad [60]$$

Observera att Hagen-Poiseuilles ekvation bara gäller för laminär strömning, eftersom den bygger på de välordnade, regelbundna fenomen som bara förekommer då.

6.3.1 Härledning av Hagen-Poiseuilles ekvation

Betrakta ett cylindriskt vätskeelement i mitten av röret, med längden L och radien r (figur 29).



Figur 29. Kraftbalans över ett vätskeelement.

Studera nu de tryckkrafter och skjuvkrafter som verkar på detta element. Tryckkrafterna behöver bara studeras i ändarna av det cylindriska elementet, eftersom krafterna runt mantelytan in mot centrum tar ut varandra. Då trycket på ena ytan, p_1 , är högre än det på den andra, p_2 , blir det en resulterande kraft på grund av tryckskillnaden, som med hjälp av arean på ändytan kan uttryckas som:

$$F_p = \Delta p \cdot \pi \cdot r^2 = (p_1 - p_2) \cdot \pi \cdot r^2 \quad [61]$$

Skjuvspänningen, τ , som verkar på mantelytan, uppstår på grund av en hastighetsgradient i radiell riktning, skjuvhastigheten, och viskositeten. Vid denna cylindriska geometri kan Newtons viskositetslag uttryckas:

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr} \quad [62]$$

Med hjälp av mantelytans area fås nu skjuvkraften:

$$F_\tau = \tau \cdot 2\pi \cdot r \cdot L = -\mu \frac{dv}{dr} \cdot 2\pi \cdot r \cdot L \quad [63]$$

Vid stationärt tillstånd (konstant hastighet) måste tryckkraften vara lika stor som skjuvkraften.

$$F_p = F_\tau \Rightarrow \Delta p \cdot \pi \cdot r^2 = -\mu \frac{dv}{dr} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \quad [64]$$

Med lite ommöblering fås

$$\begin{aligned} -\mu \frac{dv}{dr} &= \frac{\Delta p \cdot \pi \cdot r^2}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot L} = \frac{\Delta p \cdot r}{2 \cdot L} \Rightarrow \frac{dv}{dr} = -\frac{\Delta p \cdot r}{2 \cdot L \cdot \mu} \Rightarrow \\ dv &= -\frac{\Delta p}{2 \cdot L \cdot \mu} r dr \end{aligned} \quad [65]$$

Integrering av detta uttryck ger

$$\int dv = -\frac{\Delta p}{2 \cdot L \cdot \mu} \int r dr \Rightarrow v = -\frac{\Delta p}{2 \cdot L \cdot \mu} \left(\frac{r^2}{2} + C \right) \quad [66]$$

Den godtyckliga konstanten C måste identifieras. Eftersom $v = 0$ när $r = R$ måste $C = -\frac{R^2}{2}$,

och vi får nu

$$v = \frac{\Delta p}{4 \cdot L \cdot \mu} (R^2 - r^2) \quad \text{där } r \in [0, R] \quad [67]$$

Detta är ekvationen för en parabel. Högsta hastigheten $v_{\max}$ fås vid $r = 0$, d.v.s. i centrum:

$$v_{\max} = \frac{\Delta p}{4 \cdot L \cdot \mu} R^2 \quad [68]$$

Volymflödet $\dot{V}$, som passerar ett tvärsnitt av röret, kan fås genom att ta rotationsintegralen av hastighetsparabeln. Detta blir volymen av en paraboloid (se figur 27), och eftersom den är lika med halva basytan gånger höjden (i detta fall den högsta hastigheten) fås:

$$\dot{V} = \frac{\pi \cdot R^2}{2} \cdot v_{\max} = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot L \cdot \mu} \quad [69]$$

För att få medelhastigheten i detta tvärsnitt, kan volymflödet divideras med tvärsnittsarean A :

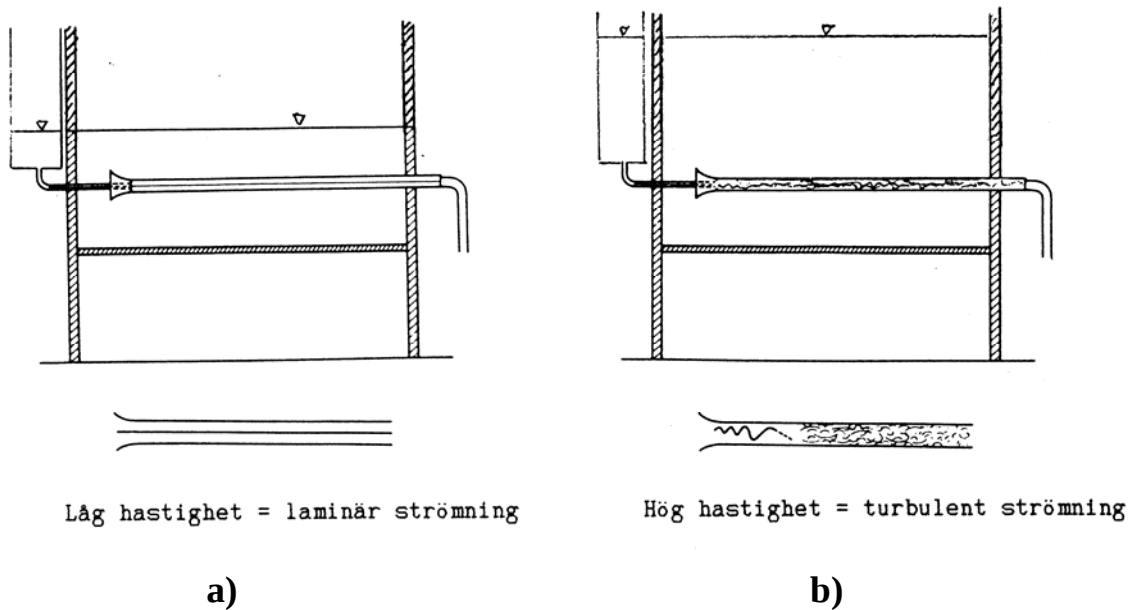
$$v_{\text{medel}} = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta p}{8 \cdot L \cdot \mu}}{\pi \cdot R^2} = \frac{R^2 \cdot \Delta p}{8 \cdot \mu \cdot L} \quad [70]$$

vilket är samma som ekvation [58].

6.4 Turbulent strömning

Laminär strömning kan bara förekomma om hastigheten på fluiden är tillräckligt låg. Den välordnade strömningstypen, med det ena skiktet något snabbare än det andra, där det snabbare skiktet bromsas något av det långsammare, innebär en kraftöverföring mellan skikten, tvärs strömningsriktningen. Storleken på denna kraftöverföring beror bl.a. på strömningshastigheten. Om hastigheten ökar, ökar också kraftöverföringen, och när den blir för stor får fluidelementen en så kraftig impuls i sidled att de inte kan hålla sig "inom skiktet", utan det uppstår en omblandning mellan skikten. Denna omblandning har gett fenomenet sitt namn: *turbulent flöde*.

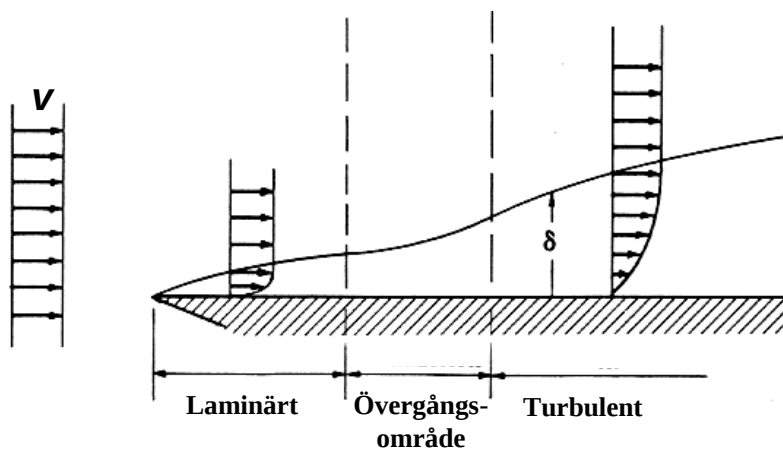
Betraktar man strömningen av vatten i ett glaströr, alltifrån en mycket låg hastighet till allt högre hastighet, kan man inte se när strömningen övergår från laminär till turbulent. Omslaget kan dock göras synligt om man låter en tunn färgad vattenstråle utmynna i centrum av en mycket större vattenstråle och båda har samma hastighet (se figur 31). Detta gjordes för första gången av den engelske fysikern O. Reynolds i slutet av 1800-talet. Vid laminär strömning



Figur 31. Reynolds experiment med laminärt och turbulent flöde. En färgad vattenstråle leds in i ett rör i vilket det strömmar vatten a) vid låg hastighet och b) vid hög hastighet.

syns den färgade vattenstrålen som en tunn sträng långt efter att den har mynnat ut i den mycket större strålen. När strömningen är turbulent, blandas den färgade strålen nästan omedelbart med den större strålen.

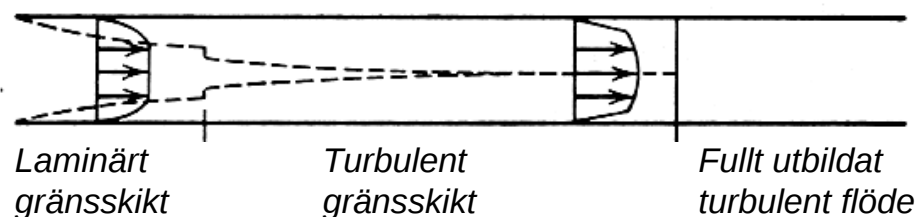
Om vi studerar gränsskikt och hur de byggs upp då fri strömning träffar en fast yta, kan man lägga märke till att gränsskiktet kommer att övergå till att bli ett *turbulent gränsskikt* om kontakten med den fasta ytan får fortsätta tillräckligt länge (se figur 30). Ju högre hastigheten



Figur 30. Utveckling av gränsskikt från laminärt flöde till turbulent flöde.

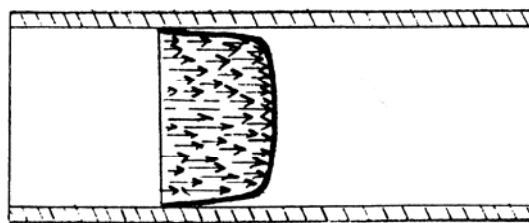
är, desto snabbare sker denna övergång. Övergången sker inte heller med en gång, utan i en viss del av gränsskiktet, *övergångsområdet*, kommer flödet att vara både laminärt och turbulent. När flödet väl har övergått till turbulent flöde, ökar gränsskiktets tjocklek dramatiskt. Detta beror på att impulstransporten, överföringen av den inbromsande kraften, får hjälp av att fluidelementen också rör sig i mellan skikten. Påverkan av den fasta ytans friktion mot vätskan räcker då också längre ut i det fria flödet.

Vid strömning i ett rör finns det, som tidigare nämnts, bara ett visst utrymme innan gränsskikten växer ihop till en fullt utbildad strömning. Om strömningshastigheten i röret är tillräckligt hög, kommer gränsskiktet att ha övergått till turbulent flöde innan detta sker. Vi har då istället *fullt utbildad turbulent strömning* (se figur 32). Eftersom gränsskiktet växer snabbare vid turbulent flöde, uppnås denna strömning snabbare än vad fallet är för fullt utbildad laminär strömning.



Figur 32. Gränsskiktets tillväxt från inloppet till ett rör tills fullt utbildat turbulent flöde råder.

Hastighetsprofilen för turbulent strömning i ett rör är inte en parabel som för laminär strömning. Den ökar snabbt från nästan stillastående alldeles intill rörväggen, till praktiskt taget konstant i resten av rörets tvärsnitt.



Figur 33. Hastighetsprofilen vid fullt utvecklat turbulent flöde i ett rör.

6.4.1 Strömningsberäkningar för olika flödestyper

Vid strömningsberäkningar, exempelvis för att beräkna flödet eller hur stor pumpeffekt som behövs i ett rörsystem, behövs information om vilket tryckfall som kan förväntas i rörsystemet. Det är av stor betydelse för tryckfallet om strömningen är laminär eller turbulent, eftersom överföringen av den inbromsande effekten, impulstransporten, som ger upphov till detta tryckfall, har olika mekanismer vid de olika strömningstyperna.

Den laminära strömningen kan i de flesta fall lösas teoretiskt med hjälp av Newtons rörelselagar. Dessa lagar anpassade till strömning leder till Navier-Stokes rörelseekvationer, vilka inte behandlas här, men en lösning till dessa är den tidigare nämnda Hagen-Poiseuilles ekvation. De teoretiska lösningarna är ofta lättanvända, även om det ofta kan behövas hjälp av datorkraft när ekvationerna blir för komplexa. Med hjälp av data för fluiden kan man ofta få en bra uppskattning av fenomen som exempelvis tryckfall.

För den i praktiken mycket vanligare turbulenta strömningen, med sina mer komplexa strömningsmönster, finns det ännu ingen lätt tillgänglig matematisk analys.

Strömningsberäkningar görs till stor del med empiriska metoder, som även beror på rörsystemets egenskaper, inte bara själva fluidens. I många fall används enkla omräkningsfaktorer, vilket innebär detta en ganska grov uppskattning. Uppskattningen kan dock förbättras genom att använda mer komplexa faktorer, eller genom att med hjälp av numeriska och statistiska metoder göra mer detaljerade beräkningar. Detta kräver dock oftast mycket datorkraft.

6.5 Reynolds tal för rörströmning

För att avgöra om strömningen är laminär eller turbulent, måste man känna till när omslaget mellan de två strömningstyperna inträffar. I det sammanhanget har man mycket god hjälp av det Reynolds tal, ett resultat av hans studier av laminär och turbulent strömning.

Laminär strömning kan råda, som tidigare nämnts, när hastigheten på det strömmande mediet är låg. Det är emellertid inte bara hastigheten som påverkar detta. Reynolds fann i sina försök (se kapitel 6.4) att rörets diameter, fluidens hastighet, viskositet och densitet, alla oberoende av varandra, påverkar strömningstypen. Han fann också ett samband mellan förhållandena vid omslaget, som han kunde uttrycka med hjälp av en dimensionslös kvot, det s.k. *Reynoldstalet*:

$$\text{Re} = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} \quad \text{eller} \quad \text{Re} = \frac{v \cdot D}{\nu} \quad [71]$$

där Re är Reynolds tal, v är den linjära medelhastigheten, D är rördiametern, ρ är densiteten, μ är den dynamiska viskositeten och ν är den kinematiska viskositeten.

Det dimensionslösa Reynoldstalet är ett inom strömningsläran mycket viktigt och användbart begrepp. För detta, och för andra dimensionslösa tal, gäller att information i form av otaliga data på ett behändigt sätt är sammanfattad i ett enda eller ett fåtal värden. Om geometrin ser likadan ut, sker exempelvis övergången mellan laminärt och turbulent flöde vid samma värde på Reynoldstalet. De genomsnittliga värden vid vilket omslag sker kallas *kritiska Reynoldstal*. För cirkulära rör gäller:

Övergång från laminärt flöde:

Helt släta rör (glasrör, plaströr) $\text{Re}_{krit} \approx 2300$

Normal skrovlighet (tekniska rör) $\text{Re}_{krit} \approx 2000$

Övergång till turbulent flöde: $\text{Re}_{krit} \approx 4000 - 5000$

Flödet kan anses laminärt om Reynolds tal ligger under det kritiska talet för övergång från laminärt flöde, och helt turbulent om det ligger över det kritiska talet för övergång till turbulent flöde. Mellan dessa kritiska tal skiftar flödet mellan laminärt och turbulent fram och tillbaka, d.v.s. det är instabilt. Speciellt övergången från det laminära flödet är känsligt för störningar. T.ex. kan en ojäm yta orsaka omslag vid ett lägre Reynolds tal. Därför har skrovliga rör ett lägre kritiskt tal för övergången från laminärt flöde. Flertalet rör i processindustrin kan räknas som skrovliga, utom om det är nya plaströr eller glasrör, så om flödet helt säkert ska vara laminärt, bör man välja en strömningshastighet som ger Reynoldstal lägre än 2000. Osäkerheten i det övre kritiska talet beror på att det är svårt att säkert avgöra om flödet är helt turbulent eller inte.

I praktiken kan man dela in rörströmning i tre olika områden:

Laminärt område	$Re < 2000$
Övergångs- eller kritiskt område	$2000 < Re < 4000-5000$
Turbulent område	$Re > 4000-5000$

Även om omslaget sker vid samma Reynoldstal, är den kritiska strömningshastighet, v_{krit} , vid vilken detta sker, väldigt olika för olika fluider på grund av deras olika egenskaper. I tabellen nedan återfinns några exempel på värden på v_{krit} :

Fluid	Temperatur °C	Kritisk hastighet, m/s (vid $Re_{krit}=2000$)	
		Rördiameter 10 mm	Rördiameter 50 mm
Färsk maskinolja ($\nu=900$ cSt)	20	180	36
Vatten	0	0,36	0,07
	20	0,2	0,04
Freon R-12	20	0,03	0,007
Luft	- 40	2	0,4
	20	3,1	0,6
Mättad vattenånga	100	4,3	0,85
	200	0,4	0,08

Det första man kan notera är att det spelar stor roll för hastigheten vilken diameter det är på röret. Man kan också lägga märke till att det krävs ganska stor strömningshastighet innan oljeflödet når upp till omslagspunkten. Den höga kritiska hastigheten gör att flödet av högviskösa vätskor, som olja, i praktiken alltid kan anses vara laminärt. Omslaget sker vid en betydligt lägre hastighet för vatten och köldmediet R-12, som är exempel på mer lågviskösa vätskor. Hastigheten, speciellt för R-12, är så låg att vid normala flöden ($\sim 1-3$ m/s) kan strömningen för dessa fluider anses vara turbulent.

För gaser är den dynamiska viskositeten betydligt lägre än för vätskor, men det kompenseras samtidigt av en betydligt lägre densitet. Strömningshastigheten vid omslaget ligger något högre än för lågviskösa vätskor vid samma rördiameter. För luft, speciellt i

ventilationssystem, är diametern ofta mycket större än de ovan angivna, vilket gör att flödet i dessa system ofta är turbulent.

Exempel 3

Vatten av 20 °C strömmar i ett rör med diametern 0,05 m. Flödet är 3 l/s. Är detta flöde laminärt eller turbulent?

Lösning:

För att avgöra strömningstypen, måste Reynolds tal bestämmas. Ekv [71] ger:

$$Re = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu}$$

Vid 20 °C är densiteten, ρ , för vatten 998,2 kg/m³ och den dynamiska viskositeten, μ , är 1,005 mPa·s. Strömningshastigheten fås ur volymsflödet genom:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\frac{\pi \cdot D^2}{4}} = \frac{4 \cdot \dot{V}}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 0,003}{\pi \cdot 0,05^2} = 1,5 \text{ m/s}$$

(Lägg märke till att flödet ska sättas in i SI-enheter!)

Vi får nu Reynoldstalet:

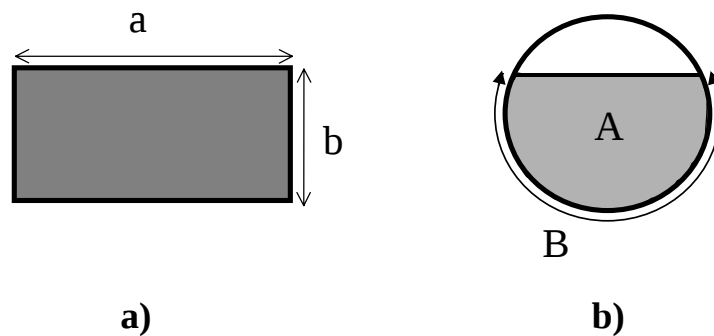
$$Re = \frac{1,5 \cdot 0,05 \cdot 998,2}{1,005 \cdot 10^{-3}} = 74\,490 = 7,4 \cdot 10^4 > 5000$$

Svar: Flödet är turbulent!

6.5.1 Hydraulisk diameter

I detta sammanhang kommer bara strömning i rör tas upp, men det finns motsvarande uttryck för Reynolds tal för strömning förbi plana plattor, utanför rör, och många andra geometrier. När det gäller strömning av vätska, finns det för rör som inte är helt cirkulära, eller för rör som inte är helt fyllda med vätska, en variant av Reynolds tal som använder den *hydrauliska diametern*, d_h . Den definieras som:

$$d_h = \frac{4 \cdot \text{tvärsnittsarean}}{\text{vätskeberörd omkrets}} \quad [72]$$



Figur 34. Exempel på tvärsnitt av rör där hydrauliska diametern kan användas. a)

Rektangulärt rör, $d_h = 2ab/(a+b)$ b) Delvis fyllt rör, $d_h = 4A/B$.

För ett rektangulärt rör blir det exempelvis (beteckningar som i figur 34a):

$$d_h = \frac{4 \cdot a \cdot b}{2 \cdot a + 2 \cdot b} = \frac{2 \cdot a \cdot b}{a + b} \quad [73]$$

Vid användande av hydraulisk diameter blir ekvation [71] istället:

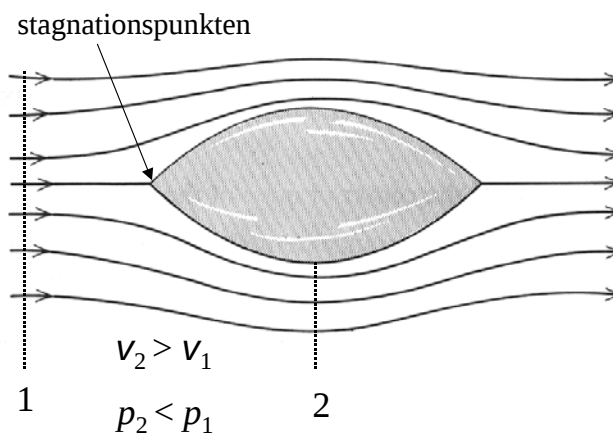
$$\text{Re} = \frac{v \cdot d_h \cdot \rho}{\mu}$$

6.6 Strömlinjer och tryck

Om vi studerar en fluid som strömmar förbi en kropp, är det behändigt att studera olika vägar som de olika fludelementen kan följa, de s.k. *strömlinjerna* (se figur 35). Då upptäcker man snart att strömlinjerna blir tätare vid passagen av kroppen. Tätare strömlinjer innebär också att utrymmet minskar och därmed också den tvärsnittsarea som är tillgänglig för varje strömlinje. Mindre area innebär enligt kontinuitetsekvationen att hastigheten blir större. Om vi studerar ett horisontellt flöde förbi en kropp, får vi då enligt ekvation [24] (med $h_1 = h_2$):

$$\rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2$$

$$v_2 > v_1 \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} - \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} > 0 \Rightarrow p_1 > p_2 \quad [74]$$



Figur 35. Strömlinjer vid strömning runt en fast kropp. Vid passagen ökar hastigheten på bekostnad av det statiska trycket. I stagnationspunkten, däremot, bromsas hastigheten ner till 0. Det dynamiska trycket försvinner då och statiskt tryck blir lika med totaltryck (stagnationstryck)..

Ökad hastighet innebär ökat dynamiskt tryck, men detta sker på bekostnad av ett minskat statiskt tryck. Summan av trycken, totaltrycket, för varje strömlinje är ändå konstant, och det är hela tiden bara tal om överföring mellan dynamiskt och statiskt tryck.

Studerar vi nu den strömlinje som inte passerar kroppen, utan bara leder fram till ytan av kroppen, kommer fludelement som följer denna strömlinje att stoppas upp helt och förlorar därmed det dynamiska trycket. Det statiska trycket kommer då att bli lika med det totala trycket. För att inbromsningen ska bli total, måste ytan i denna punkt vara vinkelrät mot strömningsriktningen. Denna punkt kallas *stagnationspunkten*, och det statiska tryck som kan mätas i denna punkt kallas därför *stagnationstrycket* (se kapitel 2.3.3).

7 Flödes- och hastighetsmätning

Det finns en mängd olika flödesmätare, som passar olika bra till olika ändamål. I denna bok tas bara upp några av de vanligaste flödesmätarna, som bygger på principerna i Bernoullis ekvation.

7.1 Olika typer av flödesmätare

Flödesmätare kan delas upp i ett antal olika kategorier, på ett flertal olika sätt. Här nämns bara en möjlig uppdelning.

Först och främst kan man dela upp mätarna efter om de mäter i *öppna* eller *slutna kanaler*. Mätning i öppna kanaler (avloppsdiken, exempelvis) görs med någon typ av *mätränna* eller liknande, där nivån på vätskeytan motsvarar ett visst flöde. Eftersom denna bok fokuserar på rörströmning, är mätning i slutna kanaler mer relevant.

Flödesmätning i slutna kanaler kan delas upp efter om det är en *direkt (kvantitativ) mätning* eller en *indirekt mätning*. De direkta tar in hela flödet i mätelemtets volym, och mäter hur många volymer som förträngs ("deplaceras"). De indirekta mäter ofta någon egenskap som beror av flödet, ofta tryck eller kinetisk energi. De delas upp ytterligare efter funktionssätt. En vanlig uppdelning är:

- Volymetriska mätare (Deplacementsmätare) (direkt, övriga är indirekta)
- Tryckdifferensmätare
- Rotordrivna mätare
- Oscillationsmätare
- Induktiva mätare
- Akustiska och optiska mätare
- Övriga metoder

Den vanligaste typen är tryckdifferensmätare. I den ingår *Venturimetrar*, *strypflänsar* och *munstycken*, de vanligaste inom denna typ, som kommer att tas upp mera nedan, vid sidan av *Pitot-* och *Prandtlrör*, som också ingår här. De bygger på principen i Bernoullis ekvation att en ökning i dynamiskt tryck leder till en minskning i statiskt tryck. Genom att mäta skillnaden

mellan två olika statiska tryck, kan det dynamiska tryck och därmed hastighet och flöde, bestämmas. En annan ganska vanlig mätare som kan räknas hit är *flottörmätare* (också känd som *svävkroppsmätare*). Den består av en fast kropp i ett svagt koniskt mät rör. När vätskan strömmar förbi kroppen, blir flödet ihopträngt, vilket leder till ökad hastighet och dynamiskt tryck och därmed minskat statiskt tryck. Denna statiska tryckskillnad leder till en uppåtriktad kraft som balanserar kroppen tyngd. Ju högre upp i mät röret, desto bredare är det, och desto högre hastighet behövs det för att uppnå denna kraftjämvikt. Höjdläget motsvarar alltså ett visst flöde.

Av de övriga typerna är *rotordrivna mätare* (som snurrar fortare, ju högre hastigheten är, med vilken fluiden strömmar mot det roterande elementet; har hög noggrannhet) och *oscillationsmätare* (som mäter de oscillationer som uppstår i de virvlar, vortex, som bildas bakom en kropp som befinner sig i flödet; frekvensen hos dessa är flödesberoende) som måste vara placerade i flödet. I de *induktiva mätarna* alstras ett magnetfält av en magnet som placeras utanför röret. Detta inducerar en spänning (om fluiden är polär), som ökar med flödet. Fördelen med denna metod är att mätaren aldrig är i kontakt med insidan av röret. De *akustiska* och *optiska mätarna* fungerar genom att en signal, som sänds iväg och sedan detekteras, ändrar frekvens, amplitud eller löptid då den påverkas av partiklar i flödet. I många fall kan signalen sändas och detekteras från positioner utanför röret (gäller akustiska signaler), men signalen störs av rörväggen, och en placering inne i röret ger noggrannare mätningar.

7.2 Mätning av hastighet och flöde med apparatur grundad på Bernoullis ekvation

Bernoullis ekvation ger ett samband mellan dynamiskt och statiskt tryck, som säger oss att när den ena minskar måste den andra öka (om resten av termerna kan betraktas som konstanter). En mätning av statiskt tryck kan alltså användas för att beräkna dynamiskt tryck och därmed hastigheten. De mätutrustningar som tas upp här utnyttjar detta på två olika sätt: Dels genom att utsätta flödet för en tillfällig areaminskning som leder till tillfälligt högre hastighet och mäta den minskning i statiskt tryck som då uppstår (*Venturimeter*, *strypfläns* och *mätmunstycke*), dels genom att mäta det totala trycket i en stagnationspunkt (*Pitot-* och

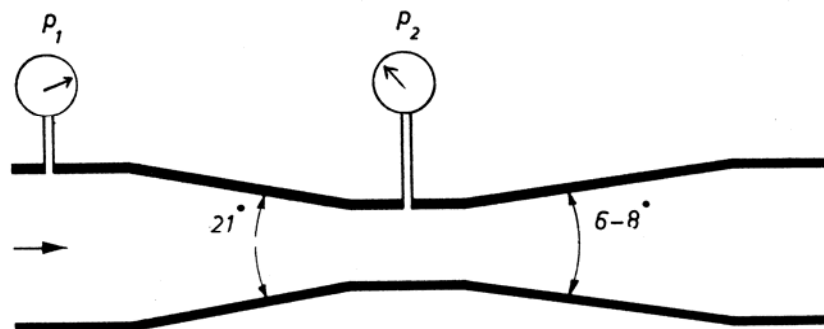
Prandtlrör). I samband med utrustningar och rördetaljer där två olika rördiametrar är inblandade används ofta diameterförhållandet, β , som definieras som kvoten mellan den mindre och den större diametern:

$$\beta = \frac{D_2}{D_1} \quad [75]$$

där D_1 är diametern i det större tvärsnittet och D_2 i det mindre.

7.2.1 Venturimeter

Av de metoder som bygger på principerna i Bernoullis ekvation, är den mest noggranna en *Venturimeter* (se figur 36). Den består av ett relativt långt rör som i början är konvergerande och sedan svagt divergerande till den ursprungliga rördiametern igen. De små vinklar som används vid areaändringarna garanterar låga tryckfallsförluster genom mätanordningen, som annars är vanligt att det uppstår då strömningen störs.



Figur 36. Venturimeter. De angivna vinklarna är designade för att tryckförlusten ska bli så liten som möjligt genom mätanordningen.

Genom att tvärsnittsarean är mindre, ökar hastigheten i den smala sektorn. Det dynamiska trycket ökar och, enligt Bernoullis ekvation, det statiska trycket minskar. Studeras ett horisontellt Venturirör, fås följande uttryck med hjälp av Bernoullis ekvation (ekvation [24]) och kontinuitetsekvationen (ekvation [18] och diameterförhållandet enligt ekvation [75]):

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2$$

$$\text{Horisontellt } (h_1 = h_2) \Rightarrow \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \quad [76]$$

$$\begin{aligned}
 v_1 \cdot D_1^2 &= v_2 \cdot D_2^2 \Rightarrow v_2 = v_1 \cdot \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 = v_1 \cdot \frac{1}{\beta^2} \Rightarrow \\
 \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 &= \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} \cdot \frac{1}{\beta^4} + p_2 \Rightarrow p_1 - p_2 = \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} \cdot \left[\frac{1}{\beta^4} - 1 \right] \Rightarrow \\
 v_1 &= \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho \cdot \left[\frac{1}{\beta^4} - 1 \right]}} \quad [77]
 \end{aligned}$$

där v_1 är hastigheten i det större tvärsnittet (d.v.s. själva röret, inte i mätutrustningen).

Denna ekvation gäller alltså för en horisontell Venturimeter. Om den inte är horisontell, blir uttrycket istället:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot [(p_1 - p_2) + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)]}{\rho \cdot \left[\frac{1}{\beta^4} - 1 \right]}} \quad [78]$$

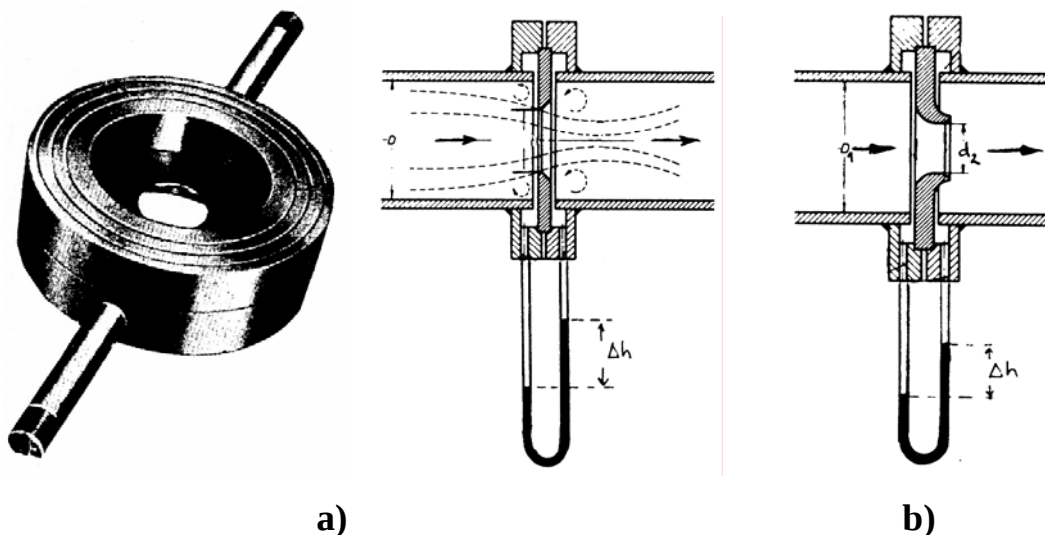
Volymflödet kan nu fås som

$$\dot{V} = v_1 \cdot A_1 \quad [79]$$

Venturimetern är noggrann, men tar stor plats och kostar relativt mycket.

7.2.2 Strypfläns och mätmunstycke

Det finns två förenklade varianter av Venturiröret. Båda åstadkommer en areaminskning för flödet, men på en betydligt kortare sträcka. Den något noggrannare varianten består av ett



Figur 37. Strypfläns (a) och mätmunstycke (b).

munstycke (se figur 37b), som sätts in i röret. På vardera sidan mäts det statiska trycket. Den mindre noggranna varianten består av en *strypfläns*, vilken är en bricka med ett snedfasat hål i (se figur 37a). Även här mäts det statiska trycket på vardera sidan av denna bricka.

Strypflänsen är den vanligaste anordningen för mätning av flöden i industrin. Den är också billigast och kräver minst utrymme. Flänsen ska placeras med den skarpa kanten mot strömningen. Strypflänsen skall också placeras i en rak rörledning och ej för nära en krök eller annan störning.

Både strypfläns och munstycke har en betydligt större tryckförlust än vad Venturimetern har. För den senare behöver i regel ingen hänsyn tas till förlusten, men för strypfläns och munstycke är det nödvändigt, eftersom resultaten skulle bli helt missvisande annars. Det sker genom en korrektionsterm, det s.k. *genomströmningstalet*, betecknat α . Följande samband, som gäller såväl strypfläns som munstycke, korregerar uppmätt hastighet med hjälp av denna faktor:

$$v_2 = \alpha \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} \quad [80]$$

Denna ekvation beskriver hastigheten i mätutrustningens minsta tvärsnitt, v_2 . Med hjälp av kontinuitetsekvationen (ekvation [18] och diameterförhållandet enligt ekvation [75]) kan man istället beräkna v_1 i röret (det stora tvärsnittet):

$$v_1 \cdot D_1^2 = v_2 \cdot D_2^2 \Rightarrow v_1 = v_2 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 = v_2 \cdot \beta^2 \Rightarrow$$

$$v_1 = \alpha \cdot \beta^2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} \quad [81]$$

Sambandet gäller för *inkompressibla fluid*er, d.v.s. vätskor. För gaser tillkommer ytterligare en korrektionsterm. Volymflödet kan bestämmas med hjälp av denna tvärsnittsarea

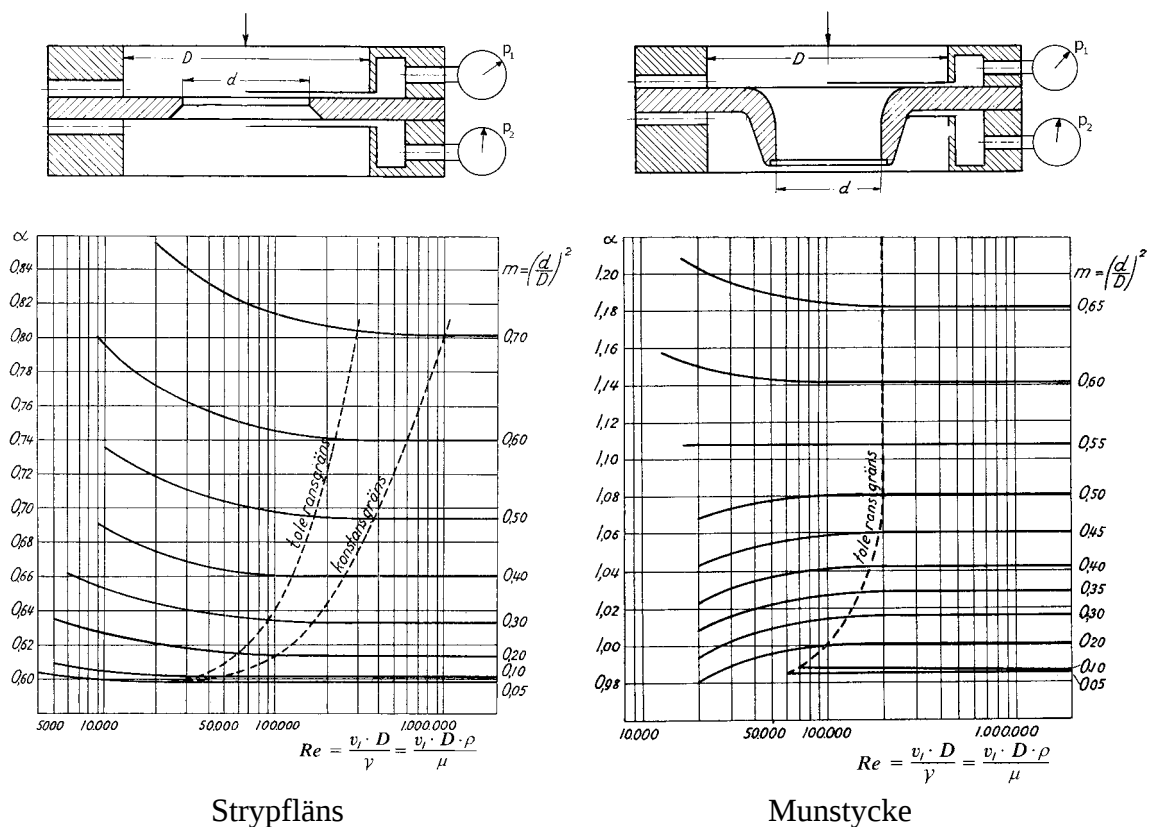
$$\dot{V} = v_1 \cdot A_1 = \alpha \cdot \beta^2 \cdot \frac{\pi \cdot D_1^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (p_1 - p_2)}{\rho}} \quad [82]$$

(Lägg märke till att $\beta^2 \cdot D_1^2 = D_2^2$, d.v.s. det går lika bra att räkna med $v_2 \cdot A_2$ istället!)

Storleken på förlusterna är beroende av både flödet i röret och utformning och dimensioner på mätanordningen. För en standardiserad mätanordning, ska utformningen vara likadan, och α -värdet därmed lika mellan olika utrustningar, men det skiljer sig mellan olika typer av utrustningar. För en specifik utrustning kan det beskrivas som en funktion av Reynolds tal (flödesparametrar) och areaförhållandet $m = (D_2 / D_1)^2$ (anordningens dimensioner). (OBS! m är kvadraten på diameterförhållandet β .) Det presenteras oftast i ett diagram, specifikt för varje typ av anordning (se figur 38). Det bör noteras att Reynolds tal baseras på förhållandena i själva röret, det stora tvärsnittet:

$$Re = \frac{v_1 \cdot D_1 \cdot \rho}{\mu} \quad [83]$$

I diagrammet är α -värdet avbildat som en funktion av Reynoldstalet, med beroendet av areaförhållandet inlagt i form av hjälpkurvor. Med kännedom om Re och m kan en punkt i diagrammet bestämmas (följ hjälplinjen för m till rätt värde på Re) och α kan läsas av horisontellt rakt ut till vänster på α -axeln. Både strypfläns och munstycke mäter bäst när strömningen är fullt utbildad turbulent, och med för låga Reynoldstal innebär det för stor



Figur 38. Diagram för bestämning av genomströmningstalet α för strypfläns (a) och munstycke (b).

onoggrannhet i mätningarna. Man bör därför befinna sig till höger om *toleransgränsen* i diagrammen. Till höger om *konstansgränsen* gäller det dessutom att α -värdet är oberoende av Re , och bara beroende av m (hjälpelinjerna är horisontella här). För munstycke sammanfaller dessa båda gränser, men strypfläns har två separata gränser.

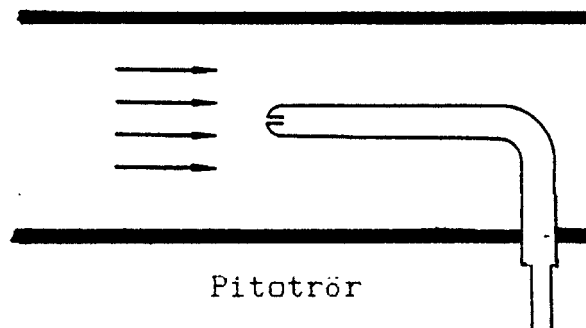
En komplikation vid beräkning av strömningshastigheten med hjälp av en strypfläns eller ett mätmunstycke, är att α beror på Reynolds tal, som i sin tur är beroende av den hastighet man vill bestämma. Det innebär att beräkningen inte kan göras rakt på, utan att ett passningsförfarande (*iteration*) måste användas. Detta går ut på att ett antagande om hastigheten eller Reynolds tal måste göras för att kunna utföra beräkningen. Detta antagande måste sedan kontrolleras. Om det är nödvändigt, måste sedan ett nytt antagande göras och beräkningarna göras om. Detta upprepas tills antagandet visar sig vara tillräckligt bra.

I rätt mätområde, oftast till höger om konstansgränsen, är dock α -värdet som nämnts oberoende av Re . Eftersom de flesta mätningar bör hamna här, är det lämpligt att det första antagandet är Re är större än konstansgränsen, och α alltså bara beroende av m . Metodiken för beräkningarna vid okänd hastighet, men kända dimensioner, kan beskrivas:

1. Beräkna m ur diametrarna.
2. Gör ett antagande om Re . Det första antagandet är att Re ligger till höger om konstansgränsen.
3. Bestäm nu α ur diagrammet. Bestäm först en punkt i diagrammet för rätt Re längs den hjälpelinje som motsvarar m . Läs sedan rakt åt vänster på α -axeln.
4. Beräkna v_I med ekvation [81].
5. Kontrollera antagandet! Beräkna Re med ekvation [83]. Om Re ligger till vänster om konstansgränsen (första gången), eller i övrigt skiljer sig för mycket från antagandet, måste ett nytt antagande göras.
6. Upprepa steg 2 - 5 tills antagandet är tillräckligt bra. Det som bestämmer det är i de flesta fallen noggrannheten i avläsningen av α . Då detta inte kan läsas med så mycket mer än 2 siffrors noggrannhet, brukar det i de allra flesta fallen räcka med en ytterligare beräkning, innan påverkan på α -värdet blir försumbar vid nya antaganden.

7.2.3 Pitotrör och Prandtlrör

De tidigare nämnda mätanordningarna, Venturimeter och liknande, kan bara mäta medelhastigheten i rörets tvärsnitt. Vill man komma åt den lokala hastigheten i någon punkt i tvärsnittet, kan istället *Pitot-* eller *Prandtlrör* användas. Det huvudsakliga elementet i båda dessa anordningar är ett rör som kan riktas rakt mot strömningen. Genom ett tryckuttag i den ände som är i strömningsriktningen kan då det lokala totaltrycket (beroende av den lokala hastigheten) mätas. Vi får då ett Pitotrör (se figur 39).

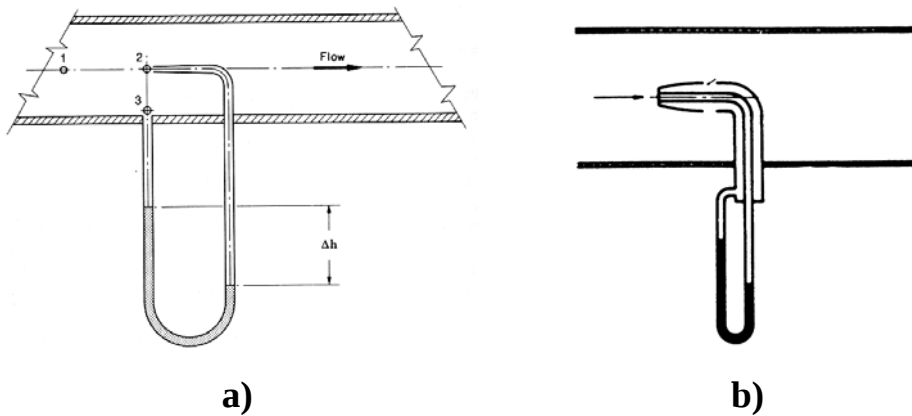


Figur 39. Ett Pitotrör för mätning av totaltrycket.

Om både totaltrycket och det statiska trycket är känt i en punkt, fås det dynamiska trycket i samma punkt ur ekvation [3] som:

$$\rho \cdot \frac{v^2}{2} = p_0 - p \quad [84]$$

Kombineras ett Pitotrör som mäter totaltrycket med en mätning av enbart det statiska trycket, blir tryckskillnaden däremellan ett mått på hastigheten. Eftersom det statiska trycket anses vara samma i hela tvärsnittet i ett rör, går det ofta bra att mäta trycket vid rörets vägg, i anslutning till Pitotröret. Om det istället mäts i tryckuttag på själva mätröret, får man vad som kallas ett *Prandtlrör*.



Figur 40. Olika sätt att mäta det dynamiska trycket genom att mäta differensen mellan totaltryck och statiskt tryck. a) Pitotrör med tryckmätning vid rörväggen. b) Prandtlrör med tryckmätning i uttag på mätrörets väggar.

Sambandet för den lokala hastigheten blir (ur ekvation [84]):

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot (p_0 - p_1)}{\rho}} \quad [85]$$

Ligger mätpunkten för Pitot- eller Prandtlröret i mitten av röret, blir den uppmätta hastigheten lika med den maximala hastigheten. Är strömningen turbulent, kan medelhastigheten fås genom att multiplicera den maximala hastigheten med 0,8. Volymflödet, med hastigheten mätt i mitten av röret blir:

$$\dot{V} = 0,8 \cdot v_{max} \cdot A \quad [86]$$

8 Rörströmning med förluster

8.1 Tryckförluster i raka rör

Bernoullis ursprungliga ekvation gäller för förlustfri strömning. På grund av friktion mot rörväggen och inre friktion mellan partiklar och molekyler, är strömningen i praktiken aldrig förlustfri. Friktionen gör att en del av rörelseenergin omvandlas till värme, Q_f , som sedan avgår till omgivningen. Man kan skriva en modifierad *Bernoullis* ekvation, där denna förlustpost ingår.

$$m \cdot g \cdot h_1 + m \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 \cdot \frac{m}{\rho} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \cdot \frac{m}{\rho} + Q_f \quad [87]$$

Skrivs i stället ekvationen med trycktermer, uttrycks förlusten med ett tryckfall.

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \Delta p_f \quad [88]$$

Vid laminär strömning i ett horisontellt rör, se kapitel 6.3, gäller enligt Hagen-Poiseuilles ekvation

$$v = \frac{(p_1 - p_2) \cdot R^2}{8 \cdot L \cdot \mu} \quad [89]$$

Tryckskillnaden $(p_1 - p_2)$ motsvarar förlusttryckfallet i den modifierade *Bernoullis* ekvation.

$$(p_1 - p_2) = \Delta p_f = \frac{v \cdot 8 \cdot \mu \cdot L}{R^2} \quad [90]$$

Med insättande av

$$R = \frac{D}{2} \quad \text{och} \quad \text{Re} = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu}$$

fås följande samband

$$\Delta p_f = \frac{32 \cdot L \cdot \rho \cdot v^2}{\text{Re} \cdot D} \quad [91]$$

eller skrivet på ett annat sätt

$$\Delta p_f = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [92]$$

Vi kan skriva om ekvation [92] som

$$\Delta p_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [93]$$

Detta är en allmän ekvation för friktionstryckfall i raka rör, och är bl.a. känd under namnet *Darcy-Weisbachs lag*. Parametern λ , *friktionsfaktorn*, är ett mått på hur stort motståndet mot strömning är. För laminärt flöde gäller alltså:

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}} \quad [94]$$

Eftersom viskositeten är en viktig faktor i Reynolds tal, är friktionsfaktorn direkt beroende av viskositeten. Det gäller dock bara vid laminär strömning. Vid den mycket vanligare turbulenta strömningen blir uttrycken mer komplicerade. I början av 1930-talet utvecklade den ungerske teoretikern von Kármán och den tyske fysikern Nikuradse ett uttryck för friktionsfaktorn vid turbulent strömning i släta rör, baserat på försök gjorda av Nikuradse:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \cdot \log(\text{Re} \cdot \sqrt{\lambda}) - 0,20 \quad [95]$$

Vid turbulent strömning visade det sig att även ytans skrovlighet spelade in. Eftersom den spelar en roll för när omslaget till turbulens sker, så det är inte svårt att tänka sig att turbulensen och därmed den inre friktionen också bör öka om rörytans skrovlighet ökar. För att få ett mått på skrovlighet preparerade Nikuradse olika rör genom att klistra ett tunt lager sandkorn, med väl bestämd storlek, på rörens insida. Vid mätning av tryckfallet i dessa rör, representerar sandkornens storlek, ε , *skrovligheten* eller *ytråheten* för insidan på ett vanligt rör. (Eftersom Nikuradse använde sandkorn, kallas ε ibland *ekvivalent sandskrovlighet*.) Vid fullt utbildad turbulent strömning och höga Reynoldstal fann Nikuradse ett uttryck för friktionsfaktorn som var oberoende av Re, men var en funktion av *den relativa skrovligheten*, ε/D :

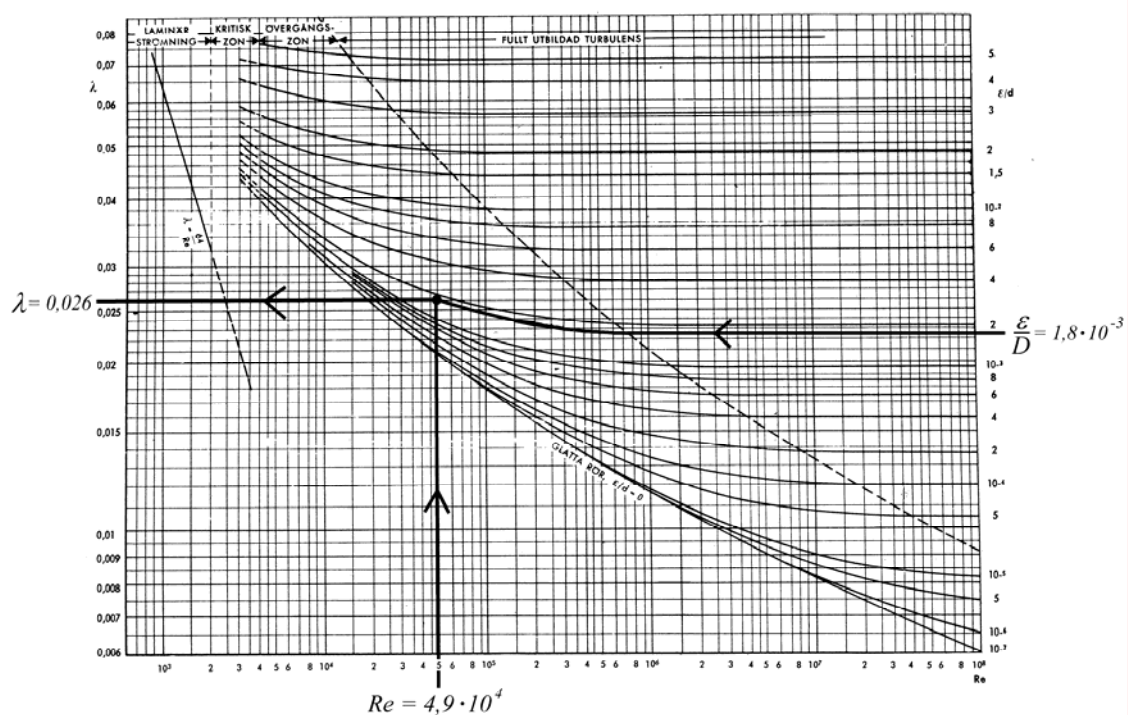
$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2,0 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon}{D}\right) + 1,14 \quad [96]$$

Ekvation [96] stämmer bara när Re är över en viss gräns, som ligger över gränsen för omslag till turbulent flöde. För turbulent flöde under detta Re -värde, i *övergångszonen*, har olika uttryck presenterats, bl.a. av Colebrook och White i slutet av 1930-talet:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3,71} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}}\right) \quad [97]$$

Uttrycken i ekvationerna [95] och [97] är besvärliga att använda, eftersom λ finns med i både vänster- och högerled. Det innebär att man måste använda sig av ett passningsförfarande med flera iterationer. Därför presenterade amerikanen Moody i mitten av 1940-talet ett diagram som bygger på de fyra ekvationerna [94], [95], [96] och [97] (se Figur 41), för att enkelt kunna läsa av λ när man känner Re och ε . Detta diagram benämns ofta *Moodydiagrammet*. I diagrammet ges friktionsfaktorn som en funktion av Reynolds tal och med kvoten ε/D som parameter, med Re som x-axel och ε/D som hjälplinjer, d.v.s.:

$$\lambda = f\left(Re, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad [98]$$



Figur 41. Moodydiagrammet för friktionstryckfall i rör. Inlagd avläsning hör till exempel 4.

I vissa diagram används en annan friktionsfaktor, den s.k. *Fanningfaktorn* f , vilken skall multipliceras med 4 för att få λ . Sambandet för friktionstryckfallet med Fanningfaktorn blir:

$$\Delta p_f = 4 \cdot f \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = f \cdot \frac{L}{R} \cdot \rho \cdot v^2 \quad [99]$$

Beräkningen av Fanningfaktorn bygger alltså på radie, inte diameter, och på hastigheten i kvadrat, inte dynamiskt tryck. Det finns även andra varianter i litteraturen, så det gäller att alltid kontrollera vilket uttryck för tryckfallsberäkning som den aktuella friktionsfaktorn ska användas i.

Mätningar i andra rör har jämförts med Nikuradses experiment, och olika värden på ε kan hittas i litteraturen. Värdet beror dels på material, dels på hur länge röret är använt och till vad, eftersom t.ex. slitage och rost är faktorer som ökar skrovligheten. I många tabellverk finns data om skrovligheten för vanliga rörtyper. En relativt enkel mätning kan annars ge en uppskattning. Det som krävs är en rak rörsektion utan störningar i strömningen, med möjlighet att mäta det statiska trycket i båda ändarna (jfr figur 28), och kännedom om flödet och fluidens egenskaper vid aktuell temperatur. Genom att tryckfallet är känt, kan friktionsfaktorn beräknas, och med hjälp av Reynolds tal kan exempelvis en punkt i Moodydiagrammet bestämmas, vilket genom att identifiera rätt ε/D -linje åtminstone kan ge en grov uppfattning om skrovligheten.

Den understa kurvan i diagrammet gäller för glatta (släta) rör, med skrovligheten noll. Moderna plaströr och glaströr kan exempelvis anses som glatta när de är nya.

Den streckade kurvan är gränsen för när övergångszonen tar slut och λ -funktionen blir räta horisontella linjer, d.v.s. när λ blir oberoende av Reynolds tal (ekvation [96]). Till höger om detta sägs *fullt utbildad turbulens* råda. Detta ska inte förväxlas med när strömningen sägs vara fullt utbildat turbulent, som bara säger något om den allmänna strömningsbilden. Det tillståndet innefattar både vad som i Moodydiagrammet kallas övergångszonen och den fullt utbildade turbulensen. Anledningen till att den turbulenta strömningen i röret inte räknas som fullt utbildad vid beräkning av friktionsfaktorn, är att det har att göra med skrovlighetens påverkan, och den sitter vid rörväggen. Om man ser noggrant på den turbulenta hastighetsprofilen, kommer den alltid att ha hastigheten noll vid rörväggen, och ökar sedan snabbt till den hastighet som råder i större delen av röret, den turbulenta hastigheten. I ett tunt

skikt närmast rörväggen har hastigheten ännu inte ökat till värden som skulle ge turbulent flöde, utan i detta skikt, *det laminära underskiktet*, är strömningen laminär. Ju snabbare flödet är, desto snabbare ökar hastigheten i hastighetsprofilen, och desto tunnare blir då också det laminära underskiktet. Ett högre Reynoldstal innebär alltså ett tunnare laminärt skikt. Vid lägre Re kommer det att vara laminär strömning närmast den skrovliga väggen (även om det är turbulent i röret). Laminär strömning påverkas inte på samma sätt av skrovligheten, och när det laminära skiktet minskar till samma storleksordning som skrovligheten, och den turbulenta strömningen får kontakt med rörväggens skrovlighet, ändras påverkan på friktionsfaktorn. Eftersom storleksordningen på skrovligheten spelar roll, kan man se att gränsen för fullt utbildad turbulens ligger på lägre Re för större värden på ε/D .

I det kritiska området mellan laminär och turbulent strömning saknas egentliga värden på friktionsfaktorn, på grund av svårigheter att få mätvärden, då strömningen är instabil i denna region. Man bör undvika att hamna i detta område, p.g.a. strömningens instabilitet.

Exempel 4

Genom ett horisontellt, rakt rör med diametern 50 mm och längden 100 m, pumpas 150 l/min vatten av 10 °C. Röret är galvaniserat, och dess skrovlighet ε är ekvivalent med 0,09 mm. Uppskatta hur stor tryckförlusten är.

Lösning:

Tryckförlusten kan bestämmas med hjälp av ekvation [93]:

$$\Delta p_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2}$$

Vi känner längden och diametern, och med hjälp av tabelldata kan vi bestämma densiteten vid aktuell temperatur. Vi måste ha tag på friktionsfaktorn och strömningshastigheten.

$$L = 100 \text{ m}$$

$$D = 0,05 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3 \text{ (eg. } 999,7 \text{ kg/m}^3 \text{ vid } 10 \text{ °C, men avrundning sker till 3 gällande siffror)}$$

För att bestämma friktionsfaktorn, måste vi ha Reynolds tal, medan skrovligheten är känd.

$$\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{\varepsilon}{D}\right)$$

$$\text{Re} = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu}$$

Den dynamiska viskositeten kan fås ur tabelldata, men det kvarstår att bestämma hastigheten. Eftersom volymsflödet är känt, fås hastigheten ur:

$$v = \frac{\dot{V}}{A} = \frac{\dot{V}}{\left(D/2\right)^2 \cdot \pi}$$

$$\dot{V} = \frac{0,150}{60} = 0,0025 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$v = \frac{0,0025}{0,025^2 \cdot \pi} = 1,27 \text{ m/s}$$

Vi kan nu bestämma kvoten ε/D och Reynolds tal

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,09 \cdot 10^{-3}}{0,05} = 1,8 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Re} = \frac{1,27 \cdot 0,05 \cdot 1000}{1,3 \cdot 10^{-3}} = 4,9 \cdot 10^4$$

Med hjälp av dessa fås en skärningspunkt i Moodydiagrammet enligt figur 41.

Horisontellt ut till vänster fås λ -värdet.

$$\lambda = 0,026$$

Nu fås tryckförlusten som

$$\Delta p_f = 0,026 \cdot \frac{100}{0,05} \cdot 1000 \cdot \frac{1,27^2}{2} = 42000 \text{ N/m}^2$$

Svar: Tryckförlusten blir 42 kPa.

8.2 Engångsförluster

Tryckförluster i raka rörsektioner kan bestämmas med relativt god noggrannhet ur ovanstående uttryck, om rördata är kända och strömningen är väldefinierad. Vid delar i rörssystem där det inte är lika lätt att beskriva strömningen, exempelvis rörkrökar och ventiler, måste en mer grovhuggen metod användas. Den går ut på att förlusterna för hela den aktuella delen, s.k. *engångsförluster*, behandlas med hjälp av en empirisk parameter av någon typ. Det

finns några olika sätt att behandla engångsförlusterna. den vanligaste är med en *förlustfaktor*, men begreppet *ekvivalent längd* är också vanligt. För ventiler används ofta en *flödesfaktor*.

8.2.1 Engångsförluster angivna med förlustfaktor, n

Det vanligaste sättet att ange engångsförlusterna är med hjälp av *förlustfaktorn*, här betecknad n . Beteckningarna på denna faktor skiljer sig ofta i litteraturen. Andra vanliga beteckningar är ξ (ξ), ζ (ζ) eller K . De tryckförluster som uppstår i rörkrökar, areaändringar, ventiler, m.m., är beroende på en mängd faktorer. Den viktigaste är flödet, eller det dynamiska trycket, och förlustfaktorn anses i detta förenklade synsätt vara en konstant. Uttrycket för faktorn är:

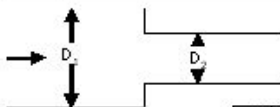
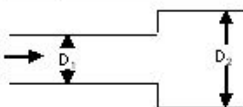
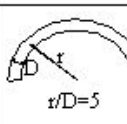
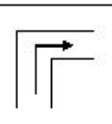
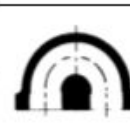
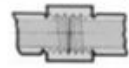
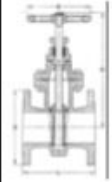
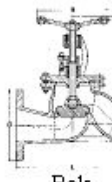
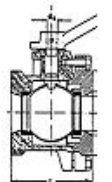
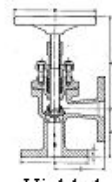
$$\Delta p_{f,engång} = n \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [100]$$

Värdet på faktorn n har olika värden för skilda rördetaljer. För att skilja engångsförlusterna från förlusterna i raka rör, betecknas de senare ofta med $\Delta p_{f,friktion}$, eftersom det är mer entydigt att det är friktionen som ger förlusten i raka rör. I olika rördetaljer blir förlusterna olika stora, beroende på vilken strömningsbild som uppstår. Utöver den rena friktionen mot väggarna, uppstår det genom störningar i strömningen virvlar och döda zoner, vilket kan öka motståndet mot strömning radikalt. Detaljer där strömningen måste ändra riktning på ett abrupt sätt kan ge stora förluster i jämförelse med detaljer där detta sker mer gradvis. En annan vanlig orsak till ökad förlust är trånga passager (exempelvis nästan stängda ventiler), där den högre hastigheten leder till ökad friktion.

Det totala tryckfallet i ett rörsystem består av förluster dels i raka rör, dels i rördetaljer. Eftersom den ofta komplicerade strömningsbilden i en rördetalj spelar stor roll för tryckförlusten, är det svårt att beräkna denna förlust. I stället används mer eller mindre grova och förenklade empiriska parametrar. I regel är tryckfallet på grund av dessa detaljer betydligt mindre än friktionsförlusterna i raka rör, vilket gör att en förenklad metod ändå ger tillräcklig noggrannhet för uppskattningen av förlusterna. Nödvändig noggrannheten i uppskattningen av engångsförlusterna bör avgöras i jämförelse med det totala tryckfallet, som är en summering av friktionstryckfallet (raka rör) och de ingående engångsförlusterna, enligt:

$$\Delta p_f = \Delta p_{f, friktion} + \Delta p_{f,engång} = \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + \sum n \right) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [101]$$

En närmare titt på de ingående termerna i summan ger ofta vid handen att engångsförlusterna är försumbara, eller att de utgör en liten del av det totala tryckfallet. Om endast en uppskattning av tryckfallet ska göras, är även de grovt förenklade värdena som denna metod ger tillräckligt noggranna. I många handböcker finns mer eller mindre detaljerade värden på n för olika detaljer i rörsystem. I det mest förenklade fallet används ett och samma värde för en viss rördetalj oberoende av dimensioner eller andra parametrar. I figur 42 ges endast några få exempel på n -värden. Det bör understrykas att dessa värden är mycket ungefärliga. Såväl storlek som flödeshastighet och sätt att koppla ihop armaturen i fråga med röret inverkar.

Skarpkantad areaminskning¹⁾  $\beta = \frac{D_2}{D_1}$ $n = 0,5 \cdot (1 - \beta^2)$ <table><tr><td>β</td><td>0</td><td>0,5</td><td>0,75</td></tr><tr><td>n</td><td>0,5</td><td>0,38</td><td>0,22</td></tr></table>			β	0	0,5	0,75	n	0,5	0,38	0,22	Skarpkantad areaökning¹⁾  $\beta = \frac{D_1}{D_2}$ $n = (1 - \beta^2)^2$ <table><tr><td>β</td><td>0</td><td>0,5</td><td>0,75</td></tr><tr><td>n</td><td>1</td><td>0,56</td><td>0,19</td></tr></table>			β	0	0,5	0,75	n	1	0,56	0,19									
β	0	0,5	0,75																											
n	0,5	0,38	0,22																											
β	0	0,5	0,75																											
n	1	0,56	0,19																											
Standardvinkel²⁾  45° 0,32 $n = 16 \cdot \lambda_T$		90°-böjar²⁾  Stor radie 0,3 $n = 14 \cdot \lambda_T$		180°-böjar²⁾  Stor radie 0,5 $n = 25 \cdot \lambda_T$																										
		 Skarp vinkel 1,2 $n = 60 \cdot \lambda_T$		 Snäv böj 1,0 $n = 50 \cdot \lambda_T$																										
T-kopplingar³⁾					Kopplingar⁴⁾  0,06																									
 0,2		 1,3		 1,5																										
		 0,9																												
Slussventiler²⁾  <table><tr><td>Öppn. %</td><td>Normal</td><td>Regler</td></tr><tr><td>100</td><td>0,16</td><td>0,16</td></tr><tr><td>75</td><td>0,17</td><td>0,21</td></tr><tr><td>50</td><td>0,21</td><td>0,51</td></tr><tr><td>25</td><td>0,64</td><td>2,4</td></tr></table> Full öppning 0,16 $n = 8 \cdot \lambda_T$		Öppn. %	Normal	Regler	100	0,16	0,16	75	0,17	0,21	50	0,21	0,51	25	0,64	2,4	Sätesventiler²⁾  Rak Full öppning 6,8 $n = 340 \cdot \lambda_T$		Kulventiler²⁾  <table><tr><td>Öppn. %</td><td>n</td></tr><tr><td>100%</td><td>0,06</td></tr><tr><td>75%</td><td>1,1</td></tr><tr><td>50%</td><td>11</td></tr><tr><td>25%</td><td>250</td></tr></table> Full öppning 0,06 $n = 3 \cdot \lambda_T$		Öppn. %	n	100%	0,06	75%	1,1	50%	11	25%	250
Öppn. %	Normal	Regler																												
100	0,16	0,16																												
75	0,17	0,21																												
50	0,21	0,51																												
25	0,64	2,4																												
Öppn. %	n																													
100%	0,06																													
75%	1,1																													
50%	11																													
25%	250																													
		 Vinklad Full öppning 3,0 $n = 150 \cdot \lambda_T$																												

1) n -faktorn beräknas m.a.p. hastigheten i det minsta tvärsnittet.

2) För beräkning av värdena har $\lambda_T = 0,020$ använts.

(Källa: Crane "Flow of fluids - Technical paper no 410")

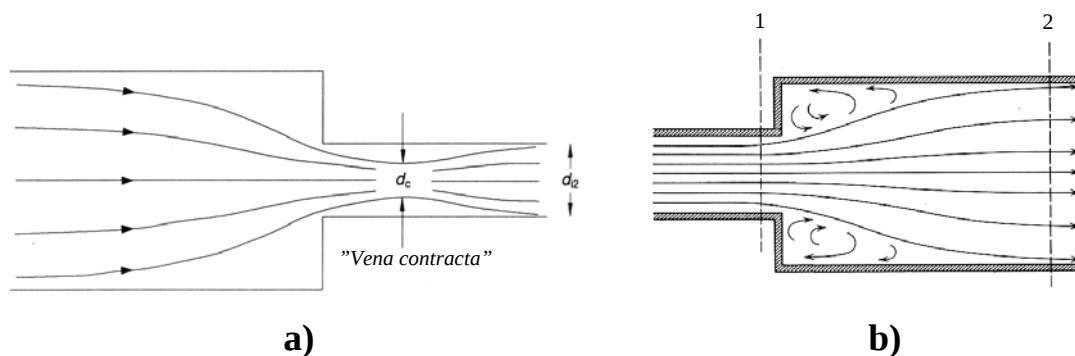
3) Dessa värden gäller då in- och utgående flödeshastigheter är lika.

(Källa: Alvarez "Energiteknik")

4) Detta värde är givet för $D = 50$ mm. (Källa: Hydraulic Institute "Engineering Data Book")

Figur 42. Engångsförlustfaktorn n för några vanliga rördetaljer.

En förändring av strömningens tvärsnittsarea innebär att utrymmet för strömningssvägarna för enskilda fludelement, strömlinjerna, blir hopträngt eller utvidgat. Detta ger i sig inte så stora förluster, men om det sker för snabbt, kan inte strömlinjerna följa väggen, utan det uppstår döda zoner i "hörnen" innan en minskning resp. efter en ökning. I figur 43 visas strömningsskilderna för *skarp areaminskning* och *skarp areaökning*. Vid areaminskningen kommer strömlinjerna att fortsätta att förtätas till en s.k. "vena contracta" en bit bortanför själva areaförändringen, innan de åter fyller rörets tvärsnittsarea.



Figur 43. Strömningsskilderna vid skarpa areaändringar. a) Skarp areaminskning med "vena contracta". b) Skarp areaökning.

De döda zonerna, som ökar den inre friktionen, blir större ju större skillnaden mellan de båda tvärsnittens areor blir. Ekvationen och några värden på den kurva som beskriver n -faktorn som en funktion av diameterförhållandet β (kvoten mellan den minsta och den största diametern) är givna i figur 42. När denna faktor används i uttrycket för engångsförlusten (ekvation [100]) ska i regel den högsta hastigheten sättas in, d.v.s. den som råder vid den minsta arean. Om de skarpa kanterna avrundas minskar förlusterna, för att vid en tillräckligt gradvis förändring vara försumbara.

Ett *inlopp* i ett rörsystem från en tank eller reservoar kan i det allmänna fallet ses som ett specialfall av areaminskning, med areakvoten 0 (rörets tvärsnittsarea är vanligtvis mycket mindre än tankens). Vid skarpkantat inlopp blir n -faktorn därför 0,5. En avrundning, *inloppsdyssa*, eller konformat inlopp, *inloppsträtt*, ger dock lägre förluster. Det är dock inte ovanligt att inloppet av praktiska skäl sticker in en bit i tanken. Detta ökar istället förlusten.

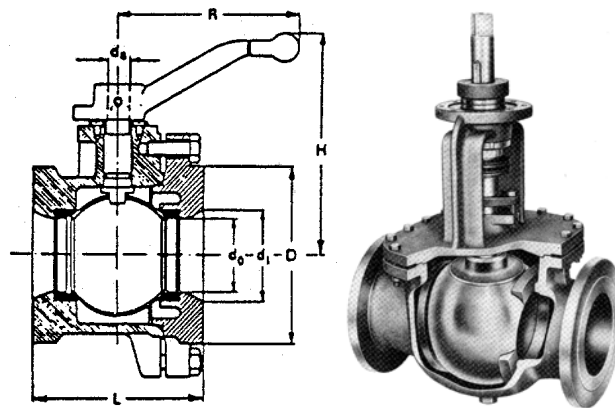
Ett *utlopp* till en tank eller stor reservoar kan på samma sätt ses som ett specialfall av en areaökning, med areakvoten 0. Detta innebär att ett skarpkantat utlopp leder till en

förlustfaktor på 1. Insatt i ekvation [100] kan man se att detta motsvarar en förlust som är lika stor som det dynamiska trycket. Detta är inte ologiskt, eftersom strömningshastigheten i en stor behållare är försumbart låg (stort tvärsnitt), d.v.s. hela hastigheten försvinner. Att minska hastigheten i utloppet, genom att successivt öka arean, d.v.s. ha en *utloppsdyssa* eller *-tratt* (även kallad *diffusor*) leder till ett lägre dynamiskt tryck i utloppet och därmed lägre förlust, eftersom minskningen av dynamiskt tryck i dysan i högre grad omvandlas till en ökning av det statiska trycket. Det bör även tilläggas att ett fritt utlopp, d.v.s. när flödet strömmar rakt ut i omgivande luft, t.ex. ovanför ytan i en öppen tank, har en försumbar förlust, eftersom flödeshastigheten inte ändras i själva utloppet.

Vad gäller olika rörelement, som *böjor* eller *förgreningar*, är förlusterna beroende av rörets dimensioner, men framför allt av hur skarpa ändringar som strömningsbilden utsätts för. För böjor eller vinklar finns litteraturredata och data från leverantörer, där hänsyn tas både till hur stor ändringen i strömriktningen (vinkeln) är och hur snabbt detta sker (böjningsradien). I förgreningar (vanligast *T-* eller *Y-kopplingar*) är förlusterna dessutom beroende på vilken strömningsväg som avses (och i viss mån också om det sker strömning eller inte i de andra förgreningarna). I figur 42 anges värden för några standardelement. Användning av dessa värden är att betrakta som grova uppskattningar, eftersom ingen hänsyn tas till dimensionen på rörelementen. Ett sätt att ta hänsyn till dimensionen är att använda de uttryck som presenteras i figuren (hämtade från *Crane: "Flow of fluids"*), baserade på friktionsfaktorn för fullt utbildad turbulens, λ_T , i det anslutna röret och en ekvivalent längd (se nedan, kap. 8.2.2). Det bör påpekas att λ_T i de uttrycken alltid gäller för fullt utbildad turbulens, oavsett strömningsbilden i röret.

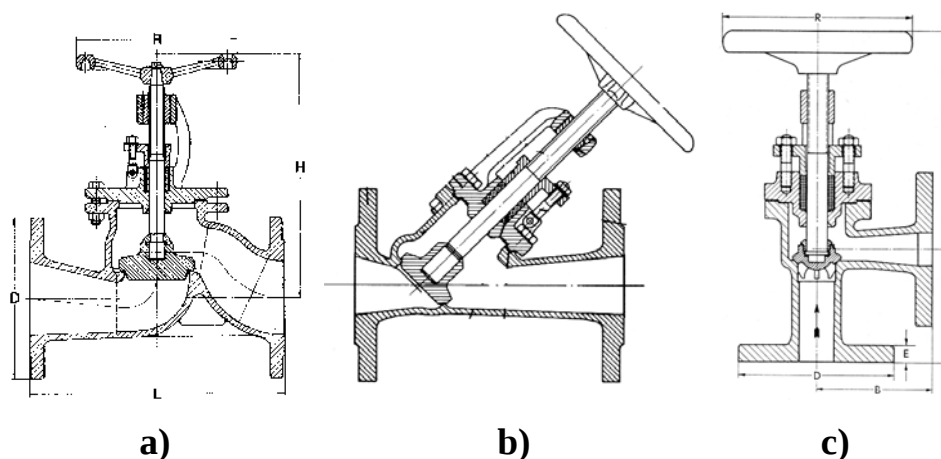
Olika armaturer i rörsystemet, exempelvis ventiler, flänsar eller kopplingar, innebär störningar i det vanliga flödet. I vissa fall är dessa störningar i strömningsbilden oundvikliga, eftersom det hänger ihop med funktionen hos armaturen. Som nämnts i kapitel 7.2.2, innebär exempelvis flödesmätning med strypfläns en stor förlust, medan alternativet att mäta med Venturimeter ger betydligt lägre förluster. Det är inte ovanligt med stora förluster vid just flödesmätning, eftersom många anordningar är sådana att de måste placeras i själva flödet.

Ventilernas funktion är antingen att vara helt öppen/helt stängd eller att reglera flödet. Flödesregleringen sker genom att ha ventilen mer eller mindre öppen. Olika öppning innebär mer eller mindre hinder för strömningen, bl.a. genom areaändringen. Detta ger alltså ökad



Figur 44. Kulventil. I fullt öppet läge är $n \approx 0,1$, om diametern i öppningen motsvarar rördiametern. (Källa: Pumphandboken)

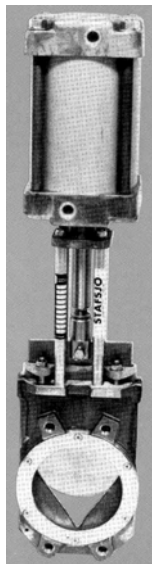
förlustfaktor för ökad grad av stängning, vilket syns i figur 42 för slussventilen och kulventilen. (Det är denna ökning som leder till det minskade flödet, eftersom, enkelt uttryckt, lägre dynamiskt tryck i ekvation [100] kompenserar för ökningen i förlustfaktorn.) Ventilerna väljs således inte alltid med avseende på egenskaperna vid full öppning. Om funktionen är att vara öppen/stängd, kan ventiler som ger så låg förlust som möjligt användas, exempelvis en *kulventil* (figur 44) eller en *slussventil*. Vid full öppning är det inte mycket som hindrar strömningen genom dessa ventiler. Däremot innebär full öppning i en *sätesventil* (även kallad *kägelventil*) att förlustfaktorn fortfarande är hög, p.g.a. att strömningen i en sådan ventil utsätts för många störningar och riktningsbyten (se figur 45a). En *snedsätesventil* (figur 45b) eller en *vinklad sätesventil* (figur 45c), ger däremot mindre störningar för strömningen, vilket leder till lägre förlustfaktor vid full öppning.



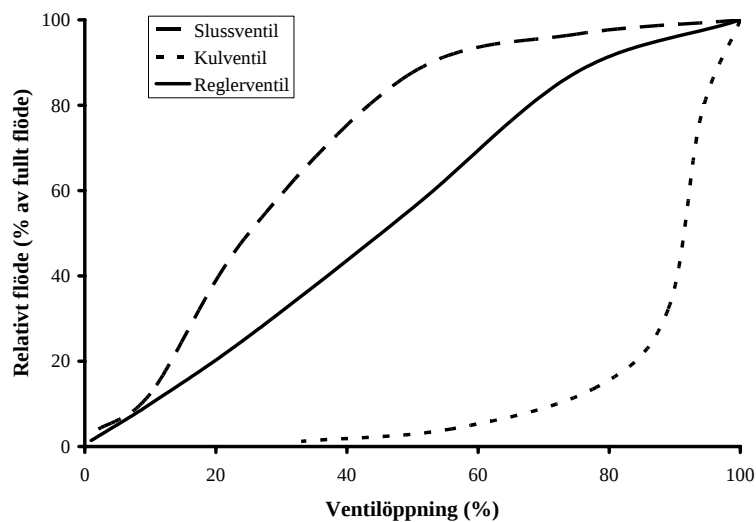
Figur 45. Olika sätesventiler (kägelventiler): a) Rak sätesventil ($n = 4 - 5$).

b) Snedsätesventil ($n = 2 - 4$). c) Vinklad sätesventil ($n = 3$). (Källa: Energiteknik, Alvarez)

I ventiler som är avsedda för reglering av flödet strävar man efter att kontrollera förlusten på ett bättre sätt, så att en ändring i ventilens öppning motsvarar en väl kontrollerad ändring i flödet. För detta krävs speciella anpassningar av ventilerna, ofta utformad så att genomströmningsarean ändras på ett specifikt sätt vid ändring i ventilläget (t.ex. en täckskiva för flödet genom en skjutspjällsventil, se Figur 46a). Detta innebär ofta att full öppning ger en högre förlust än för en vanlig ventil av samma typ. I Figur 46b jämförs flödet genom två olika standardventiler (slussventil och kulventil) vid olika ventilöppning med det typiska flödet genom en reglerventil. (Förlustfaktorerna är hämtade ur Figur 42. Observera att ”reglerventilens” kurva bara är en anpassad slussventilkurva, för att demonstrera skillnaden i förlustfaktorns profil.)



a)



b)

Figur 46. a) En skjutspjällsventil (en typ av slussventil) med V-formad öppning för flödesreglering.

b) Det relativa genomflödet som en funktion av ventilöppning för normal slussventil och kulventil i jämförelse med typisk reglerventilkurva.

Det typiska för en slussventil (gäller även sätesventiler) är att flödet ökar för mycket när ventilen börjar öppnas, för att snabbt nå upp till maximalt flöde. Därefter händer det inte så mycket med flödet hur mycket mer man än öppnar ventilen. För kulventiler är det istället vanligt att öppningen genom kulan inte får kontakt med öppningen i röret förrän kulan har vridits en ganska stor vinkel, och sedan kommer all flödesökning vid den sista delen av vridningen till full öppning. Ingen av dessa typer är riktigt lämpad för reglering, för en bra

reglerventil bör ge en jämn ändring i flödet för hela öppningsintervallet, vilket visas av reglerventilkurvan.

8.2.2 Alternativa sätt att ange engångsförluster

Ett annat vanligt sätt att ange engångsförluster är att använda sig av *ekvivalent längd*. Detta innebär att man uttrycker engångsförlusten som en förlust i ett rakt rör, med samma dimensioner och egenskaper som det rör i vilket rördetaljen sitter. För att få samma förlust skulle det krävas en viss rörlängd, L_{ekv} . Uttrycket blir då

$$\Delta p_{f,engång} = \lambda \cdot \frac{L_{ekv}}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [102]$$

Detta innebär ett ofta mer greppbart sätt att se inverkan av engångsförlusterna i jämförelse med förlusterna i raka rör, eftersom det bara blir en jämförelse mellan längden på de raka rören och den ekvivalenta längden för engångsförlusterna. Längd är ju också ett mer visuellt mått än ett tryckfall. Ekvivalent längd anges ofta i litteraturen i tabeller som $(L/D)_{ekv}$.

Summering av förlusterna blir också på motsvarande sätt enkel:

$$\Delta p_f = \Delta p_{f,friktion} + \Delta p_{f,engång} = \lambda \cdot \left(\frac{L}{D} + \sum \left(\frac{L}{D} \right)_{ekv} \right) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [103]$$

De flesta angivelserna av ekvivalent längd gäller dock jämförelsen med rörets förhållanden vid fullt utbildad turbulens (ur friktionsfaktorns synvinkel), vilket inte alltid är fallet vid rörströmning. Summeringen blir då istället:

$$\Delta p_f = \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + \lambda_T \cdot \sum \left(\frac{L}{D} \right)_{ekv} \right) \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} \quad [104]$$

För ventiler används numera ofta en annan parameter, en *flödesfaktor*, vars värde anger det flöde som ger upphov till ett visst bestämt tryckfall. I k_v -faktorn (använd i Europa) anges flödet i m^3/h och tryckfallet är 1 bar. (P.g.a. andra enheter, flöde i US gallons/min och tryck i pounds per square inch (psi), används i USA en motsvarande c_v -faktor, vars värde är 0,86 gånger k_v .) Engångsförlusten kan allmänt skrivas som

$$\Delta p_{f,engång} = \text{konstant} \cdot \dot{V}^2 \quad [105]$$

d.v.s. tryckfallet är proportionellt mot volymflödet i kvadrat. (Volymflödet är ju direkt proportionellt mot hastigheten.) Detta innebär att tryckförlusten i bar kan skrivas

$$\Delta p_{f,engång} = 1 \text{ bar om } \dot{V} = k_v \Rightarrow \Delta p_{f,engång} = \left(\frac{\dot{V}}{k_v} \right)^2 \quad (\text{bar}) \quad [106]$$

Precis som förlustfaktorn, anges k_v -värdet för olika öppning av ventilerna.

9 Rörsystem

9.1 Drivande kraft

I många sammanhang som involverar någon typ av flöde (massflöde, energiflöde eller annat) är begreppet *drivande kraft* användbart. Den drivande kraften är det fenomen som ger upphov till flödet, oftast en skillnad eller obalans i någon egenskap som strävar efter att jämnas ut. (OBS! Benämningen "kraft" har ingenting med en fysikalisk kraft att göra!) Mot denna drivande kraft verkar ett *motstånd* mot flödet. Sambandet ser allmänt ut som

$$\text{Flöde} = \frac{\text{Drivande kraft}}{\text{Motstånd}} \quad [107]$$

Ett bekant exempel är elektrisk ström (I), där det är spänningen (U) som är den drivande kraften. Den är en skillnad i elektrisk potential som strävar efter att utjämnas, genom att skicka ström från den ena polen till den andra. Detta flöde motverkas av det elektriska motståndet (R), vilket ger:

$$I = \frac{U}{R} \quad [108]$$

Vid rörströmning kan olika flöden betraktas: Massflöde, volymsflöde eller strömningshastighet. Alla är mått på samma sak, och det går att räkna om ett mått till ett annat genom multiplikation eller division med konstanter. Den drivande kraften, det som driver flödet framåt, är att trycket (och därmed den fysiska kraften) är högre på ena sidan av ett fludelement än på den andra. Det är alltså *tryckskillnaden* som är den drivande kraften. (Om det är höjdskillnader inblandade, kan även höjdtrycket räknas in i denna tryckskillnad.) Motståndet är inte lika lätt att definiera, men fluidegenskapen viskositet måste ingå i uttrycket för motståndet, eftersom den är ett mått på den inre friktionen i fluiden. Om vi studerar laminär strömning, kan vi använda Hagen-Poiseuilles ekvation (ekvation [58]) för att identifiera motståndet.

$$v = \frac{\Delta p}{8 \cdot \mu \cdot \frac{L}{R^2}} \quad \left(\text{jfr Flöde} = \frac{\text{Drivande kraft}}{\text{Motstånd}} \right) \quad [109]$$

Vid laminär strömning gäller alltså uttrycket i nämnaren som motstånd mot strömning. Vi ser att motståndet ökar med ökad längd och minskad radie. (Detta är också analogt med det elektriska motståndet.) Uttrycket blir inte lika enkelt vid turbulent strömning, men användning av begreppet drivande kraft kan istället tjäna som en tankehjälp i mer komplicerade kopplingar av rör. Analogin med mer välkända fenomen, som ellära, kan då komma väl till pass.

9.2 Bernoullis modifierade ekvation i rörssystem

För att åstadkomma ett flöde i ett rörssystem, måste det motstånd mot flöde som uppstår övervinnas. Detta kan även uttryckas som att de tryckförluster som uppstår, måste balanseras av en lika stor drivande kraft. Denna kraft kan finnas i systemets förutsättningar, eller så måste den åstadkommas genom tillförande av energi, d.v.s. genom en pump eller fläkt.

Om det är skillnader i statiskt tryck eller höjd i systemet, kan det leda till att motståndet mot strömning övervinns, d.v.s. att ett flöde uppstår. Vi kan skriva om Bernoullis modifierade ekvation ([88])

$$p_1 - p_2 + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) + \rho \cdot \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2} = \Delta p_f \quad [110]$$

I många rörssystem är termen med skillnaden i dynamiskt tryck försumbar (om systemet går från en tank till en annan, exempelvis), vilket leder till att summan mellan statiskt tryck och skillnad i höjdtypeck måste vara lika stor som tryckförlusten i systemet för att det ska kunna bli något flöde. Eftersom tryckförlusten är beroende på flödet, kommer även små värden på denna summa, den drivande kraften, innebära ett möjligt flöde. En liten drivande kraft ger ett lågt flöde, vilket ger upphov till små tryckförluster. Summan i vänsterledet måste dock vara positiv.

Finns inte förutsättningarna i själva systemet, måste man tillföra energi genom en pump (för vätskor) eller en fläkt (för gaser) för att det ska bli ett flöde. Eftersom en av förutsättningarna i Bernoullis ekvation är inkompressibel strömning, har den begränsad användning i fråga om gaser, som är kompressibla. Därför kommer denna bok bara betrakta pumpar. (Fläktar ger dock ett likartat resonemang.) Om vi tillför energi till systemet, W_{pump} , kan vi skriva balansen som:

$$m \cdot g \cdot h_1 + m \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 \cdot \frac{m}{\rho} + W_{pump} = m \cdot g \cdot h_2 + m \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \cdot \frac{m}{\rho} + Q_f \quad [111]$$

eller som effekt (energi per tidsenhet):

$$\dot{m} \cdot g \cdot h_1 + \dot{m} \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 \cdot \frac{\dot{m}}{\rho} + \dot{W}_{pump} = \dot{m} \cdot g \cdot h_2 + \dot{m} \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 \cdot \frac{\dot{m}}{\rho} + \dot{Q}_f \quad [112]$$

Skrivs i stället ekvationen med trycktermer, får vi en modifierad Bernoullis ekvation med tillförd pumpeffekt som

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \Delta p_{pump} = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \Delta p_f \quad [113]$$

Vi kan alltså se, både i denna ekvation och genom resonemanget om tryckskillnad som den drivande kraften, att pumpen för att åstadkomma ett flöde måste öka trycket. Hur mycket det måste öka, kan vi se om ekvation [113] skrivs om:

$$\Delta p_{pump} = (p_2 - p_1) + \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) + \rho \cdot \frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2} + \Delta p_f \quad [114]$$

Av termerna i högerledet är tryckförlusten, Δp_f , alltid positiv. Övriga termer kan vara försumbara eller till och med negativa, vilket minskar det nödvändiga pumparbetet. Om hela högerledet blir negativt, behövs det alltså ingen pump.

9.2.1 Avgiven pumpeffekt och verkningsgrad

Den effekt som pumpen genom sitt arbete tillför fluiden kallas *avgiven pumpeffekt*. På grund av inre förluster i pumpen är det inte samma effekt som pumpen får, den *tillförda effekten*. Kvoten mellan tillförd effekt och avgiven effekt kallas pumpens *verkningsgrad* och definieras som

$$\eta_{pump} = \frac{\dot{W}_{pump,avgiven}}{\dot{W}_{tillförd}} \quad [115]$$

I många sammanhang är det svårt att avgöra vilken effekt som menas, på grund av otydliga beteckningar, men i denna bok innebär avgiven pumpeffekt att det är den effekt som pumpen

ger till fluiden som menas. Index "*pump*" kommer också att innebära avgiven effekt, d.v.s. "*avgiven*" kommer inte att användas.

En jämförelse mellan ekvationerna [112] och [113] visas att avgiven effekt kan skrivas

$$\dot{W}_{pump} = \frac{\dot{m}}{\rho} \cdot \Delta p_{pump} = \dot{V} \cdot \Delta p_{pump} \quad [116]$$

I vissa fall är skillnaderna i statiskt tryck, höjd och strömningshastighet försumbara, och tryckförlusten är den enda termen som blir kvar i högerledet av ekvation [114]. I det fallet blir den avgivna effekten:

$$\Delta p, \Delta h, \Delta(v^2) = 0 \Rightarrow \Delta p_{pump} = \Delta p_f \Rightarrow \dot{W}_{pump} = \dot{V} \cdot \Delta p_f \quad [117]$$

Om Bernoullis modifierade ekvation ställs upp och lämpliga försumningar görs, kan resultatet bli detsamma som ovanstående ekvation. Det senare är att rekommendera, eftersom det ger en bättre kontroll av vilka termer som försummas.

Exempel 5

Betrakta röret i exempel 4. Hur stor effekt måste pumpen avge till vattnet?

Lösning:

Enligt ekvation [116] är avgiven pumpeffekt

$$\dot{W}_{pump} = \dot{V} \cdot \Delta p_{pump}$$

Bernoullis ekvation [113] ger

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \Delta p_{pump} = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \Delta p_f$$

Röret är horisontellt $\Rightarrow \Delta h = 0$

Samma dimension i hela röret $\Rightarrow v_1 = v_2$ (Kontinuitetsekv.)

Inga uppgifter om över- eller undertryck anges. Samma statiska tryck antas $\Rightarrow p_1 = p_2$

$$\Rightarrow \Delta p_{pump} = \Delta p_f$$

Enligt exempel 4 är

$$\dot{V} = 0,0025 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\Delta p_{\text{pump}} = \Delta p_f = 42 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

Avgiven pumpeffekt blir nu

$$\dot{W}_{\text{pump}} = 0,0025 \cdot 42000 = 105 \text{ W}$$

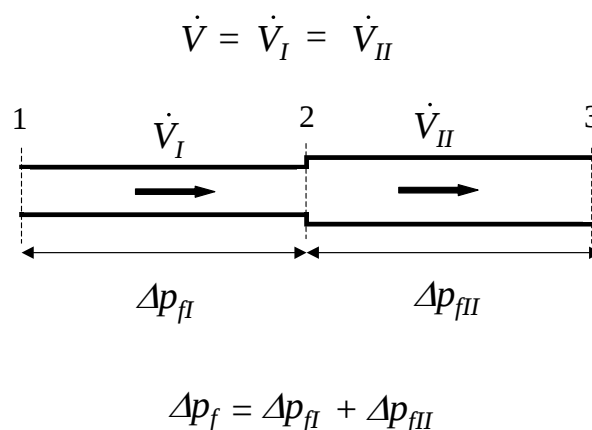
Svar: Pumpen behöver tillföra ca 100 W.

9.3 Sammansatta rörsystem

Hittills har vi bara nämnt strömning i rör med samma egenskaper (diameter, skrovlighet, m.m.). De flesta rörsystemen är mer komplicerade, med olika rör kopplade till varandra. Hopkopplingen av rören ger upphov till olika strömning i systemet, vilket kan ske på många mer eller mindre komplicerade sätt, men man kan särskilja tre huvudgrupper: *seriekoppling*, *parallellkoppling* och *förgreningar/blandningspunkter*. Vid studier av dessa fall, är konceptet med drivande kraft och analogin med elektrisk ström användbar. Nedan visas vad som gäller för tryckförluster och flöde vid de olika fallen.

9.3.1 Seriekopplade rör

Om två rör är kopplade i serie (se figur 47), kommer samma volymflöde att passera genom båda rören enligt kontinuitetsvillkoret (om det är en vätska). Tryckförlusten i det ena röret innebär en minskning av flödets energi. Denna minskning fortsätter sedan genom det andra röret, d.v.s. den totala tryckförlusten är en summa av de båda rören tryckförluster. (Om det innebär areaändring, räknas denna in som engångsförlust.) Vi har alltså för seriekoppling:



Figur 47. Flöde och tryckförlust vid seriekoppling av två rör.

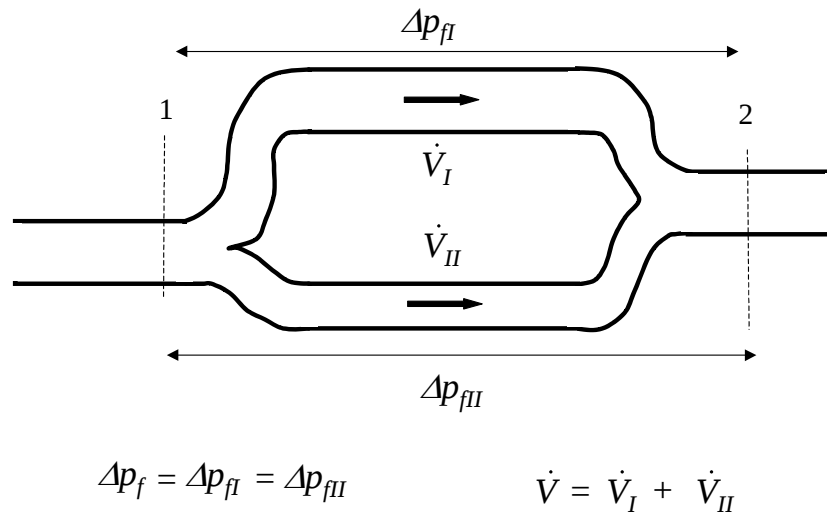
$$\dot{V} = \dot{V}_I = \dot{V}_{II} \quad [118]$$

$$\Delta p_f = \Delta p_{fI} + \Delta p_{fII} \quad [119]$$

(Analogt med seriekopplade elektriska ledare: $U = U_I + U_{II}$ och $I = I_I = I_{II}$)

9.3.2 Parallellkopplade rör

För två parallellkopplade rör (se figur 48) gäller att de båda rören, efter att ha delats, förenas igen. Flödet delas upp i de båda rören och det totala flödet är alltså summan av de båda flödena. Eftersom statiskt tryck, höjd och strömningshastighet för en given punkt är oberoende av vilken väg flödet tar, kan vi konstatera att tryckförlusten måste vara lika stor i



Figur 48. Flöde och tryckförlust vid parallellkoppling av två rör.

båda rören.

För parallellkopplade rör gäller alltså:

$$\dot{V} = \dot{V}_I + \dot{V}_{II} \quad [120]$$

$$\Delta p_f = \Delta p_{fI} = \Delta p_{fII} \quad [121]$$

(Analogt med parallellkopplade elektriska ledare: $U = U_I = U_{II}$ och $I = I_I + I_{II}$)

Uppställning av Bernoullis ekvation för de båda rören ger samma resultat. Med ett tvärsnitt precis innan delningen och ett precis efter återföreningen, blir det för det ena röret (se ekvation [88])

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \Delta p_{fl} \quad \Rightarrow$$

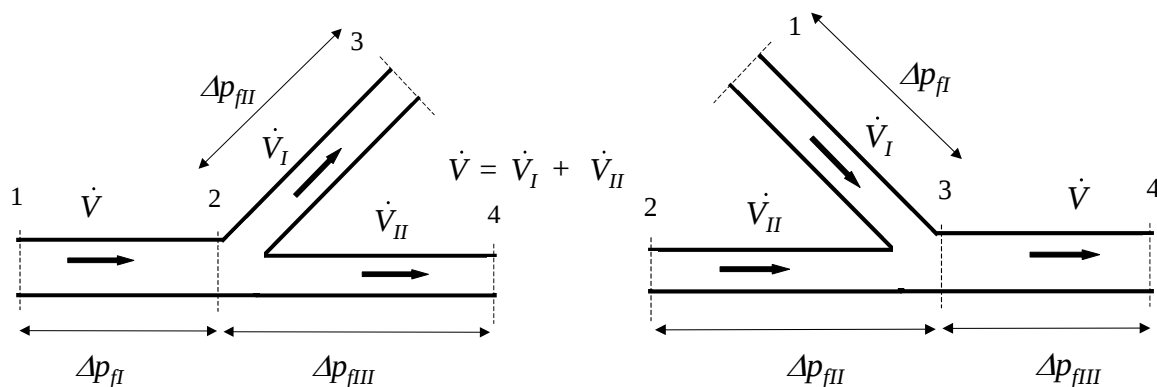
$$\Delta p_{fl} = (p_1 - p_2) + \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) + \rho \cdot \frac{(v_1^2 - v_2^2)}{2} \quad [122]$$

Om samma uppställning görs för det andra röret, kommer högerledet bli detsamma, eftersom tvärsnitten innan delningen och efter återföreningen är gemensamma, d.v.s. $\Delta p_{fl} = \Delta p_{flI}$.

9.3.3 Förgreningar och blandningspunkter

Vid en förgrening eller blandningspunkt (se figur 49), är det bara flödena som har ett bestämt samband. De båda flödena har bara en gemensam punkt, och tryckförlusten måste behandlas separat för de olika grenrören. Vi har alltså för förgrenade rör och blandningspunkter:

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad [123]$$



Figur 49. Förgrening i två rör och blandningspunkt mellan två rör.

Vid beräkningar med grenrör inblandade, är oftast inte data vid grenpunkten bestämda, utan beräkningarna måste göras både i det gemensamma röret och i grenröret. Det är då viktigt att komma ihåg att tryckförlusten i det gemensamma röret måste beräknas utifrån det totala flödet. Med beteckningar enligt figur 49, blir tryckförlusten mellan tvärsnitt 1 och 3 vid förgreningen:

$$\Delta p_{f1 \rightarrow 3} = \Delta p_{fI} + \Delta p_{fII} \quad \left(\text{OBS! } \Delta p_{fI} = f(\dot{V}) \text{ och } \Delta p_{fII} = f(\dot{V}_I) \right) \quad [124]$$

Motsvarande uttryck från tvärsnitt 1 till tvärsnitt 4 ger:

$$\Delta p_{f1 \rightarrow 4} = \Delta p_{fI} + \Delta p_{fIII} \quad \left(\text{OBS! } \Delta p_{fI} = f(\dot{V}) \text{ och } \Delta p_{fIII} = f(\dot{V}_{II}) \right) \quad [125]$$

(Man kan notera att tryckfallet i det gemensamma röret är detsamma i båda ekvationerna!)

9.4 Problemlösningsmetoder vid strömningsberäkningar i rörsystem

Vilken lösningsmetod som används då beräkningar ska göras för strömningen i ett rörsystem, beror mycket på vilka data som är tillgängliga och vad som måste beräknas. I stort kan tre olika fall urskiljas:

- I. Okänd drivande kraft
- II. Okänt flöde
- III. Okänd diameter

Ofta hamnar problemställningen i någon av de tre fallen. Nedan visas huvuddragen i lösningsmetodiken för dessa fall. I mer komplicerade situationer, kan kombinationer av dessa fall uppstå, exempelvis om den drivande kraften *och* flödet är okänt, som är fallet för de allra flesta pumparna. Lösningsmetod för detta tas upp i litteratur om pumpar, så det nämns inte i denna bok.

9.4.1 Okänd drivande kraft

För att kunna lösa strömningsberäkningarna i detta fall måste flödet, rörens dimensioner och egenskaperna för rör, rördetaljer och fluid vara kända. Detta är den metod som är mest "rakt på", eftersom det bara är att sätta in givna data i ekvationerna. Lösningsgången är följande:

1. Ställ upp Bernoullis ekvation [24] och gör lämpliga försumningar.
2. Identifiera den drivande kraften (höjdskillnad, tryckskillnad eller tillförd pumpeffekt).
3. Beräkna Reynolds tal (ekvation [71]) för att kunna bestämma friktionsfaktorn (λ).
4. Beräkna friktionstryckfallet (ekvation [93]).

5. Bestäm de sammanlagda engångsförlustfaktorerna för de ingående rördetaljerna och beräkna engångstryckfallet (ekvation [100]), eller bedöm om det är försumbart.
6. Beräkna den drivande kraften ur uppställningen av Bernoullis ekvation.

9.4.2 Okänt flöde

Om flödet ska kunna bestämmas, måste den drivande kraften, rörens dimensioner och egenskaperna för rör, rördetaljer och fluid vara kända. Beräkningarna innehåller parametrar som är beroende av flödet, framförallt friktionsfaktorn. (Denna är en funktion av Reynolds tal, i vilket strömningshastigheten ingår.) Detta gör att det inte går att lösa ekvationerna direkt, d.v.s. omskrivning kan inte ge ett uttryck med flödet enbart i vänsterledet.

För att hitta lösningen måste ett passningsförfarande, s.k. *iteration*, användas. Detta går ut på att ett lämpligt *antagande* om storleken på flödet görs, varefter beräkningarna utförs och *kontroll* av antagandet görs. Om antagandet visat sig felaktigt, görs nya antaganden tills kontrollen visar att antagandet är inom rimliga felmarginaler (iterationen ger aldrig ett exakt svar), och det antagna värdet anses då vara det sökta värdet på flödet. Metodiken är som följer:

1. Ställ upp Bernoullis ekvation [24] och gör lämpliga försumningar.
2. Antag ett lämpligt värde på flödet. Det enklaste brukar vara att använda strömningshastigheten, men det går att använda mass- eller volymsflöde. Vanlig strömningshastighet för vatten, exempelvis, ligger på 1 - 3 m/s.
3. Beräkna Reynolds tal (ekvation [71]) för att kunna bestämma friktionsfaktorn (λ).
4. Beräkna friktionstryckfallet (ekvation [93]).
5. Bestäm de sammanlagda engångsförlustfaktorerna för de ingående rördetaljerna och beräkna engångstryckfallet (ekvation [100]), eller bedöm om det är försumbart.
6. Kontrollera om antagandet var rätt! Det kan göras utifrån uppställningen av Bernoullis ekvation på flera olika sätt. Två vanliga metoder är:
 - a. De beräknade tryckförlusterna kan jämföras med den drivande kraften (*jämförelse av trycktermer*)
 - b. Om tillförd pumpeffekt är känd, kan flödet beräknas utifrån denna och den

nödvändiga tryckskillnaden (ekvation [116]), och jämföras direkt med det antagna värdet.

7. Är skillnaden mellan de två värdena i jämförelsen större än ett visst bestämt värde, *avbrottskriteriet*, måste ett nytt antagande göras, och steg 2 - 6 upprepas.
8. Om skillnaden är mindre än *avbrottskriteriet*, anses att det antagna värdet är tillräckligt bra, och godtas som lösning.

Storleken på godtagbar skillnad beror på hur noggranna räkningar som görs. Vid uppskattning är runt 5 % skillnad ofta godtagbar, medan noggrann beräkning (ofta utförd med dator) kräver betydligt mindre skillnad.

9.4.3 Okänd diameter

Om diametern ska kunna bestämmas, måste den drivande kraften, flödet (mass- eller volymsflöde), rörens längd och egenskaperna för rör, rördetaljer och fluid vara kända. Detta fall liknar mycket det föregående, eftersom okänd diameter innebär att strömningshastigheten inte kan beräknas (jfr ekvationerna [15] och [16]), även om flödet är känt. Friktionsfaktorns beroende av strömningshastigheten gör att vi måste ta till *iteration* även i detta fall.

Metodiken är som följer (jfr föregående fall):

1. Ställ upp Bernoullis ekvation [24] och gör lämpliga försumningar.
2. Antag ett lämpligt värde på diametern och beräkna strömningshastigheten med hjälp av detta värde och det kända flödet. Ett annat alternativ är att anta ett värde på strömningshastigheten direkt, vilket räknat "baklänges" ger en diameter.
3. Beräkna Reynolds tal (ekvation [71]) för att kunna bestämma friktionsfaktorn (λ).
4. Beräkna friktionstryckfallet (ekvation [93]).
5. Bestäm de sammanlagda engångsförlustfaktorerna för de ingående rördetaljerna och beräkna engångstryckfallet (ekvation [100]), eller bedöm om det är försumbart.
6. Kontrollera om antagandet var rätt! Det görs lämpligen genom jämförelse av trycktermer eller mellan beräknad och antagen diameter eller strömningshastighet (se föregående fall).
7. Är skillnaden mellan de två värdena i jämförelsen större än *avbrottskriteriet*, måste ett nytt antagande göras, och steg 2 - 6 upprepas.

8. Om skillnaden är mindre än avbrottskriteriet, anses att det antagna värdet är tillräckligt bra, och godtas som lösning.

Exempel 6

Olja skall pumpas från en lagertank till en dagtank inne i en processanläggning.

Massflödet skall vara 10000 kg/h. Oljans densitet är 800 kg/m^3 och dess dynamiska viskositet är $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m s}$. Avståndet mellan lagertank och dagtank är ca 150 m. Med tanke på rördragningen krävs 4 st 90° -böjar. Dessutom krävs 2 st ventiler, lämpligen slussventiler. In- och utlopp är skarpkantade. Dagtanken befinner sig 10 m högre än lagertanken. Till förfogande finns en pump vars avgivna effekt är 700 W. Beräkna lämplig rördiameter om rör av vanligt stål med skrovligheten 0,05 mm skall användas.

Lösning:

Bernoullis ekvation [113] ger:

$$\rho \cdot g \cdot h_1 + \rho \cdot \frac{v_1^2}{2} + p_1 + \Delta p_{\text{pump}} = \rho \cdot g \cdot h_2 + \rho \cdot \frac{v_2^2}{2} + p_2 + \Delta p_f$$

Flödet går från en tank till en annan, d.v.s. strömningshastigheten är försumbar vid båda systemgränserna $\Rightarrow v_1 = v_2$

Lagertankens höjd är referens $\Rightarrow h_1 = 0$ och $h_2 = 10 \text{ m}$

Båda tankarna antas vara öppna (ingenting är angivet om tryck i tankarna) $\Rightarrow p_1 = p_2$

$$\Rightarrow \Delta p_{\text{pump}} = \rho \cdot g \cdot h_2 + \Delta p_f$$

Ur ekvation [116] fås att

$$\dot{W}_{\text{pump}} = \dot{V} \cdot \Delta p_{\text{pump}} = 700 \text{ W}$$

$$\text{Volymflödet fås ut massflödet: } \dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{10000}{3600 \cdot 800} = 3,47 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Höjdtryckstermen blir: } \rho \cdot g \cdot h_2 = 800 \cdot 9,81 \cdot 10 = 78480 \text{ N/m}^2$$

$$\text{Tryckförlusttermen blir (ekvation [101]): } \Delta p_f = \Delta p_{f, \text{friktion}} + \Delta p_{f, \text{engång}}$$

$$\text{Med } \Delta p_{f, \text{friktion}} = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = \lambda \cdot \frac{150}{D} \cdot 800 \cdot \frac{v^2}{2}$$

$$\text{och } \Delta p_{f, \text{engång}} = \sum n \cdot \rho \cdot \frac{v^2}{2} = (0,5 + 4 \cdot 0,74 + 2 \cdot 0,13 + 1,0) \cdot 800 \cdot \frac{v^2}{2}$$

Lämplig diameter i sambanden ovan skall bestämmas. Väljs en diameter fås hastigheten (ekvation [15]), eftersom flödet är givet. Med hjälp av Moodydiagrammet kan λ bestämmas, vilket i sin tur ger $\Delta p_{f, \text{friktion}}$. Hastigheten ger också $\Delta p_{f, \text{engång}}$, och därmed fås också Δp_f .

Diametern väljs med tanke på att en lämplig strömningshastighet ligger mellan 1 och 3 m/s. Hastigheten 1 m/s antas:

$$\dot{V} = v \cdot A = v \cdot \pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2 \Rightarrow D = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{V}}{v \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,47 \cdot 10^{-3}}{1,0 \cdot 3,14}} = 0,066 \text{ m}$$

Detta leder till

$$\text{Re} = \frac{v \cdot D \cdot \rho}{\mu} = \frac{1,0 \cdot 0,066 \cdot 800}{3,5 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^4$$

$$\varepsilon = 0,05 \text{ mm} \Rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{0,066} = 7,6 \cdot 10^{-4}$$

Moodydiagrammet ger nu $\lambda = 0,029$.

Beräkning av Δp_{pump} ger nu

$$\begin{aligned} \Delta p_{\text{pump}} &= 78480 + 0,029 \cdot \frac{150}{0,066} \cdot 800 \cdot \frac{1^2}{2} + 4,72 \cdot 800 \cdot \frac{1^2}{2} = \\ &= 78480 + 26364 + 1888 = 106730 \text{ N/m}^2 \end{aligned}$$

Beräknad effekt blir nu

$$\dot{W}_{\text{pump,ber}} = 106730 \cdot 3,47 \cdot 10^{-3} = 370 \text{ W}$$

Jämförelse mellan den beräknade och känd verklig effekt ger

$$\frac{|\dot{W}_{\text{pump,ber}} - \dot{W}_{\text{pump}}|}{\dot{W}_{\text{pump,ber}}} = \frac{|370 - 700|}{370} = 89 \%$$

Detta är en alldeles för stor skillnad. En ny rördiameter måste antas. Om en mindre diameter väljs, blir hastigheten, och därmed tryckförlusten, större. Vidare beräkningar kan följas i nedanstående tabell:

D (m)	v (m/s)	Re	λ	Δp_{pump} (Pa)	$\dot{W}_{pump,ber}$ (W)	Skilnad
0,05	1,77	$2,02 \cdot 10^4$	0,028	189700	660	6 %
0,049	1,84	$2,06 \cdot 10^4$	0,028	200900	700	<1 %

Här kan vi se att diametern 0,05 m gav 6 % fel i beräkningarna. Om vi inte är nöjda med det ger diametern 0,049 m ett obetydligt fel. Med tanke på att rör ofta tillverkas i standardiserade diametrar, är förmodligen 0,05 m ett tillräckligt noggrant värde på diametern. Den skillnad som är kvar upp till 700 W kan dessutom lätt strypas bort med slussventilerna.

Svar: Lämplig diameter är 0,05 m.

10 Pumpar

10.1 Pumparnas funktion

Pumpar räknas till strömningsmaskiner, d.v.s. maskiner som åstadkommer strömning. Generellt kan sägas att pumpar arbetar med vätskor, även om det finns undantag, t.ex. vakuumpumpar, som är till för att minska trycket i ett utrymme, genom att ta bort gas ur detta. Motsvarande maskiner för gastransport kallas fläktar eller kompressorer, beroende på vilket tryckintervall det rör sig om. Det finns många likheter mellan pumpars och fläktars/kompressorers utformning, men olikheterna mellan fluiderna (vätska och gas) gör att konstruktionerna skiljer sig åt väsentligt.

Tabell 3. Olika pumpar.

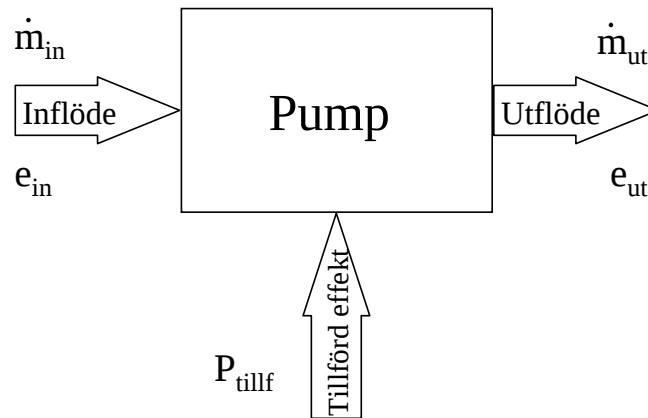
Turbopumpar	Centrifugalpumpar (Radialpumpar) Axialpumpar Halvaxialpumpar
Förträngningspumpar	Kugghjulpumpar Skruvpumpar Excenterskruvpumpar Lobrotorpumpar Vingpumpar Peristaltiska pumpar Kolvpumpar Membranpumpar
Övriga pumpar	Vätskeringpumpar Strålpumpar Mammutpumpar Snäckpumpar Pitotrörspumpar Diverse övriga pumpar

Vätsketransporten hänger ihop med en tryckökning, som vi skall se senare (kapitel 10.2), och pumparna kan ha olika uppgifter, olika *funktioner*. Detta kan både vara att åstadkomma ett flöde och att åstadkomma eller upprätthålla en tryckskillnad. Metoderna för att utföra dessa funktioner, *funktionssätten*, är många och olika väl anpassade till att utföra en av eller båda dessa huvudfunktioner. Pumpar delas ofta in i grupper efter funktion och funktionssätt. En uppdelning finns i Tabell 3. De vanligaste sätten att åstadkomma vätsketransporten är att tillföra vätskan energi genom roterande, skovelförsedda hjul (*turbopumpar*) eller att trycka en innesluten vätskevolym framåt (*förträngningspumpar*).

Turbopumpar är den helt dominerande pumptypen och står för mer än 80% av pumpanvändningen. De kan delas in efter hur strömningen sker genom pumpen, i förhållande till pumphjulet. Om hjulet ger vätskan en hastighet ut från hjulet, är det en *radial-* eller *centrifugalpump*, och om den ges en hastighet i samma riktning som hjulaxeln, är det en *axialpump*. I *halvaxialpumparna* är flödet någonstans mittemellan radiellt och axiellt. Flödesriktningen beror mest på vilken vinkel skovlarna har. Turbopumpar kan ge höga flöden, men ger inte så höga tryckökningar. Generellt kan sägas att ju mer axiellt flödet är, desto mindre är tryckökningen, och desto högre flöde kan uppnås. Största delen av turbopumparna är centrifugalpumpar av olika slag. Det kommer därför också att vara ett dominerande inslag av centrifugalpumpar även i denna text.

Förträngningspumparna är efter turbopumparna den vanligaste pumptypen. Det finns ett stort antal olika typer med olika konstruktion och funktionssätt, men grundprincipen är densamma: En innesluten vätskevolym tvingas att röra sig, genom att det som innesluter vätskan rör sig. Det kan vara olika typer av roterande element (t.ex. *kugghjulpumpar* och *skruvpumpar*), där ett mellanrum förflyttas genom pumphuset. Det kan också vara ett fram- och återgående element (*kolvpumpar*), som ökar resp. minskar den volym som kan befinna sig i pumphuset i ett cykliskt förlopp, d.v.s. suger in ny vätska i den utåtgående rörelsen och trycker ut den i den inåtgående. I allmänhet kan förträngningspumpar ge en högre tryckökning, i och med att det är mer eller mindre separata vätskevolymmer som hanteras, och det därmed går att upprätthålla en tryckskillnad mellan vätskeelementen. De är däremot inte så bra för höga flöden.

Bland övriga pumpar finns både pumptyper som bygger på helt andra principer (t.ex. *strålpumpar* och *mammutpumpar*), och sådana som bygger på en blandning av förträngnings- och turbopumpar (*vätskeringpumpar*).



Figur 50. Energibalans över en pump.

10.2 Lite pumpteorier

10.2.1 Energibalans över pumpen

För att åstadkomma strömning i en vätska, måste vätskan tillföras energi. Detta kan göras på en rad olika sätt, vilket avspeglas i den mängd av olika pumptyper som finns. Gemensamt är dock att vätskan har högre energi när den kommer ut ur pumpen, än när den kom in. Detta kan beskrivas med hjälp av en energibalans (se Figur 50):

$$\dot{m}_{in} \cdot e_{in} + P_{tillf} = \dot{m}_{ut} \cdot e_{ut} \quad (W) \quad [126]$$

där $\dot{m}$ är massflödet, e är specifik energi i den strömmande vätskan (per kg), och P_{tillf} är den effekt vätskan tillförs i pumpen. Om in- och utgående massflöde är lika (d.v.s. stationärt flöde) och vi bortser från strömningsförluster, kan detta uttryckas i form av Bernoullis ekvation:

$$p_{in} \cdot \frac{\dot{m}}{\rho} + \dot{m} \cdot \frac{v_{in}^2}{2} + \dot{m} \cdot g \cdot h_{in} + P_{tillf} = p_{ut} \cdot \frac{\dot{m}}{\rho} + \dot{m} \cdot \frac{v_{ut}^2}{2} + \dot{m} \cdot g \cdot h_{ut} \quad (W) \quad [127]$$

eller i form av tryck (d.v.s. ekvation 127 dividerad med $\dot{m}/\rho$, volymsflödet):

$$p_{in} + \rho \cdot \frac{v_{in}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_{in} + \Delta p_{pump} = p_{ut} + \rho \cdot \frac{v_{ut}^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_{ut} \text{ (Pa)} \quad [128]$$

Detta är Bernoullis ekvation över själva pumpen. Längre ned ska vi sätta in pumpen i ett större system. Den tillförda energin åstadkommer en tryckstegring i pumpen, Δp_{pump} . Därför brukar man kalla utflödessidan pumpens *trycksida* och inflödessidan pumpens *sugsida*.

10.2.2 Uppfordringshöjd

Historiskt användes pumpar mestadels för att transportera vatten från en lägre till en högre nivå, d.v.s. att uppfordra vatten. Hur högt pumpen kunde uppfordra vattnet var ett mått på pumpens prestanda. Därför används i pumpsammanhang oftast Bernoullis ekvation med termerna i form av höjd (d.v.s. ekvation 128 dividerad med $\rho \cdot g$):

$$h_{in} + \frac{v_{in}^2}{2 \cdot g} + \frac{p_{in}}{\rho \cdot g} + \frac{\Delta p_{pump}}{\rho \cdot g} = h_{ut} + \frac{v_{ut}^2}{2 \cdot g} + \frac{p_{ut}}{\rho \cdot g} \text{ (m eller mvp)} \quad [129]$$

Motsvarande namn på termerna är i denna form *geodetisk* eller *geometrisk höjd* för den första termen, *hastighetshöjd* för den andra och *statisk tryckhöjd* för den tredje. Här kan man se att begreppet *pumpens uppfordringshöjd* motsvarar den i pumpen tillförda energin. Det kan noteras att enheten *mvp* ofta används i detta sammanhang. Det brukar läsas ut "meter vattenpelare", men många gånger är det behändigare att tänka sig beteckningen "meter vätskepelare", eftersom Bernoullis ekvation i form av ekvation [129] gäller även för andra vätskor.

För att se bättre vad pumpen egentligen utför kan ekvation [129] skrivas om som:

$$\frac{\Delta p_{pump}}{\rho \cdot g} = h_{ut} - h_{in} + \frac{p_{ut} - p_{in}}{\rho \cdot g} + \frac{v_{ut}^2 - v_{in}^2}{2 \cdot g} \quad [130]$$

Eftersom in- och utlopp på pumpen oftast inte ligger långt ifrån varandra, kan första termen i högerledet försummas. Om dimensionerna på in- och utgående ledningar inte skiljer sig alltför mycket, är även den tredje termen liten (eftersom hastigheten beror på flödet per tvärsnittsarea, och in- och utflöde är lika stora). Detta innebär att det som händer i pumpen huvudsakligen är att det statiska trycket höjs. I pumpsammanhang är det dock vanligt att man

studerar totaltrycket (se kap. 2.3.3), som tar hänsyn till både statiskt och dynamiskt tryck. Detta gäller speciellt turbopumpar, där det dynamiska trycket inne i själva pumpen många gånger är högt, även om det mesta vid utflödet har omvandlats till statisk tryckhöjning. Med införande av beteckningen H_{pump} för pumpens uppforderingshöjd, kan ekvation [130] skrivas om som:

$$H_{pump} = \frac{\Delta p_{pump}}{\rho \cdot g} \approx \frac{p_{ut} - p_{in}}{\rho \cdot g} + \frac{v_{ut}^2 - v_{in}^2}{2 \cdot g} = \frac{p_{0,ut} - p_{0,in}}{\rho \cdot g} \quad [131]$$

Uppforderingshöjden är alltså ett mått på den höjning i statiskt tryck (eller totaltryck) över pumpen som ger upphov till ett vätskeflöde. Det flöde som blir resultatet av tryckökningen i pumpen beror på många faktorer. Dessa kan delas upp i *pumpens egenskaper* och *systemets egenskaper*. Pumpens egenskaper ger upphov till ett karaktäristisk samband mellan tryckökning och flöde, den s.k. *pumpkurvan* (se även kap. 10.3.1), som kan uttryckas som:

$$H_{pump} = f(Q) \quad [132]$$

Eftersom energin in till pumpen antingen kan omvandlas till flöde eller till tryckökning, är det allmänna utseendet av funktionen sådant att ett högre flöde ger en lägre uppforderingshöjd.

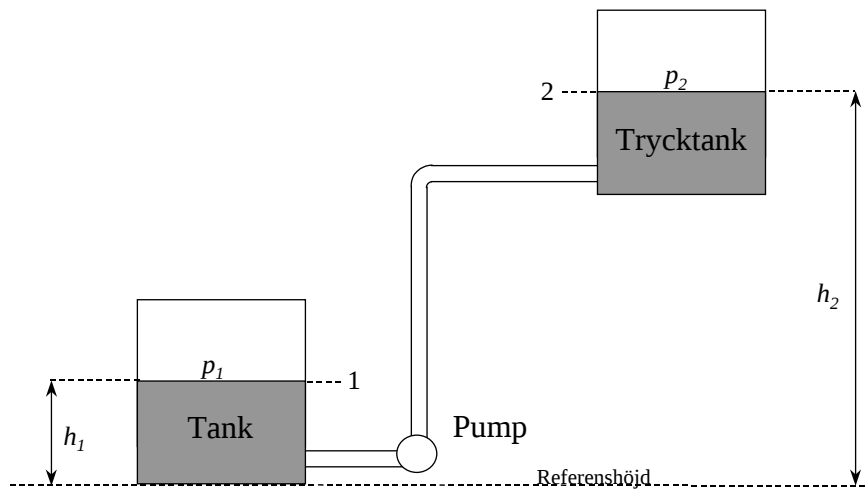
10.2.3 Rörsystemet

För att se vilken betydelse rörssystem har, kan Bernoullis ekvation (i form av höjder) ställas upp över två olika tvärsnitt i systemet (se figur 51):

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2 \cdot g} + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\Delta p_{pump}}{\rho \cdot g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2 \cdot g} + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + h_f \quad [133]$$

där h_f är *förlusthöjden*, d.v.s. de tryckförluster som uppstår på grund av friktion, uttryckta i tryckhöjd. När vi studerar rörsystemet tar vi inte med pumpen. Om övriga termer flyttas över till högerledet, får vi då alla ändringar som sker i systemet. De benämns, när de skrivs i höjdform, *systemets uppforderingshöjd*, H_{syst} , som då blir:

$$H_{syst} = h_2 - h_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + h_f \quad [134]$$



Figur 51. Exempel på ett rörsystem.

där den första är skillnaden i (geometrisk) höjd, den andra i statisk tryckhöjd, den tredje skillnaden i hastighetshöjd och den fjärde är förlusterna vid strömning genom rörsystemet. Om man betraktar högerledet, ser man att vissa termer är beroende av flödet medan andra inte är det. De flödesoberoende brukar kallas systemets *statiska uppfordringshöjd* och består både av den geometriska höjdskillnaden och skillnaden i statisk tryckhöjd enligt:

$$H_{stat} = h_2 - h_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} \quad [135]$$

Av de flödesberoende termerna i ekvation [134] är skillnaden i hastighetshöjd i stort sett alltid försumbar i jämförelse med förlusthöjden, eftersom rördiametern inte oftast inte skiljer så mycket mellan in- och utlopp. Den termen kan därför ibland ses inbakad i den statiska uppfordringshöjden (även om den är flödesberoende!), som uttrycks i termer av totaltryck istället för bara statiskt tryck. Ett mer korrekt synsätt är att ta med termen bland de flödesberoende termerna. Eftersom förlusten h_f nästan alltid är mycket större, är skillnaden i hastighetshöjd oftast försumbar i det sammanhanget. Därför brukar systemets uppfordringshöjd skrivas:

$$H_{syst} = H_{stat} + h_f \quad [136]$$

Förlusthöjden delas beräkningsmässigt ofta upp i en del som beror på friktionen i raka rörledningar (*rakrörsförluster*) och en del som är mer odefinierbara förluster i rörkrökar, ventiler, armaturer och liknande (*engångsförluster*) (se kap. 8). De kan uttryckas som:

$$h_f = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} + \sum n \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} = \left(\lambda \cdot \frac{L}{D} + \sum n \right) \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad [137]$$

där λ är friktionsfaktorn, L är rörlängden, D är diametern och $\sum n$ är den sammanlagda engångsförlustfaktorn. Faktorerna är till viss del flödesberoende, men kan oftast, speciellt för turbulent flöde (vilket det för det mesta är), approximeras som konstanta. Detta leder till:

$$h_f \approx \text{konst} \cdot v^2 = \text{konst} \cdot Q^2 \quad [138]$$

d.v.s. flödesberoendet beskriver ungefärligen en andragradskurva. Vi kan nu se att

$$H_{\text{syst}} = f(Q) = H_{\text{stat}} + \text{konst} \cdot Q^2 \quad [139]$$

vilket innebär att ett högre flöde ger ett högre tryckfall, högre uppforderingshöjd, i systemet.

10.2.4 Samverkan mellan pump och system

För att studera pumpens arbete i systemet studerar skriver vi nu om ekvation [133]:

$$\frac{\Delta p_{\text{pump}}}{\rho \cdot g} = h_2 - h_1 + \frac{p_2 - p_1}{\rho \cdot g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} + h_f \quad [140]$$

vilket också kan skrivas (enligt ekvationerna [131] och [134]):

$$H_{\text{pump}} = H_{\text{syst}} \quad [141]$$

När pumpen är i jämvikt med systemet, blir alltså tryckökningen i pumpen (pumpens uppforderingshöjd) lika med det tryckfall som måste övervinnas i systemet (systemets uppforderingshöjd). Detta jämviktsläge är stabilt, eftersom pumpens uppforderingshöjd minskar och systemets uppforderingshöjd ökar vid ökat flöde, d.v.s. om pumpen skulle ge ett lägre flöde och därmed högre uppforderingshöjd, skulle detta leda till lägre erforderlig uppforderingshöjd i systemet. Detta överskott i uppforderingshöjd leder till ett ökat flöde, och

jämviktsläget är snart återfunnet. Det flöde som gör att ekvation [141] uppfylls kallas pumpens *driftpunkt* i systemet.

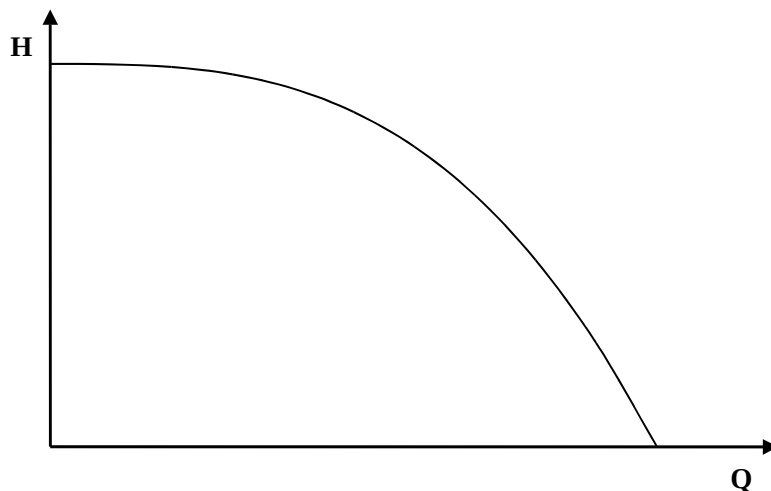
10.3 Pump- och systemkurvor

De funktioner som beskrivs ovan, d.v.s. hur tryckstegringen i pumpen och tryckfallet i rörsystemet beror av flödet, kan också presenteras grafiskt. Det är ofta svårt att beskriva funktionerna analytiskt, speciellt för pumpen. Eftersom funktionerna måste bestämmas med empiriska mätningar, är det mycket lättare att presentera dem i form av en kurva. Det blir dessutom ofta mer överskådligt och därför lättare att undersöka och lösa problem relaterade till pumpens arbete i rörsystemet.

Eftersom kurvorna ritas i diagram där uppforderingshöjden (H) är en funktion av flödet (Q), kallas dessa ofta *Q-H-kurvor*. (I pumpsammanhang används oftast beteckningen Q istället för $\dot{V}$ för volymflöde). Som enhet på axlarna är det oftast *m vp* (meter vätskepelare) för uppforderingshöjden och *l/min* eller *m³/h* för flödet.

10.3.1 Pumpkurva

Sambandet mellan uppforderingshöjden och flödet för en pump, $H_{pump} = f(Q)$, brukar ofta presenteras i diagramform och kallas då *pumpkurva* eller *pumpkaraktistika*. Denna beskriver hur en viss pump uppträder. En typisk pumpkurva för en centrifugalpump syns

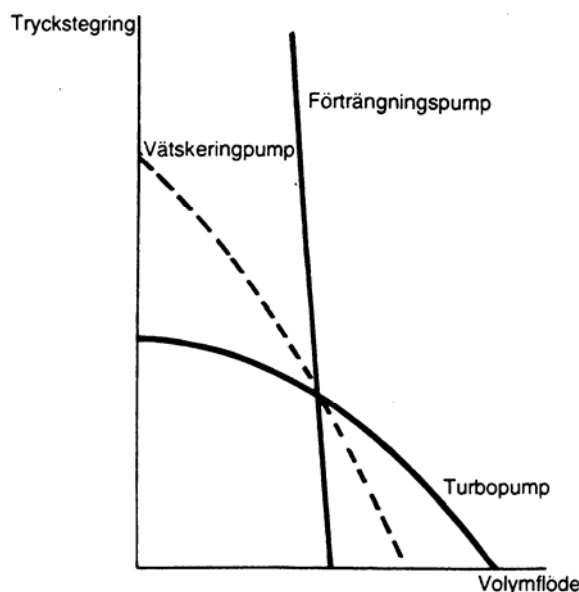


Figur 52. Pumpkurva.

nedan (figur 52).

Kurvan är givetvis olika för olika pumpar, beroende på en mängd olika faktorer, bl.a. hur strömningen sker genom pumphuset. Det är därför nästan omöjligt att beräkna den teoretiskt, så pumpkurvan är framtagen empiriskt. De pumpar som säljs idag är ofta standardiserade, och det finns därför kurvor framtagna för den pumptyp och storlek man behöver. Detta kan användas som bedömningsunderlag, men eftersom det är svårbedömda faktorer som styr kurvans exakta utseende, bör varje pump levereras med sin egen utprovade pumpkurva. Dessutom kan funktionen hos pumpen förändras med tiden, p.g.a. förslitning eller annan påverkan av systemet den arbetar i. Pumpkurvan ska därför inte behandlas som en exakt funktion, utan som en hjälp att snabbt bedöma lämpligheten av att använda en viss pump, eller för att avgöra om en åtgärd i en viss situation leder till önskat resultat. Exempelvis kan man för att åstadkomma en flödesändring avgöra vilken form av reglering som är lämplig (se vidare kap. 10.3.6).

Utprovningen av en pump görs ofta med vatten, vilket kanske inte alltid är den fluid som pumpen kommer att arbeta med. Pumpkurvan är dock, p.g.a. användningen av uppfordringshöjd istället för absoluttryck, oberoende av densiteten. Om viskositeten inte avviker nämnvärt från vatten vid provtagningstemperaturen, kan pumpkurvan mycket väl användas även till andra vätskor. Hur en ändring i viskositeten påverkar kurvan tas upp nedan (se kap. 10.3.5).

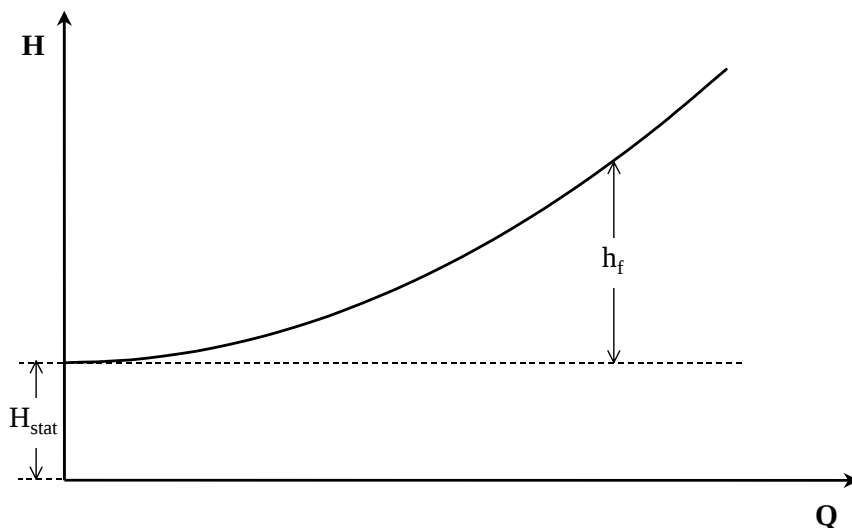


Figur 53. Pumpkurvor för olika pumptyper.

Även om varje pump har sin egen pumpkurva, har dock varje pumptyp sitt eget karakteristiska utseende på kurvan (se figur 53). Turbopumpar har lägre uppforderingshöjd, men kan arbeta över ett större flödesintervall. Förträngningspumpar arbetar inom ett snävt flödesintervall (nästan konstant flöde) men kan hantera betydligt större uppforderingshöjder. Vätskeringspumpar, som är lite av ett mellanting mellan förträngningspumpar och turbopumpar, hamnar också mitt emellan med pumpkurvan: Arbetar med högre flödesintervall än förträngningspumpen och högre uppforderingshöjder än turbopumpar, och vice versa.

10.3.2 Systemkurva

På samma sätt som för pumpen, kan sambandet mellan rörsystemets uppforderingshöjd och flödet, $H_{\text{syst}} = f(Q)$, också presenteras som en kurva, kallad *systemkurva* eller *systemkarakteristika*. En typisk sådan kan ses i figur 54. Kurvan kan sägas bestå av två bidrag: Ett flödesoberoende bidrag, H_{stat} , som bestämmer grundnivån, och ett flödesberoende bidrag, h_f , som är en stigande kurva ovanpå grundnivån (se kap. 10.2.3). H_{stat} motsvarar alltså den tryckändring som måste övervinnas (alternativt som finns tillgängligt) oavsett vilket flöde som strömmar genom rören. Förlusthöjden h_f är det strömningsmotstånd som uppstår vid flöde genom systemet. Denna del kurva är approximativt en andragradskurva.

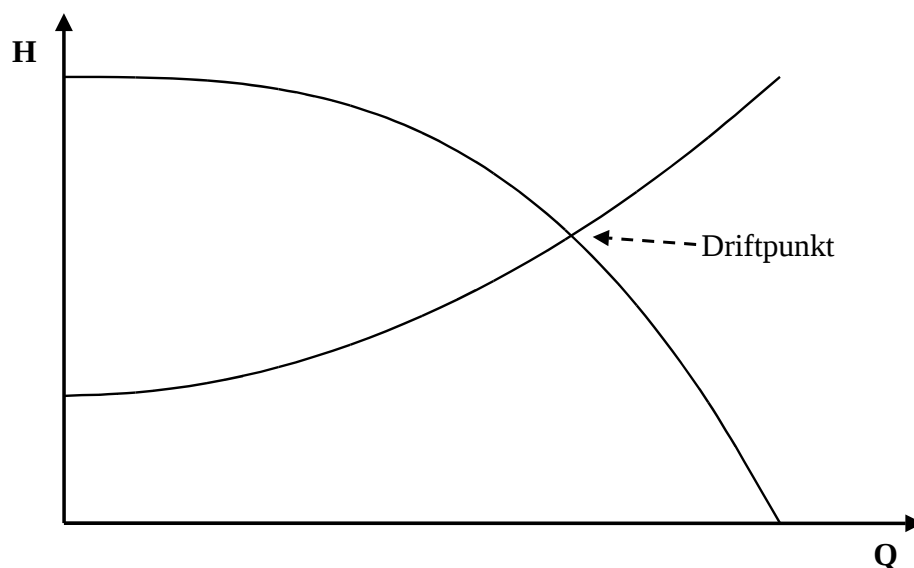


Figur 54. Systemkurva.

Systemkurvan måste alltid bestämmas på plats. Med kännedom om ingående komponenter och deras påverkan på strömningen (strömningsmotstånd, λ eller n) kan systemkurvan uppskattas mer eller mindre noggrant, men precis som för pumpkurvan, är direkta tryck- och flödesmätningar att föredra. Kännedom om ett fåtal punkter kan dock ge en god hjälp att uppskatta kurvans utseende, om man utgår från approximationen att kurvan har en andragsgradsform.

10.3.3 Driftpunkt

För att se hur en pump arbetar i ett system, måste man hitta *driftpunkten*, d.v.s. det flöde och den tryckstegring pumpen ger upphov till i det aktuella systemet. Driftpunkten är beroende av vilket motstånd som måste övervinnas i systemet. Eftersom pumpen måste ge lika stor tryckstegring som det tryckfall som uppstår i systemet, för att vätskan ska kunna strömma genom rören, är det naturligt att jämföra pumpens karakteristik med systemets, d.v.s. lägga in systemkurva och pumpkurva i samma diagram (se figur 55). I skärningen mellan kurvorna, där systemets och pumpens uppfordringshöjd är lika, ligger alltså driftpunkten.



Figur 55. Driftpunkten.

Driftpunkten är det jämviktsläge som innebär att pumpen står i jämvikt med systemet (se också kap. 10.2.4). Det flöde som erhålls med en viss pump i ett visst system bestäms av denna jämvikt, d.v.s. driftpunkten. För att ändra flödet är det alltså driftpunkten som måste ändras. Detta innebär att antingen pumpkurvan eller systemkurvan måste ändras. Mer om detta i kap. 10.3.6.

10.3.4 Ihopkoppling av flera pumpar

I ett rörsystem är det vanligt att man har mer än en pump. Om de ligger nära varandra, påverkas prestanda, och man måste ta hänsyn till de olika pumparnas kurvor och kombineras dessa till en total pumpkurva när ett sådant system studeras. Hur kombinationen går till beror på om pumparna är ihopkopplade seriellt eller parallellt. Nedan ska de två enklaste fallen diskuteras: Ihopkoppling av två likadana pumpar som körs med samma varvtal, seriellt resp. parallellt. Att pumparna är likadana och körs med samma varvtal innebär att de kan antas ha samma pumpkurva.

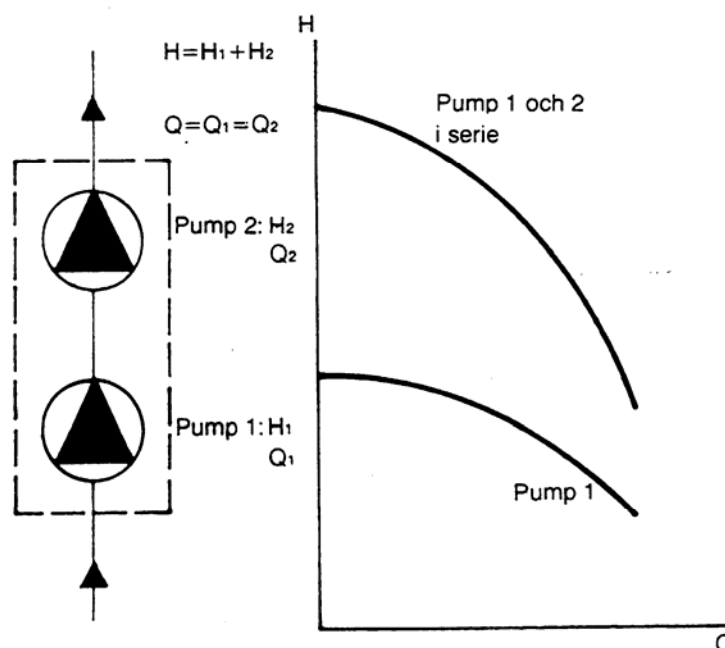
10.3.4.1 Koppling av två likadana pumpar i serie

För att kunna konstruera den totala kurvan måste man studera vad som händer med uppföringshöjden och flödet för hela "pumppaketet" (se Figur 56). Eftersom flödet inte delas upp, måste det vara samma flöde som går genom båda pumparna. Däremot ger varje pumps tryckstegring ett bidrag till den totala tryckstegringen. Detta kan uttryckas som:

$$Q = Q_1 = Q_2 \quad [142]$$

$$H = H_1 + H_2 = 2 \cdot H_1 \quad [143]$$

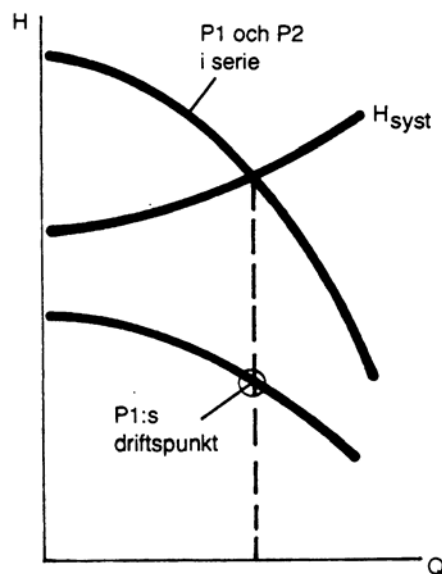
d.v.s. vid seriekoppling är det summan av uppföringshöjderna för de båda pumparna avsatt mot flödet genom varje pump som utgör den totala pumpkurvan. Observera att den första likheten i ekvation 143 gäller oavsett om pumparna är likadana eller inte, men om pumparna



Figur 56. Resultande Q-H-kurva vid seriekoppling av pumpar.

är likadana (och körs likadant) är $H_1 = H_2$ och den resulterande uppforderingshöjden en dubbling av en enskild pumps tryckstegring. Hur den totala pumpkurvan förhåller sig till en enskild pumps kurva visas i Figur 56.

Seriekopplade pumpar används ofta i situationer där det fordras en hög tryckstegring, speciellt i de fall där detta kombineras med ett jämförelsevis lågt flöde. De enskilda pumparna arbetar då vid en bättre driftpunkt. För två likadana, lika arbetande pumpar blir driftpunkten för den enskilda pumpen som i Figur 57.



Figur 57. Pumparnas driftpunkter vid seriekoppling.

10.3.4.2 Parallellkoppling av två likadana pumpar

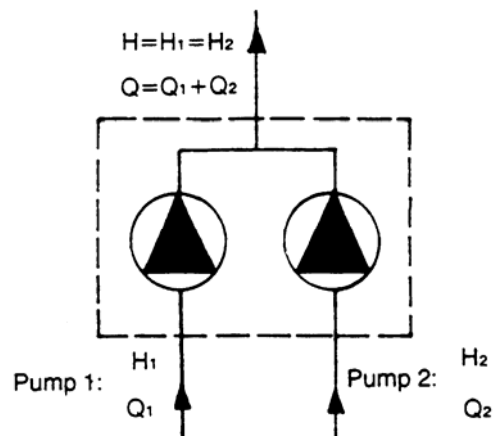
Då två pumpar är parallellkopplade (se Figur 58) måste båda pumparna ge samma tryckstegring, eftersom de arbetar mot samma tryck på både in- och utloppssidan. Däremot delas flödet upp i två delflöden. Om pumparna är likadana och arbetar lika, är flödet genom de båda pumparna lika stort. I ekvationer uttrycks detta som:

$$H = H_1 = H_2$$

[144]

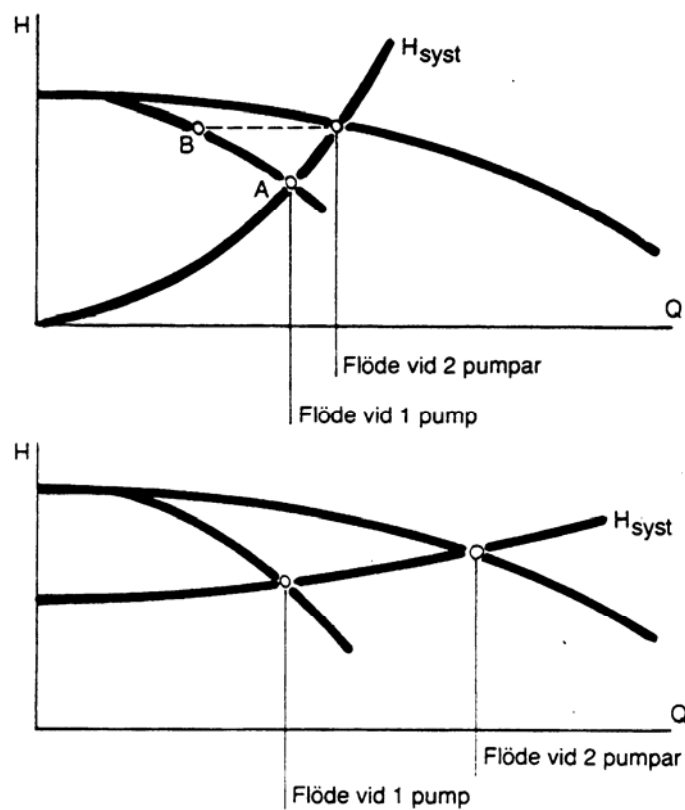
$$Q = Q_1 + Q_2 = 2 \cdot Q_1$$

[145]



Figur 58. Parallellkoppling av pumpar.

Observera att även i detta fall gäller den första likheten i ekvation 145 oavsett om pumparna är likadana eller ej.



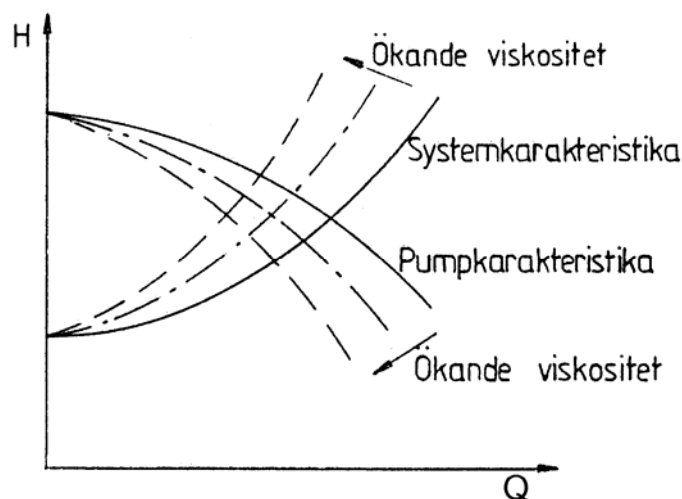
Figur 59. Parallellkoppling av två lika pumpar vid olika systemkurvor.

Parallellkoppling används för att åstadkomma stora flöden, och genom att successivt inkoppla de olika pumparna kan man även klara stora variationer i flödet. Hur stor effekt det är på flödet beror dock i hög grad på systemet. Detta visas i Figur 59. Vid en brant systemkurva, d.v.s. då tryckfallet domineras av friktionsförluster, ger parallellkoppling inte någon större ökning av flödet. Om systemkurvan däremot är flack, d.v.s. när tryckfallet domineras av den statiska uppföringshöjden, är skillnaden i flöde betydligt större.

10.3.5 Påverkan på kurvorna av vätskans egenskaper

Som tidigare nämnts är pumpkurvan i princip oberoende av densiteten, eftersom trycket uttrycks som uppföringshöjd. Detta beror även på att de krafter, som i de olika pumptyperna ger upphov till tryckstegring och flöde, åtminstone teoretiskt är oberoende av densiteten. Dock bör man lägga märke till att samma uppföringshöjd innebär olika absoluttryck vid olika vätskor. Som ett exempel är 10,2 mvp lika med 1 bar om vätskan är vatten, men ungefär 1,8 bar om det är koncentrerad svavelsyra. Detta är viktigt att tänka på om det t.ex. är risk för övertryck som inte pumpkonstruktionen klarar av.

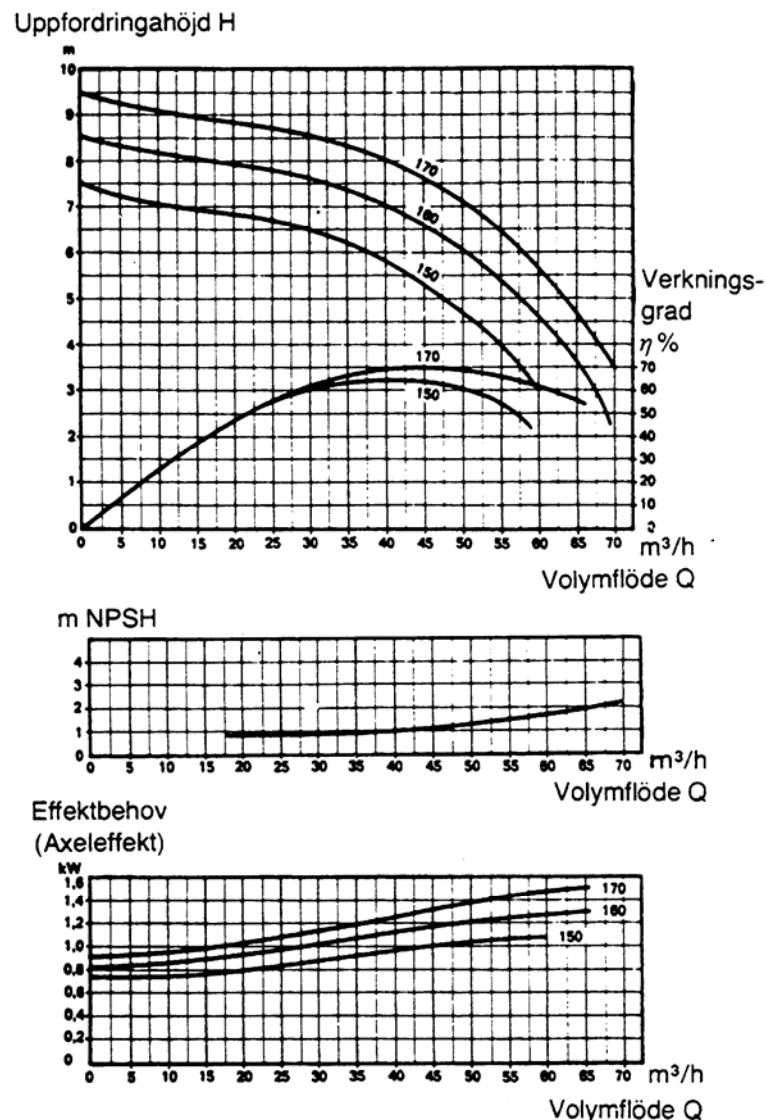
Om viskositeten skiljer sig från det värde vid vilket kurvorna konstruerades, påverkas de däremot. Viskositetens påverkan visas i nedan i figur 60. Strömningsmotståndet i systemet, och därmed också tryckfallet, ökar för ett givet flöde, p.g.a. högre friktionsförluster. Även pumpkurvan påverkas av den högre friktionen, vilket ger större inre förluster och en lägre tryckökning vid ett givet flöde.



Figur 60. Viskositetens inverkan på pump- och systemkurvor.

10.3.6 Pumpdiagram

Pumpkurvor, d.v.s. uppföringshöjd som funktion av flöde, presenteras ofta ihop med annan information om pumpen i ett *pumpdiagram*. I detta är även *verkningsgradens* och *effektbehovets* (se kap. 10.4) funktion av flödet inlagt. Pumpen sugegenskaper i form av *erforderligt NPSH* (se kap. 10.6) kan också anges. I fall pumpen kan köras under andra betingelser (olika varvtal eller hjuldiametrar), kan flera olika kurvor ligga i diagrammet. Ett exempel på ett pumpdiagram kan ses i Figur 61.



Figur 61. Exempel på pumpdiagram för en centrifugalpump.

Siffrorna 150-170 står för olika pumphjulsdiametrar i mm.

10.4 Verkningsgrad och effektbehov

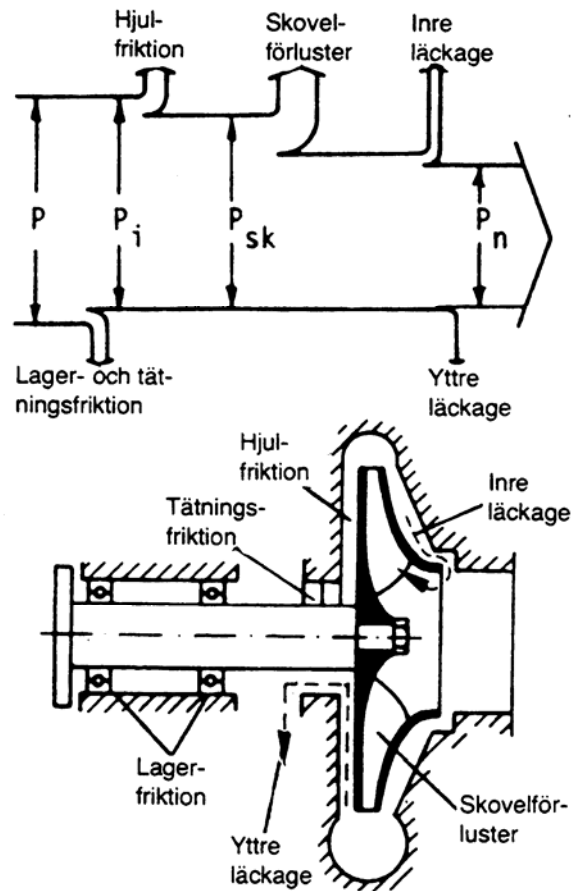
Pumpen avger energi till vätskan, vilket ger upphov till en tryckstegring och ett flöde. Den effekt pumpen avger är

$$P_{avg} = Q \cdot \rho \cdot g \cdot H_{pump} \quad [146]$$

(Detta uttryck är detsamma som ekvation [116] med andra beteckningar.) Den energi som avges till vätskan är inte samma som den som måste tillföras pumpen (P_{tillf}), p.g.a. olika förluster. En del av förlusterna sker redan i motorn och i överföringen till själva pumpen, men det är också förluster i pumpen, bl.a. i kontakten med vätskan, de hydrauliska förlusterna. För att ange andelen av tillförd energi som är nyttiggjord, använder man sig av *verkningsgrader*. Dessa brukar anges som *pump- eller axelverkningsgrad*, som bara tar hänsyn till själva pumpen, och *totalverkningsgrad*, där även motorn och förluster i överföringen till pumpen tas med. I de fall elektriska motorer används, är den senare en direkt relation mellan tillförd eleffekt och den effekt som tillförs vätskan i form av tryckstegring och flöde. Allmänt är verkningsgraden definierad som:

$$\eta = \frac{P_{avg}}{P_{tillf}} \quad [147]$$

(Jämför ekvation [115] med andra beteckningar.) Vilka förluster som ingår i pumpverkningsgraden beror i hög grad på pumpens konstruktion. Här tas bara centrifugalpumpar upp i detalj.



Figur 62. Effektflöde i en pump.

10.4.1 Pumpverkningsgrad och totalverkningsgrad för en centrifugalpump

För *centrifugalpumpar* kan man dela upp de förluster som görs i pumpen, och de resulterande verkningsgraderna, i fyra huvudbidrag (se Figur 62):

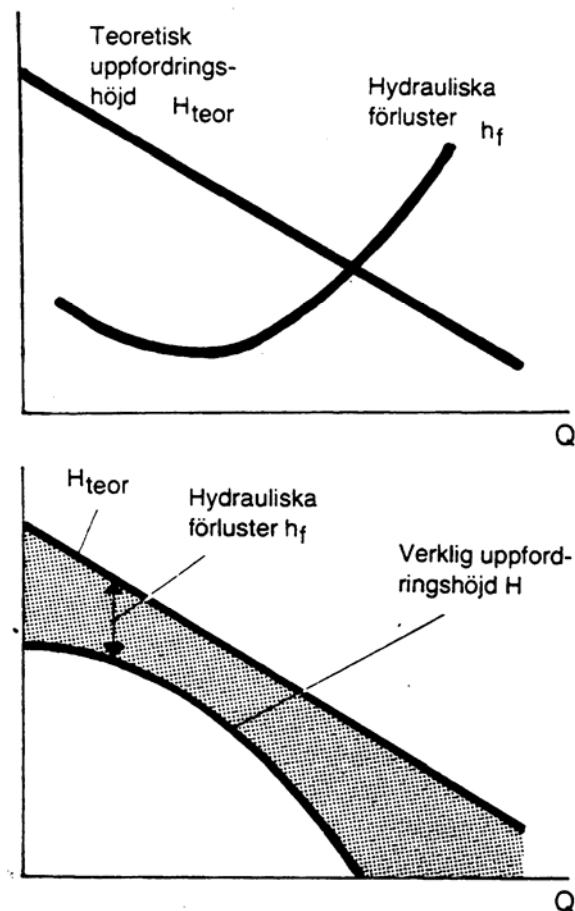
- Mekanisk verkningsgrad, η_m
- Hjulfriktionsverkningsgrad, η_{hj}
- Skovelfverkningsgrad, η_{sk}
- Volymetrisk verkningsgrad, η_v

Den mekaniska verkningsgraden är de förluster som uppstår i de lager och tätningar som finns runt axeln för att dels täta runt axeln mot omgivningen där axeln går in i pumphuset, dels stödja axeln och hålla dess rotation så rak som möjligt. Friktionen i dessa lager och tätningar ger upphov till värme som tillförs omgivningen.

Hjulfriktionen uppstår när pumphjulet rör sig i pumphuset. Det roterande hjulet är omgivet av vätska. Den friktion som uppstår mellan hjulet och vätskan på yttersidorna, undersidan i ett öppet hjul resp. både under- och översidan i ett slutet hjul, blir till värme som tillförs vätskan. Dessa förluster ökar med ökad hjulhastighet.

De förluster som uppstår när vätskan ska strömma genom pumphjulet, är i hög grad beroende av hur skovlarna är utformade. Eftersom det är här som energiöverföringen till vätskan huvudsakligen sker är det också här de största förlusterna sker, då vätskan genom skovlarna roterande rörelse tvingas att ändra riktning. Den tryckökning som åstadkoms beror på hur stor den tangentiella riktningskomponenten av hastigheten är. Det finns ett läge då hastigheten hos den inströmmande vätskan och hjulets rotation ger ett minimum av förluster (p.g.a. gynnsamma förhållanden i inflödet till skovlarna), d.v.s. skovelförlusterna eller *de hydrauliska förlusterna* har ett minimum med avseende på flödet. Detta visas i Figur 63, där också påverkan på den teoretiskt möjliga pumpkurvan (ett linjärt samband mellan flöde och tryckökning) för att ge den verkliga pumpkurvan visas. Då skovelförlusterna är den största delen av pumpförlusterna, är detta minimum viktigt att söka, och de flesta pumpar är dimensionerade för att köras vid denna *belastningspunkt*. I de hydrauliska förlusterna kan även in- och utloppsförluster till och från själva pumphuset räknas.

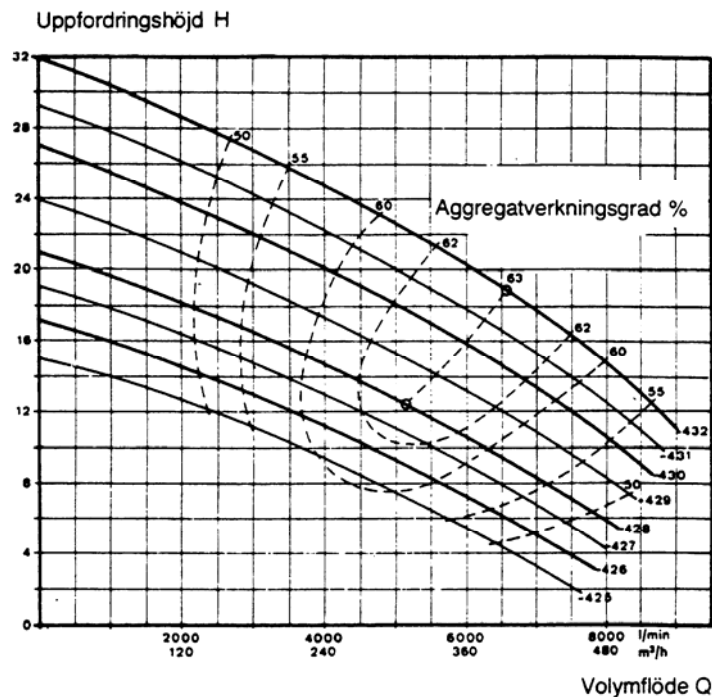
Den volymetriska verkningsgraden beror på att vätska kan läcka tillbaka när den redan passerat pumphjulet, p.g.a. det stora mellanrummet som måste vara mellan hjulet och pumphuset. Detta innebär att den måste tillföras ytterligare skovelarbete. Detta inre läckage är en icke försumbar förlust. Det förekommer också ett visst yttre läckage, men i moderna tätningar är detta minimerat. Förluster som beror på läckage ökar om tryckstegringen i pumpen ökar, d.v.s. för låga flöden, då pumpens energi används mer till tryckstegring, är dessa förluster som högst.



Figur 63. Samband mellan teoretisk pumpkurva, hydrauliska förluster och verklig pumpkurva.

Pumpens verkningsgrad, produkten av dessa bidrag, som funktion av flödet, visas i Figur 61 (kap. 10.3.6). Den ökar med ökande flöde tills ett maximum nås, varefter den avtar något för att falla i närheten av pumpens maximala flöde. En modern centrifugalpump kan ha ett verkningsgradsmaximum som ligger över 80 %. Detta maximum är dimensionerat för flödesförhållanden i en pump som körs med ett visst varvtal och en viss hjuldiameter. Om pumpen körs med andra varvtal eller hjuldiametrar (se kap. 10.5), minskar verkningsgraden också ju längre från detta varvtal eller denna hjuldiameter som driftpunkten hamnar. Detta kan beskrivas med hjälp av ett *musseldiagram*, Figur 64. Exempel på musseldiagram. Pumpkurvor för olika pumphjulsdiametrar med totalverkningsgrad inlagd., där samhörande punkter med samma verkningsgrad binds samman.

I en oväxlad pumpmotor är de övriga förlusterna minimerade, och *totalverkningsgraden* (eller *aggregatverkningsgraden*) kan fortfarande vara relativt hög, mellan 65 och 70 %. Om däremot motorn måste växlas ner på något sätt p.g.a. varvtalsreglering (se kap. 10.5.2.3) sjunker totalverkningsgraden betydligt mer.



Figur 64. Exempel på musseldiagram. Pumpkurvor för olika pumphjulsdiametrar med totalverkningsgrad inlagd.

10.4.2 Verkningsgrad för förträngningspumpar

De rörliga delarna i en förträngningspump rör sig inte lika snabbt som i en centrifugalpump. Vätskan strömmar inte heller så snabbt genom pumpen, eftersom det är låga flöden i förträngningspumpar. Dessutom är flödet mer separerat, d.v.s. den vätskevolym som transporteras genom pumpen riskerar inte i alls lika hög grad att läcka tillbaka. Detta innebär att pumpverkningsgraden är högre än för centrifugalpumpar.

De motorer som driver förträngningspumpar kräver nedväxling, eftersom rörelserna ska gå med så låg frekvens. Detta innebär stora mekaniska förluster, och totalverkningsgraden blir då ofta ungefär som för centrifugalpumpar.

10.5 Reglering

När pumpen arbetar i systemet, är det flöde som pumpen åstadkommer både beroende av pumpens prestanda och av hur systemet ser ut. Driftpunkten är ju beroende av både pump- och systemkurva eftersom den är skärningen mellan dessa. För att åstadkomma ett annat flöde, d.v.s. ändra driftpunkten, måste alltså antingen pumpkurvan eller systemkurvan ändras. Det finns ett flertal olika metoder att åstadkomma detta.

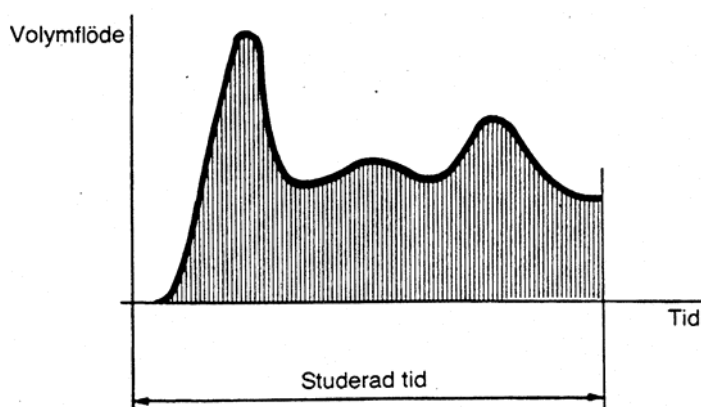
Man kan dela in metoderna efter vilken karakteristik de påverkar, pump- eller systemkurva. Man kan också göra en indelning efter vilka flödesändringar som kan åstadkommas. Antingen kan bara ett fåtal olika flöden mellan minimalt och maximalt åstadkommas, *stegvis reglering*, eller så kan alla flöden mellan minimum och maximum åstadkommas, *kontinuerlig reglering*. De mest använda metoderna är de kontinuerliga, eftersom de är mest flexibla och kan användas i system där det erforderliga flödet kan variera mycket. Om det kan förväntas att bara ett eller ett par olika flöden behövs kan dock stegvisa metoder användas. Många gånger är det inte bara en pump i ett system, och det kan därför förekomma flera olika reglermetoder.

10.5.1 Volymflödesvariationer och varaktighet

Pumpanläggningar är dimensionerade för att klara av ett maximalt flöde vid en maximal uppforderingshöjd. Det maximala flödet är dock inte alltid vad man behöver. Detta beror exempelvis på:

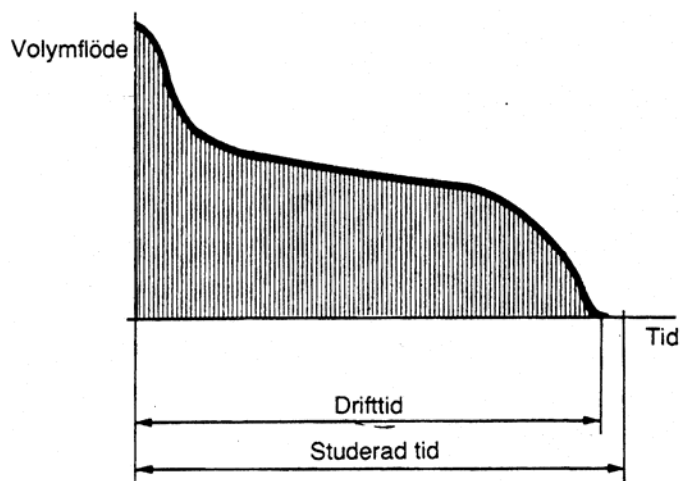
- ☐ Det finns variationer i produktionsprocessen.
- ☐ Det är ett varierande behov till följd av meteorologiska händelser, t.ex. sommar/vinter, regn/torka.
- ☐ Man måste ta hänsyn till säkerhetsmarginaler och toleranser.
- ☐ Dimensioneringen är gjord för framtida utbyggnad.
- ☐ Dimensioneringen är felräknad.

Volymflödet kan alltså variera med tiden. För att bestämma regleringsstrategi i ett system, kan en varaktighetskurva studeras. Denna konstrueras på följande sätt: Volymflödet studeras under en viss tidsperiod. Om flödet avsätts som en funktion av tiden kan det t.ex. se ut som i Figur 65. Om man sedan grupperar om alla mätningar så att de högsta punkterna kommer först och de med lägst flöde sist, och avsätter dem mot den summerade tiden för varje flöde, får man en varaktighetskurva (se Figur 66). Då ser man på ett helt annat sätt hur det



Figur 65. Volymflöde som funktion av tiden.

erforderliga flödet varierar, om ex.vis något flöde dominerar, hur stor avvikelsen från medelflöde och maxflöde är, o.s.v. Detta gör det lättare att avgöra vilken reglermetod som är



Figur 66. Varaktighetskurva för volymflöde.

att föredra.

Reglering innebär alltså ofta att minska flödet utifrån ett oönskat maximalt flöde. Ett minskat flöde ger en lägre energiförbrukning och ger därmed en vinst. Olika metoder kräver olika investeringskostnader och ger också olika energibesparing. Vilken reglermetod man ska välja beror mycket på hur systemet ser ut, och man bör vid utvärderingen av kostnaden för regleringen ta hänsyn till både investeringskostnaden och hur stor energibesparingen blir över ett längre tidsintervall.

10.5.2 Kontinuerlig reglering

För att åstadkomma en flödesändring, måste antingen pumpkurvan eller systemkurvan ändras. De kontinuerliga metoderna kan delas in efter vilken karakteristik de påverkar (se Tabell 4).

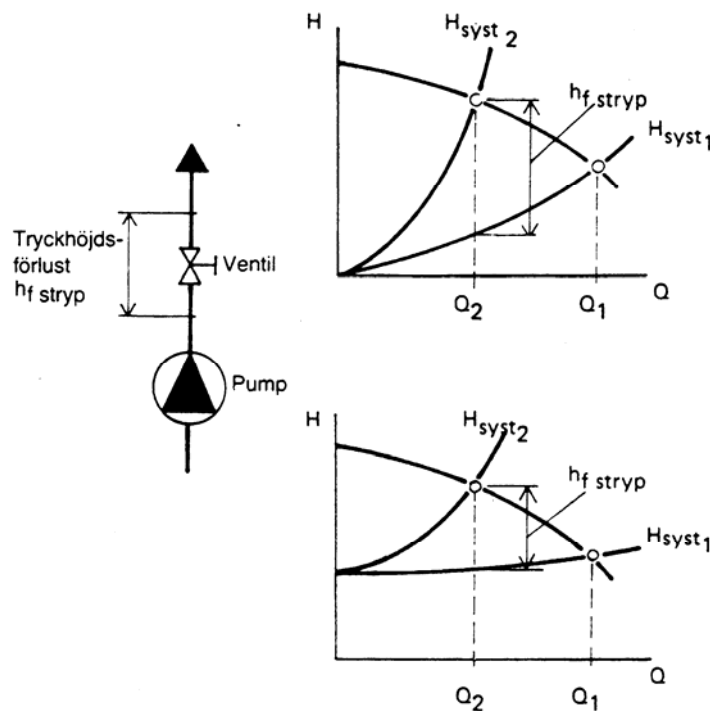
Tabell 4. Indelning av kontinuerliga reglermetoder.

Systemkarakteristiken ändras	Strypreglering Shuntreglering
Pumpkarakteristiken ändras	Varvtalsreglering Inställbara skovlar eller ledskenor Slaglängdsändring Fyllnadsgrad

10.5.2.1 Strypreglering

Den vanligaste kontinuerliga reglermetoden är *strypreglering*. Den innebär att strömningsmotståndet ökas, genom att en ventilöppning (eller flera) stängs gradvis och genomströmningsarean reduceras. När motståndet i systemet ökar, ökar den flödesberoende delen av systemkurvan, och kurvan blir brantare (se kap. 10.3.2). När systemkurvan blir brantare, flyttas skärningen med pumpkurvan åt vänster i diagrammet, d.v.s. flödet blir lägre. Vid öppning av ventilen, minskar motståndet och flödet ökar igen.

Reglerventilernas karakteristik avgör hur systemkurvan reagerar på en ändring i ventilens läge. Vanliga ventiler har oftast ett komplext samband mellan läge och motstånd, och därmed flöde, bl.a. eftersom strömningen genom öppen respektive delvis öppen ventil sker genom tvärsnitt med helt olika geometri. Det finns dock mer avancerade reglerventiler, där sambandet mellan läge och flöde är mer kontrollerat. Beroende på hur avancerade ventiler som sätts in, blir investeringskostnaden olika hög, men den är ofta låg jämfört med andra reglermetoder.



Figur 67. Effekten av strypreglering. Principschema och kurvor.

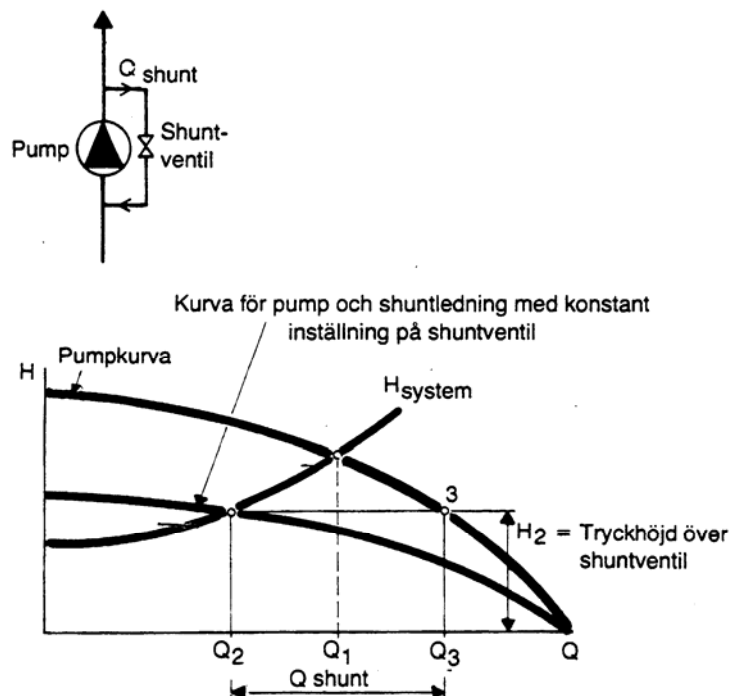
Den största nackdelen med strypregleringen är att man genom att öka strömningsmotståndet inför en energiförlust, som äter upp en del av den energibesparing man gör genom det lägre flödet. Eftersom reglerventilerna för att ha en bra reglerfunktion måste ha ett visst tryckfall även vid fullt flöde, innebär det också att pumpens prestanda måste vara högre, för att uppnå det maximala flödet. Energiförlusten är proportionell mot skillnaden mellan pumpkurvan och den ursprungliga systemkurvan vid det önskade flödet, d.v.s. det extra motstånd som måste tillföras för att ändra systemkurvan (se Figur 67). Härav följer att förlusten blir större om skillnaden mellan system- och pumpkurva ändras mycket för olika flöden, t.ex. om

systemkurvan domineras av det dynamiska motståndet. Förlusterna blir minst om systemet domineras av statiskt motstånd.

Strypreglering kan inte användas för förträngningspumpar, p.g.a. pumpkaraktistiken (se Figur 53). I stället för ventiler används också ofta strypbrickor, d.v.s. fasta areaminskningar. De fungerar på samma sätt, men är inte kontinuerliga (se kapitel 10.5.3.5).

10.5.2.2 Shuntreglering

Ett annat sätt att reglera flödet utan att ändra pumpens arbetssätt är att använda *shuntreglering*. Detta innebär att en del av flödet ut från pumpen återförs till pumpens inlopp. Pumpen genomströmmas då av ett större flöde än vad systemet i övrigt upplever. Ur pumpens synvinkel minskar då motståndet i systemet och driftpunkten förskjuts mot högre flöde. Från systemets synvinkel minskar istället flödet, eftersom en del av det återförs, d.v.s. driftpunkten förskjuts åt andra hållet. Detta gör att man inte kan använda den vanliga driftpunkten, utan får konstruera en hjälpkurva, för att ersätta antingen pumpkurvan eller systemkurvan. Detta kan beskrivas med hjälp av Figur 68, där en hjälpkurva till pumpkurvan som är resultatet av pumpens och shuntlednings arbete, är inlagd. Det är denna kurva systemet arbetar mot, och



Figur 68. Effekten av shuntreglering. Principschema samt kurvor för pump och shuntledning reducerade till en resulterande kurva.

driftpunkten (flödet i systemet) är skärningen mellan denna och systemkurvan. Det flöde som råder i pumpen, fås genom att gå vågrätt (samma uppforderingshöjd) till motsvarande punkt på själva pumpkurvan.

En ökning av den återförda andelen av flödet ger ett minskat flöde i systemet, men kräver ett ökat flöde genom pumpen. Detta innebär att en minskning i flödet kräver mer att mer energi tillförs pumpen. Detta är en av anledningarna till att denna metod inte är så vanlig. Den används företrädesvis för förträngningspumpar. Eftersom dessa ofta inte klarar en stor minskning av flödet, kan det också fungera som en säkerhet för pumpen.

Förträngningspumpar kan skadas av den mottrycksökning som uppstår vid en strypning av flödet och shuntreglering eller en överströmningsventil (som öppnas vid ett givet tryck) ger pumpen ett högre flöde (och därmed lägre tryck) att arbeta med. Om pumparna arbetar med icke-newtonska vätskor med dåligt kända egenskaper, är det extra viktigt med denna säkerhet.

En variant av shuntregleringen är *överlöpsreglering*. Här återförs inte den del av flödet som är större än det önskade, utan leds till avlopp. Detta är en enkel reglering, som går till så att vätskan pumpas upp till en bassäng, ur vilken önskat flöde fås ut genom att hålla nivån i bassängen. Nivån regleras med ett överfall (bräddavlopp), över vilket den överflödiga vätskan strömmar bort.

10.5.2.3 Varvtalsreglering

Ett sätt att kontinuerligt förändra flödet genom en turbopump, är att minska rotorns varvtal. Denna *varvtalsreglering* har många fördelar. Pumpens karakteristik ändras med denna metod. Sambandet mellan pumpkurvorna för två olika varvtal, n_1 och n_2 , kan beskrivas med hjälp av affinitetslagarna:

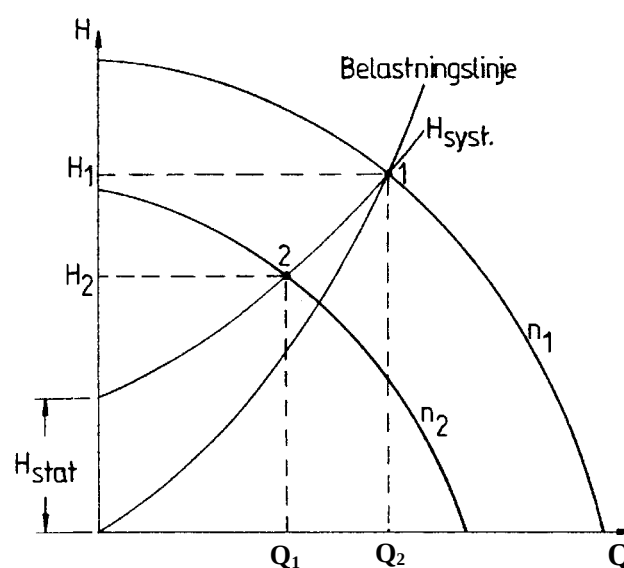
$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{n_2}{n_1} \quad [148]$$

$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \quad [149]$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^3 \quad [150]$$

I Figur 69 visas hur pumpkurvan ändras. Den inlagda *belastningskurvan*, samhörande punkter mellan pumpkurvor för olika varvtal, är som synes en andragradskurva från origo. För att åstadkomma ett lägre flöde, används ett lägre varvtal. Enligt affinitetslagarna minskas då också uppforderingshöjden och pumpens axeleffekt, den effekt som pumpen tillför vätskan. Det bör dock observeras att affinitetslagarna bara jämför olika punkter mellan de båda pumpkurvorna. Vilken driftpunkten blir, bestäms av den nya pumpkurvan och systemkurvan. Det enda fall då den nya driftpunkten sammanfaller med samhörande punkt på den nya pumpkurvan är då systemet inte har någon statisk uppforderingshöjd ($H_{stat} = 0$), d.v.s. när systemkurvan är samma som belastningskurvan.

Den största fördelen med varvtalsreglering är att minskningen i tillförd energi är så kraftig. Det görs inga onödiga förluster i systemet, som vid strypreglering. Dessutom är verkningsgraden nästan konstant för samhörande punkter för olika varvtal, p.g.a. att strömningsförhållandena är likformiga. Om den statiska uppforderingshöjden är låg, kan alltså verkningsgraden i pumpen bibehållas på en hög nivå. Detta innebär ytterligare energivinster gentemot strypreglering, som vid kraftiga förändringar innebär stora verkningsgradsförluster. Om däremot den statiska uppforderingshöjden dominerar (en flack systemkurva), är driftpunkten långt ifrån samhörande punkter, och vi kan få en kraftig försämring av verkningsgraden.



Figur 69. Ändring av volymflöde från Q_1 till Q_2 m.h.a. varvtalsreglering.

Det som också försämrar verkningsgraden vid varvtalsreglerade pumpar, är att den utrustning som krävs för att pumpens motor ska kunna driva pumpen med olika varvtal, innebär förluster. De metoder som kan användas är en reglerbar koppling mellan motorn och pumpen (*hydraulisk slirkoppling*), en reglering av strömmen till motorn (*transformering* eller *frekvensomriktare* för asynkronmotorer eller *strömriktare* för likströmsmotorer) eller en reglering av den uttagna strömmen från motorn (*släppringad asynkronmotor*). Utöver att införa förluster, innebär denna utrustning också betydande investeringar, jämfört med standardpumpen. Det bör dock beaktas att de energivinster som görs med denna metod i många fall är sådana att dessa investeringar snart betalar sig.

Varvtalsreglering är också en av de vanligaste metoderna för reglering av förträngningspumpar. Dessa följer dock inte de likformighetslagar som beskrivits ovan. Eftersom de inte har samma höga varvtal som centrifugalpumpar kan de inte köras med asynkronmotorer, utan måste växlas ner från nätspänningen. Detta gör att inga ytterligare förluster görs och inga investeringar utöver de som ändå krävs för denna pumptyp måste göras.

10.5.2.4 Övrig kontinuerlig reglering

För axialpumpar kan reglering av flödet också ske genom att *pumpens skovlar* eller *ledskenor* kan regleras. En reglering av skovlarna innebär att vinkeln mot flödet ställs om och pumpkaraktistiken ändras genom att flödets radiella komponent ändras. De inställbara ledskenorna kan snarare jämföras med en form av reglerbar strypning, men räknas ändå in i pumpens karakteristik.

För kolvpumpar är, utöver varvtalsreglering, den vanligaste metoden *slaglängdsändring*. Slaglängden, som är skillnaden mellan yttre och inre läge för kolven, är direkt proportionell mot den volym som i varje cykel (*slag*) sugas in i och trycks ut ur pumpen.

En pumptyp för låga uppforderingshöjder, snäckpumpen, fungerar ungefär som en skruvpump. Skillnaden är att den kan transportera en blandning mellan vätska och en stor del luft. Detta beror på att skruven är snedställd och utrymmena mellan skruvgångorna fungerar ungefär som skovlar i ett vattenhjul. Denna pumptyp regleras med *fyllnadsgrad*, d.v.s. hur mycket vätska det är i varje mellanrum.

10.5.3 Stegvis reglering

Stegvis reglering av flödet innebär att bara vissa flöden kan åstadkommas. I många fall är detta fullt tillräckligt, och dessa metoder har därför trots sina begränsningar flera användningsområden. De metoder som kan räknas hit, uppdelade efter inverkan på pump- eller systemkurvor syns i Tabell 5.

Tabell 5. Indelning av stegvisa reglermetoder.

Pumpkaraktistiken ändras	Start-stopp-reglering Serie- eller parallellkörning Polomkopplingsbara motorer Förändring av hjuldiameter
Systemkaraktistiken ändras	Strypbrickor

10.5.3.1 Start-stopp-reglering

Vid *start-stopp-reglering* startas och stoppas en eller flera pumpar systematiskt. Pumparna kan oftast bara köras med en driftpunkt, och när detta inte motsvarar flödesbehovet arbetar dessa intermittent, d.v.s. med ett flertal start och stopp, mellan 1 och 15 per timma. Flödet blir då ojämnt, och det behövs oftast ett vätskemagasin för att utjämna det. Automatisk start-stopp-reglering innebär att pumpar startas vid hög nivå i ett magasin på pumpens sug sida eller vid en låg nivå i ett magasin på trycksidan, ex.vis ett vattentorn. Är det ett mindre trycksatt magasin, en hydrofor, är det trycket, snarare än nivån som bestämmer. Vid lågt tryck startar pumpen och vid högt tryck stoppar den.

Start-stopp är en enkel metod som passar för automatisk reglering i vatten- och avloppsanläggningar, samt för små dricksvattenanläggningar för ex.vis hushåll, fritidshus och lantgårdar. Det är den vanligaste stegvisa reglermetoden. Nackdelarna är bl.a. kostnader för de utjämningsmagasin som behövs. Dessutom måste systemet dimensioneras för att klara av att startas stort antal gånger och för de tryckslag som uppstår vid start och stopp. Detta ökar de annars låga investeringskostnaderna.

10.5.3.2 Serie- eller parallellkoppling

Start-stopp-reglering kan också användas för flera pumpar, antingen i *serie* eller *parallellt*.

Det vanligaste är parallellkoppling, då en pump som inte används finns i en ledning som inte heller genomströmmas av vätskan. Förändringen av pumpkurvan vid in- resp. urkoppling av en pump (se kap. 10.3.4) gör att en ny driftpunkt erhålls. Det innebär att det finns lika många möjliga driftpunkter som det finns pumpar att koppla in eller ur.

10.5.3.3 Polomkopplingsbara motorer

Speciella asynkronmotorer, med omkoppling av poltal, kan utnyttjas för att ge olika varvtal.

Det vanligaste är steg med en faktor 2, men andra möjligheter finns också. Pumpkurvan ändras enligt affinitetslagarna, precis som vid kontinuerlig varvtalsreglering (se kap. 10.5.2.3). Skillnaden mot den kontinuerliga metoden är att det behövs vätskemagasin, för att utjämna det diskontinuerliga flödet. Investeringskostnaden för själva motorn är dock mindre, även om den är 20-40 % större än för en vanlig asynkronmotor.

10.5.3.4 Förändring av hjuldiameter

Om pumpen visar sig vara överdimensionerad, kan en anpassning efter det lägre önskade flödet göras genom att byta pumphjul till ett med mindre diameter eller, om ett sådant inte finns att tillgå, att svarva ner diametern på det befintliga hjulet. I det senare fallet är det en mer permanent åtgärd. Att byta mellan olika pumphjul kan också vara ett sätt att anpassa pumpen efter olika flöden som under långa perioder är konstanta, t.ex. vattenflöden sommar och vinter eller andra periodiska växlingar.

Vid ändring av hjuldiametern ändras pumpkurvan enligt ekvationer liknande affinitetslagarna.

Förhållandena är ungefär

$$\frac{Q_2}{Q_1} \approx \frac{H_2}{H_1} \approx \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \quad [151]$$

$$\frac{P_2}{P_1} \approx \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^4 \quad [152]$$

Denna metod är billig, delvis p.g.a. den stora energivinst som görs, men lämpar sig mest för situationer då en permanent minskning av pumpens prestanda p.g.a. överdimensionering är önskad.

10.5.3.5 Strypbrickor

Strypbrickor är en diskontinuerlig variant av strypreglering med reglerventiler. De är brickor med mindre diameter än de rörledningar de sätts in i, och ger därför ett ökat motstånd i systemet, med en brantare systemkurva som följd. Metoden används för att justera ett för högt flöde, p.g.a. överdimensionerade pumpar, men är inte lika oåterkalleligt som att svarva av ett pumpshjul. De innebär dock en onödig energiförlust som minskar den vinst man gör på att anpassa flödet (se även kap. 10.5.2.1).

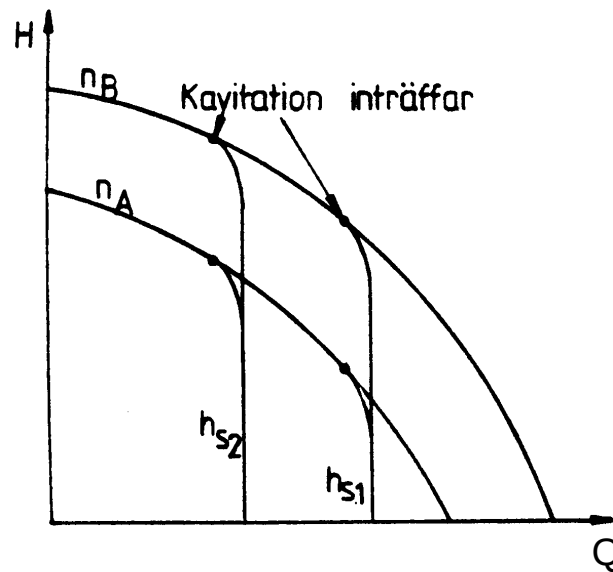
10.6 Sugförmåga

Pumpens huvudsakliga uppgift är att orsaka en tryckstegring och därmed ett flöde. Denna tryckstegring sker mellan pumpens sug- och trycksida. Det är dock inte bara pumpens tryckstegrande egenskaper som är viktig att beakta, utan även dess sugförmåga, d.v.s. förmågan att transportera vätskan till inloppet, sugsidan. Det som händer innan tryckstegringen i pumpen, är att trycket p.g.a. friktionstryckfall i sugledningen kan sjunka, och en höjdskillnad kan, vid högt placerade pumpar, öka detta tryckfall. Det gäller då att se till att trycket inte sjunker lägre än vad pumpen kan hantera.

Den stora risken vid för lågt tryck är att *kavitation* uppstår. Denna uppstår då vätskans mättnadstryck har nåtts. För att undvika detta måste sughöjden ligga under ett visst värde, den *tillåtna sughöjden*. Detta värde är beroende av flödet, och beräknas med hjälp av det s.k. *NPSH-värdet*.

10.6.1 Kavitation

Kavitation ("hålrumsbildning", från latinets *cavus*, "hålighet") uppstår när det statiska trycket sjunker så lågt att vätskans mättnadstryck vid aktuell temperatur nås. Detta leder till partiell förångning av vätskan och ångblåsor bildas. När de följer vätskeströmmen in i pumpen, når de snar områden med högre tryck, d.v.s. över ångtrycket, och mediet kan då inte längre existera i ångform. Då kollapsar ångblåsorna, de *imploderar*, och en kraftig tryckpuls uppstår. Vid förhållanden nära ångtrycket, kommer detta förlopp att upprepas genom nybildande av ångblåsor, med en hög frekvens ett stort antal gånger, vilket kan leda till avsevärda mekaniska skador på materialet i pumpen.



Figur 70. Pumpkurvor för centrifugalpumpar vid olika varvtal med kavitation vid två olika sughöjder $h_{s2} > h_{s1}$.

En annan följd av kavitationen är att pumpens prestanda minskar kraftigt. Detta är ytterligare en anledning till att kavitation måste undvikas, men det kan också användas som en indikation på att kavitation börjar inträda. Detta kan ses nedan, i Figur 70.

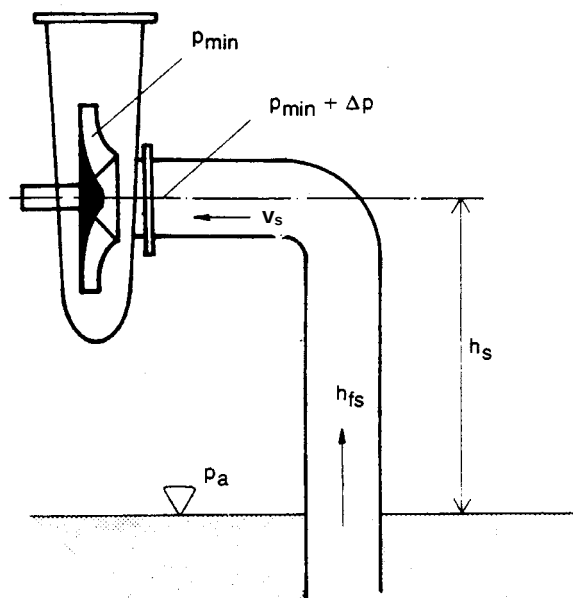
Största risken för kavitation är i de delar av pumpen där trycket är som minst. När skovlarna i en turbopump rör sig för att ge vätskan ett högre tryck, uppstår samtidigt ett sug på skovlarnas baksida. Det är här det lägsta trycket i pumpen, p_{min} , återfinns, och det är alltså här kavitationen först uppstår. I inloppet, *sugstutsen*, d.v.s. där trycket är som lägst innan pumpen är trycket Δp större. Med pumpen placerad på höjden h_s ovanför vätskenivån i sugsidans reservoar, där trycket p_a råder, och med flödes hastigheten v_s ger Bernoullis ekvation över sugsidan (se Figur 71):

$$p_a = p_{min} + \Delta p + \rho \cdot \frac{v_s^2}{2} + \rho \cdot g \cdot h_s + \rho \cdot g \cdot h_{fs} \quad [153]$$

eller

$$\frac{p_{min}}{\rho \cdot g} = \frac{p_a}{\rho \cdot g} - \left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot g} + \frac{v_s^2}{2 \cdot g} \right) - h_s - h_{fs} \quad [154]$$

där h_{fs} är tryckfallsförlusterna i sugledningen uttryckta som en tryckhöjd. Pumpens lägsta tryck bestäms alltså dels av yttre faktorer, som trycket på sugsidans vätskeyta, sughöjden och förlusterna i sugledningen, dels av faktorer som beror på pumpens konstruktion, som den lokala trycksänkningen och hastigheten vid sugstutsen. För att undvika att kavitation uppstår, ska dessa faktorer vara sådana att p_{min} är större än mättnadstrycket (ångbildningstrycket) p_a .



Figur 71. Parametrar i kavitationsmodellen.

10.6.2 NPSH

Vid analys av kavitationsbenägenheten, används ofta begreppet *NPSH* (*Net Positive Suction Head*) som definieras enligt:

NPSH = skillnaden mellan totaltrycket på pumpens sug sida (p_{0s}) och vätskans ångbildningstryck (p_a), mätt i meter vätskepelare.

eller

$$\text{NPSH} = \frac{p_{0s} - p_{\hat{a}}}{\rho \cdot g} = \frac{p_a}{\rho \cdot g} - h_s - h_{fs} - \frac{p_{\hat{a}}}{\rho \cdot g} \quad [155]$$

Detta värde beräknas enbart med yttre faktorer och är alltså oberoende av pumpens konstruktion. Detta NPSH-värde kallas ofta *tillgängligt NPSH* eller $\text{NPSH}_{\text{tillg}}$. En ökning av sughöjden minskar tillgängligt NPSH, och leder enligt ekvation 154 till en minskning av $p_{\min}$. När $p_{\min} = p_{\hat{a}}$ inträder kavitation, och ekvationen kan då skrivas som

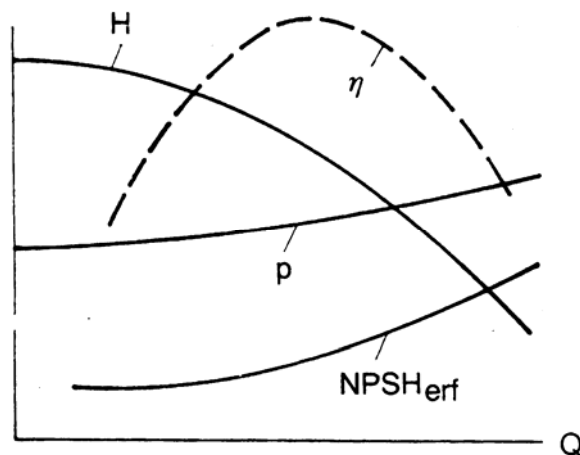
$$\left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot g} + \frac{v_s^2}{2 \cdot g} \right) = \frac{p_a}{\rho \cdot g} - h_s - h_{fs} - \frac{p_{\hat{a}}}{\rho \cdot g} = \text{NPSH} \quad [156]$$

Vänsterledet är faktorer som beror på pumpens konstruktion, och det NPSH-värde som gäller då kavitationen inträffar är alltså en pumpegenskap som benämns *erforderligt NPSH* eller NPSH_{erf} och beskrivs som:

$$\text{NPSH}_{\text{erf}} = \left(\frac{\Delta p}{\rho \cdot g} + \frac{v_s^2}{2 \cdot g} \right) \quad [157]$$

Som pumpegenskap är det naturligt att den finns med i de uppgifter som pumptillverkaren lämnar i sina pumpdiagram, se Figur 72. Att undvika kavitation innebär praktiskt att se till att $p_{\min} > p_{\hat{a}}$, d.v.s.

$$\text{NPSH}_{\text{tillg}} > \text{NPSH}_{\text{erf}} \quad [158]$$



Figur 72. Pumpdata i form av kurvor för uppforderingshöjd, verkningsgrad, effektbehov och erforderligt NPSH som funktion av flödet.

Det bör observeras att $NPSH_{tillg}$ minskar med ökat flöde, eftersom strömningsförlusterna ökar, medan $NPSH_{erf}$ ökar.

10.6.3 Tillåten sughöjd

Den faktor som är lättast att påverka i undvikandet av kavitation är den höjd på vilken pumpen placeras, d.v.s. sughöjden. Enligt ekvation 154 ska då gälla:

$$h_s \leq \frac{p_a}{\rho \cdot g} - \frac{p_{\hat{a}}}{\rho \cdot g} - NPSH_{erf} - h_{fs} \quad [159]$$

När h_s är lika med högerledet, $h_{s,max}$, inträffar kavitation. För att vara säker på att undvika detta brukar ofta en säkerhetsmarginal på ex.vis 1 m tillämpas, d.v.s. $h_s < h_{s,max} - 1$ mvp. Om sughöjden är negativ kallas den *tillrinningshöjd*.

Den första termen i högerledet, trycket vid sugsidans vätskenivå, är beroende av om tanken är öppen (atmosfärstryck) eller trycksatt. Vid trycksatt tank ökar den tillåtna sughöjden med övertrycket uttryckt i mvp, jämfört med en öppen tank. Den andra termen, mättnadstrycket, är temperaturberoende. Om temperaturen i pumpen ökar, ökar därför risken för kavitation.

De två övriga termerna är flödesberoende och båda ökar med flödet. Med övriga faktorer konstanta innebär detta att det finns ett maximalt flöde vid vilket kavitation inträffar och tryckstegringen över pumpen förloras (se Figur 70). Detta kan i ogynnsamma fall ligga under den önskade driftpunkten, vilken då inte kommer att kunna uppnås. Det är därför viktigt att känna till det största flöde som gör att pumpen arbetar kavitationsfritt. Tryckförlusten är också beroende av rörlängd och -diameter, och kan minimeras genom att ha en kort sugledning med stor diameter.

Vid ogynnsamma förhållanden, ex.vis pumpning av varmvatten nära atmosfärstryck, kan ofta en tillrinningshöjd, d.v.s. en placering av pumpen nedanför sugsidans vätskenivå, vara nödvändig. Av andra orsaker kan det också vara lämpligt med en låg placering av pumpen.

10.6.4 Själv sugande förmåga och evakuering

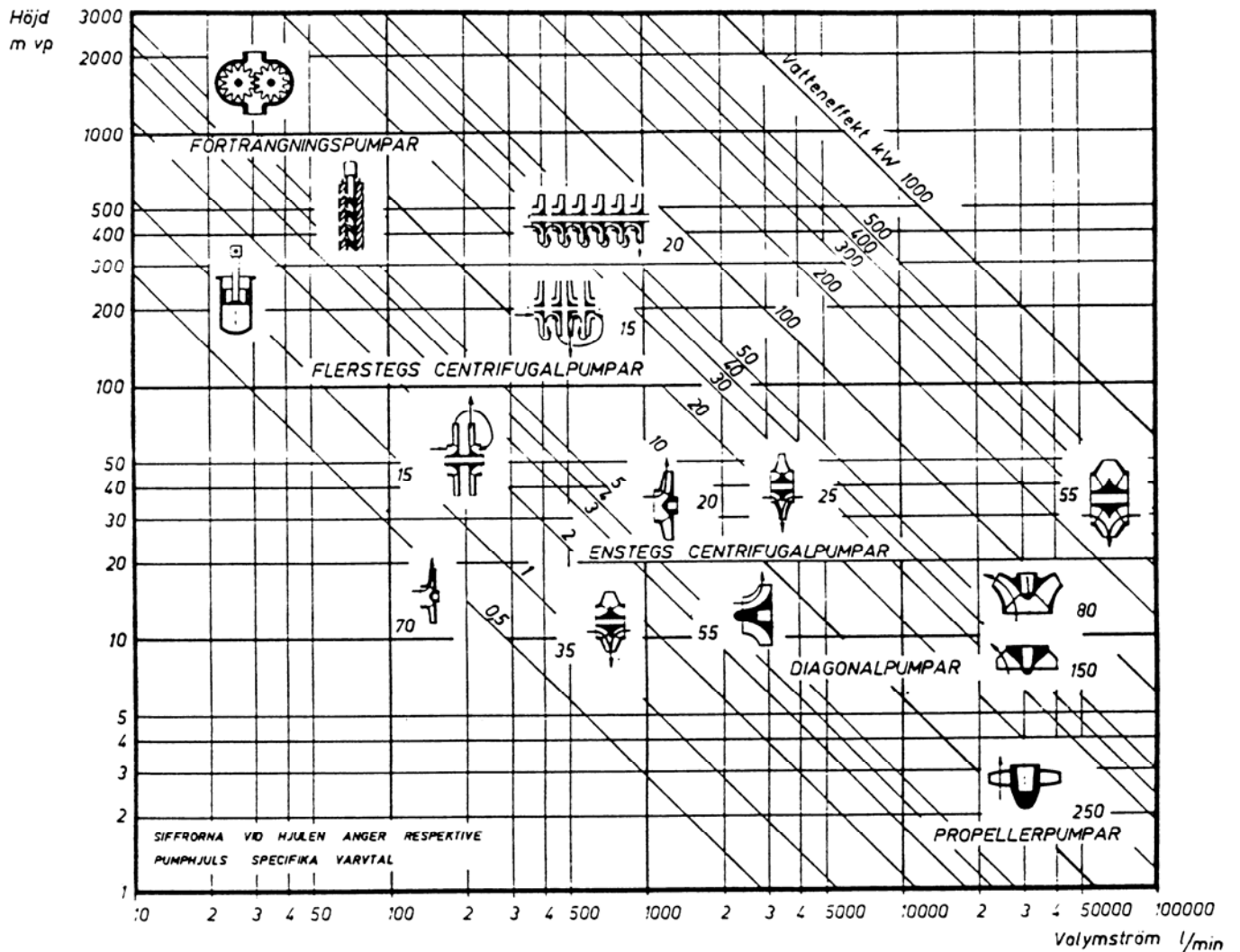
En *turbopump* bygger sin tryckstegrande förmåga på en överföring av energi i form av dynamiskt tryck till en vätska, och är därför beroende av mediets densitet. Om pumphuset istället skulle vara luftfyllt, blir därför tryckstegringen ca 1000 ggr mindre. Detta innebär att

pumpen inte kan transportera bort luft ur sugledningen (*evakuera*). Detta uttrycks ofta som att turbopumpar inte är *själv sugande*.

För att starta en turbopump, måste man se till att den är vätskefylld. Detta kan åstadkommas på flera sätt:

- Tillrinningshöjd
Pumpen är uppställd nedanför sugsidans vätskenivå. Då kan pumpen alltid vätskefyllas innan den behöver startas.
- Backventil
En backventil på sugledningen ser till att denna aldrig töms, även om pumpen stoppar.
- Evakueringstank
En mindre tank kan placeras mellan sugsidans vätskereservoar och pumpen, på en sådan höjd att den alltid har en tillräcklig vätskenivå (tillrinningshöjd) tillgänglig för pumpen.
- Evakueringspump
En mindre, själv sugande pump kan användas för att evakuera pumphuset.

Eftersom *förträngningspumpar* ofta har så god inre tätning, är i princip alla förträngningspumpar själv sugande, förutsatt att torrkörning är tillåten under evakueringen. Om sugledningarna är långa kan dock denna ta sådan tid att pumpen riskerar att ta skada.



Figur 73. Olika pumpstyperns ungefärliga arbetsområden och specifika varvtal.

Efter en idé från Pumptechnik, AB De Laval's Ångturbin.

10.7 Jämförelser mellan olika pumpar

Olika tillämpningar kräver olika typer av pumpar. I vissa fall kan det finnas flera typer som kan lösa samma uppgift, men ofta ger de yttre faktorerna små möjligheter att välja pumpstyp. Storleken på flödet och tryckstegringen är två viktiga faktorer. I Figur 73 är ett schematiskt diagram över vid vilka flöden och tryckstegringar olika pumpstyper kan användas. Det kan noteras att för stora flöden bör turbopumpar användas, medan höga tryckstegringar kräver förträngningspumpar.

Bland turbopumparna är axialpumpar de som klarar högst flöde, men de kan å andra sidan inte ge så hög tryckstegring. Centrifugalpumpar klarar inte fullt så höga flöden, men kan ge högre tryckstegring. För ytterligare tryckstegring, utan att förlora för mycket i förmågan att klara högre flöden, kan centrifugalpumparna seriekopplas (se kap. 10.3.4.1). Ett sätt att sköta denna seriekoppling på ett kompakt sätt, är att ha *flerstegspumpar*, d.v.s. sammankopplade hjul med vätskeföring emellan.

10.7.1 Specifikt varvtal

Förhållandet mellan flöde och tryckstegring för en turbopump avgörs av hur mycket av flödet som går axiellt resp. radiellt. Som ett mått på detta används begreppet *specifikt varvtal*. Det definieras som:

$$n_q = n \cdot \frac{Q^{0,5}}{H^{0,75}} \quad [160]$$

och kan tolkas som det varvtal (i varv/min) som skulle fås för flödet $1 \text{ m}^3/\text{s}$ och 1 m uppfordringshöjd i en pump som är likformig med den aktuella pumpen, men med andra dimensioner. Det används dock inte i den funktionen, utan för att klassificera turbopumpar. En axialpump ger ett högt flöde och en låg uppfordringshöjd och får därför ett hög specifikt varvtal. En centrifugalpump (med radiellt flöde) som har ett lägre flöde men högre tryckstegring har ett lågt specifikt varvtal. Det specifika varvtalet anger om flödet genom pumpen ligger närmast det rent axiella eller det rent radiella, och anger därför också förmågan till högre flöde eller högre tryckstegring.

10.7.2 Jämförelse mellan centrifugalpumpar och förträngningspumpar

Några karakteristiska egenskaper hos *centrifugalpumpar* och *förträngningspumpar* kan sammanfattas:

- Centrifugalpumpar klarar höga flöden, men ger bara en begränsad tryckstegring. Förträngningspumpar är olämpliga för höga flöden, men klarar höga tryckstegringar.
- Centrifugalpumpar är enkla och billiga. De är standardiserade, finns i många material och kan köras direkt kopplade till standardmotorer. Förträngningspumpar är dyra i inköp och underhåll, och kräver ofta krångliga och skrymmande installationer, bl.a. på grund att motorvarvtalet ofta måste växlas ned.

- Centrifugalpumpar har problem med tätningar och spelet mellan pumphjulet och pumphuset gör att vätskan kan strömma tillbaka genom pumpen. Det senare innebär dock att pumpen klarar att köras mot en stängd ventil utan att skadas, eftersom vätskan då istället kan cirkulera inne i pumpen.
Förträngningspumpar är tätare, men kan därför också skadas om pumpen körs mot en stängd ventil, eftersom vätskan inte kan ta vägen någonstans och därför fungerar som en "vägg".
- Centrifugalpumpar är inte självsugande, d.v.s. kan inte startas utan att vara vätskefyllda. Det kan däremot de flesta förträngningspumparna.
- Centrifugalpumpar ger ett jämnt flöde som kan regleras inom vida gränser. Volymflödet är dock beroende av tryckökningen och verkningsgraden är starkt beroende av tryck och flöde.
Många förträngningspumpar ger ett pulserande flöde. Flödet är dock praktiskt taget oberoende av tryckstegringen, och de ger dessutom en hög verkningsgrad vid alla varvtal. De klarar att gå långsamt och eftersom volymen i pumphuset lätt kan kontrolleras, är de därför lämpliga för både dosering och mätning.
- Centrifugalpumpar klarar inte av högviskösa vätskor, men är inte lika känsliga för föroreningar.
Förträngningspumpar klarar att pumpa högviskösa vätskor, men är i gengäld mycket känsligare för föroreningar i vätskan.

Nomenklatur

Romanska bokstäver

A	area, m ²	p	(statiskt) tryck, Pa
d, D	diameter, m	p_0	totaltryck, Pa
d_h	hydraulisk diameter, m	$p_{\dot{a}}$	ångtryck, Pa
E_a	aktiveringsenergi, J/kg	P	effekt, W (<i>Pumpar</i>)
F	kraft, N	P_{avg}	avgiven pumpeffekt, W (<i>Pumpar</i>)
g	gravitationskonstanten, m/s ²	P_{tillf}	tillförd pumpeffekt, W (<i>Pumpar</i>)
h	höjd, m	Δp_f	tryckförlust, Pa
h_f	förlusthöjd, m (<i>Pumpar</i>)	Δp_{pump}	tillfört pumptryck, Pa
h_s	sughöjd, m (<i>Pumpar</i>)	Q	värmeöverföring, J
H_{pump}	pumpens uppforderingshöjd, m (<i>Pumpar</i>)	Q	volymflöde, m ³ /s (<i>Pumpar</i>)
		q	specifik värmeöverföring, J/kg
H_{stat}	systemets statiska uppforderings- höjd, m (<i>Pumpar</i>)	$\dot{Q}$	värmeöverf. per tidsenhet, W
		r, R	radie, m
H_{syst}	systemets uppforderingshöjd, m (<i>Pumpar</i>)	R	allmänna gaskonstanten, J/mol·K
		R	elektrisk resistans, Ω (ohm)
I	elektrisk ström, A	Re	Reynolds tal
i	specifik entalpi, J/kg	s	specifik entropi, J/kg·K
k	konstant (visk.best.), cSt/s	T	temperatur, K
k_k	kulkonstant (visk.best.), cSt/s	U	inre energi, J
k_v	flödesfaktor (eng.förlust), m ³ /h	U	elektrisk spänning, V
L	längd, m	V	volym, m ³
L_{ekv}	ekvivalent längd (eng.förlust), m	$\dot{V}$	volymflöde, m ³ /s
m	massa, kg	v	strömningshastighet, m/s
m	areaförhållande $(D_2 / D_1)^2$	W	arbete, J
$\dot{m}$	massflöde, kg/s	w	specifikt arbete, J/kg
n	engångsförlustfaktor	$\dot{W}$	effekt, W
n	varvtal (<i>Pumpar</i>)	$\dot{W}_{pump}$	avgiven pumpeffekt, W
n_q	specifikt varvtal (<i>Pumpar</i>)	x, y, z	längdkoordinater, m

Grekiska bokstäver

α	skjuvningsvinkel (viskositet)	η_{pump}	pumpverkningsgrad
α	genomströmningstal (flödesmätn.)	λ	friktionsfaktor
γ	skjuvning	μ	dynamisk viskositet, kg/m·s
$\dot{\gamma}$	skjuvhastighet, s ⁻¹	ν	kinematisk viskositet, m ² /s
δ	förskjutning, m	ρ	densitet, kg/m ³
ε	ekvivalent sandskrovlighet, mm	τ	skjuvspänning, Pa