Uppgifter 3.2, 3.4, 3.6


Identifiera vilka slumpvariabler som är diskreta och vilka som inte är diskreta.

3.2) M: antalet meteoriter som träffar en satellit per dag.

3.4) Neutroner som avges vid fission är antingen "prompt" eller "delayed". Neutroner som är "prompt" utgör ca 99% av alla utsända neutroner och de sänds ut inom $10^{-14}$ sekunder efter tidpunkten för fission. Neutroner som är "delayed" sänds ut under en period av flera timmar. Låt D beteckna tiden då en "delayed" neutron sänds ut.

3.6) Antalet strömavbrott per månad i Tennesse Valley elnätverk.

Lösning:

3.2) # meteoriter/per dag; dvs 0, 1, 2, ... ⇝ Diskret

3.4) [D] (dvs enheten för D) = sekunder ⇝ kontinuerlig, dvs inte diskret

3.6) Antalet strömavbrott; dvs 0, 1, 2, ... ⇝ Diskret

Uppgift 3.8
den 16 april 20[illegible] 13:27

En särskild typ av borrspets används vid borrning i berg. Antalet hål som kan borras med en spets betecknar vi $X$. Tätheten för $X$, betecknad $f(x)$, ges av följande

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 0.02 | 0.03 | 0.05 | 0.2 | 0.4 | 0.2 | 0.07 | ? |

$\boxed{1 \leq X \leq 8}$

a) Vad är $f(8)$?

b) Tabulera värdena på $F$

c) Använd $F$ för att bestämma sannolikheten att en slumpvist vald borr kan användas till att borra 3, 4 eller 5 hål.

d) Bestäm $P(X \leq 4)$ och $P(X < 4)$. Är dessa sannolikheter lika?

e) Bestäm $F(-3)$ och $F(10)$.

Lösning:

a) Vi vet: $\sum_{x=1}^{8} f(x) = 1 \rightsquigarrow 0.02 + 0.03 + 0.05 + 0.2 + 0.4 + 0,2 + 0.07 + ? = 1$

$\Rightarrow ? = 0.03$

Def:
$f(x) \geq 0 \ \forall x$
$\sum_{x} f(x) = 1$

b) Från def: $F(x) = P(X \leq x) \left( = \sum_{\tilde{x}=1}^{x} f(\tilde{x}) \right)$

$$\begin{cases} F(1) = P(X \leq 1) = 0.02 \\ F(2) = P(X \leq 2) = 0.03 + 0.02 = 0.05 \\ F(3) = P(X \leq 3) = 0.05 + 0.03 + 0.02 = 0.05 + 0.05 = 0.1 \\ F(4) = P(X \leq 4) = f(4) + F(3) = 0.2 + 0.1 = 0.3 \\ F(5) = P(X \leq 5) = f(5) + F(4) = 0.4 + 0.3 = 0.7 \\ F(6) = P(X \leq 6) = f(6) + F(5) = 0.2 + 0.7 = 0.9 \\ F(7) = P(X \leq 7) = f(7) + F(6) = 0.07 + 0.9 = 0.97 \\ F(8) = P(X \leq 8) = f(8) + F(7) = 0.03 + 0.97 = 1 \end{cases}$$

c) Sökt: $P(3 \leq X \leq 5)$

Från b): $P(3 \leq X \leq 5) = F(5) - F(2) = 0.7 - 0.05 = 0.65$

d) $P(X \leq 4) \overset{def}{=} F(4) = 0.3$

$P(X < 4) = P(X \leq 3) \overset{def}{=} F(3) = 0.1$

Nej, de är ej lika $\left( P(X \leq 4) = 0.3 \neq 0.1 = P(X < 4) \right)$

e) Sökt: $F(-3)$, $F(10)$

$F(-3) = P(X \leq -3) = 0$

$F(10) = P(X \leq 10) = P(X \leq 8) = 1$

eftersom X antar
värdena $1, \dots, 8$

# Uppgift 3.10



Sannolikheten att kunna logga in på en dator remote vid en given tidpunkt är 0.7. Låt X beteckna antalet försök som måste göra för att få tillgång till datorn.

a) Bestäm de första 4 sannolikheterna i täthetstabellen för X.

b) Ge ett explicit uttryck för f(x).

c) Bestäm P(X = 6).

d) Ge ett explicit uttryck för F(x).

e) Använd F för att bestämma sannolikheten att som flest 4 försök krävs för att logga in på datorn.

f) Använd F för att bestämma sannolikheten att som minst 5 försök krävs för att logga in på datorn.

## Lösning:

a) Sökt: f(1), f(2), f(3), f(4)

$$f(1) = P(X=1) = 0.7$$
$$f(2) = P(X=2) = 0.3 \cdot 0.7 = 0.21$$
$$f(3) = P(X=3) = 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 0.063$$
$$f(4) = P(X=4) = 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 0.0189$$

b) Sökt: $f(x)$, $x \in \{1, 2, \dots\}$

$$f(x) = 0.3^{x-1} \cdot 0.7$$

dvs, x-1 misslyckade försök och <u>sedan</u> ett lyckat försök

c) Sökt: P(X = 6)

Från b): $P(X=6) \overset{def}{=} f(6) = 0.3^5 \cdot 0.7 = 0.001701$

d) Sökt: F(x)

$$F(x) \overset{def}{=} \sum_{k=1}^{x} P(X=k) = \sum_{k=1}^{x} f(k) \overset{\text{från b)}}{=} \sum_{k=1}^{x} 0.3^{k-1} \cdot 0.7 = 0.7 \sum_{k=1}^{x} 0.3^{k-1} =$$

$$= 0.7 \sum_{k=0}^{x-1} 0.3^k \underset{\text{geometrisk summa}}{=} \cancel{0.7} \frac{1 - 0.3^x}{\underbrace{\cancel{1 - 0.3}}_{=0.7}} = 1 - 0.3^x$$

e) Sökt: $P(X \leq 4)$

$$P(X \leq 4) = F(4) = 1 - 0.3^4 = 1 - 0.0081 = 0.9919$$

f) Sökt: $P(X \geq 5)$

$$P(X \geq 5) = 1 - P(X < 5) \underset{\uparrow}{=} 1 - P(X \leq 4) = 1 - F(4) =$$

X antar
bara heltal

$$= 1 - (1 - 0.3^4) = 0.3^4 = 0.0081$$

# Uppgift 3.14

den 16 april 2021 13:30

I ett experiment ympades en typ av apelsinträd på rötterna av en annan typ av apelsinträd. Experimentet utfördes 5 gånger. Låt X vara antalet ympningar som misslyckades och låt tätheten för X vara följande

| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 0.7 | 0.2 | 0.05 | 0.03 | 0.01 | ? |

$\boxed{0 \leq X \leq 5}$

a) Bestäm $E[X]$.

b) Bestäm $\mu_X$.

c) Bestäm $E[X^2]$.

d) Bestäm $Var[X]$.

e) Bestäm $\sigma_X^2$.

f) Bestäm sandardavikelsen för X.

g) Vilken enhet har $\sigma_X$.

## Lösning:

Först: f(5).

Def $\rightsquigarrow$ $\sum_{x=0}^{5} f(x) = 1 \Rightarrow f(5) = 1 - \sum_{x=0}^{4} f(x) = 1 - 0.7 - 0.2 - 0.05 - 0.03 - 0.01 =$

$= 0.01$

a) Sökt: $E(X)$

Def $\rightsquigarrow$ $E(X) = \sum_{x=0}^{5} x f(x) = \overbrace{0 \cdot 0.7}^{=0} + \overbrace{1 \cdot 0.2}^{0.2} + \overbrace{2 \cdot 0.05}^{0.1} + \overbrace{3 \cdot 0.03}^{0.09} + \overbrace{4 \cdot 0.01}^{0.04} + \overbrace{5 \cdot 0.01}^{0.05}$

$= 0.48$

b) Sökt: $\mu_X$

$\mu_X \overset{def}{=} E(X) = 0.48$

c) Sökt: $E(X^2)$

$\boxed{\text{Def: } E(H(X)) = \sum_{\text{alla } x} H(x) f(x) \quad \text{tätheten för } X}$

$E(X^2) = \sum_{x=0}^{5} x^2 f(x) = 0 \cdot 0.7 + \overbrace{1^2 \cdot 0.2}^{0.2} + \overbrace{2^2 \cdot 0.05}^{0.2} + \overbrace{3^2 \cdot 0.03}^{0.27} +$

$+ \underbrace{4^2 \cdot 0.01}_{0.16} + \underbrace{5^2 \cdot 0.01}_{0.25} = 1.08$

d) Sökt: $Var(X)$

$$Var(X) = E(X^2) - E(X)^2$$

$$\rightsquigarrow Var(X) = 1.08 - \overbrace{0.48^2}^{0.2304} = 0.8496$$

e) Sökt: $\sigma_X^2$

$$\sigma_X^2 \overset{def}{=} Var(X) = 0.8496$$

f) Sökt: $\sigma_X$

$$\sigma_X \dot{=} \sqrt{\sigma_X^2} = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{0.8496} = 0.9217\ldots$$

g) $\sigma_X$ har samma enhet som $X$, dvs "antal".

# Uppgift 3.24



Sannolikheten att finna olja är 1/13 vid slumpvist borrning efter olja. En grupp borrar efter olja i olika delar av ett land så att det kan antas att förekomsten av olja vid en borrning är oberoende av förekomsten av olja vid en annan borrning. Låt X beteckna antalet borrningsförsök tills att olja hittas.

a) Verifiera att X har en geometrisk fördelning och bestäm parametern p.

b) Vad är det exakta uttrycket för tätheten för X?

c) Vad är det exakta uttrycket för den momentgenererande funktionen för X?

d) Bestäm värdena på $E[X]$, $E[X^2]$, $\sigma_X^2$ och $\sigma_X$.

e) Bestäm $P(X \geq 2)$.

## Lösning:

a) Verifiera de tre egenskaperna

1. Serie av experiment där varje försök antingen är "lyckat" eller "misslyckat". OK!

2. Försöken är identiska och oberoende och sannolikheten att "lyckas" är p. OK!

3. X = antal försök som behövs innan det första lyckade försöket. OK!

Vårt fall: $p = \frac{1}{13}$, "lyckas" = hitta olja, "misslyckas" = inte hitta olja.

b) Sökt: $f(x)$, tätheten för X.

Given x, först x−1 misslyckade försök och sedan 1 lyckat försök

identiska och oberoende försök $\Rightarrow f(x) = P(X=x) = \underbrace{(1-p)^{x-1}}_{\text{misslyckade}} \cdot \underbrace{p}_{\text{lyckade}}$, för $x = 1,2,3,\ldots$

c) Sökt: $m_X(t)$

Från a): $X \sim geom(p)$, $p = \frac{1}{13}$

Th. 3.4.1 $\Rightarrow m_X(t) = \frac{pe^t}{1-qe^t}$, $q = 1-p$

d) Sökt: $E(X)$, $E(X^2)$, $Var(X)$, $\sigma_X \overset{def}{=} \sqrt{Var(X)}$

Th. 3.4.2

$\frac{d^k m_X(t)}{dt^k}\Big| = E(X^k)$

$$E(X) = \frac{d}{dt} m_X(t)\Big|_{t=0} = \frac{d}{dt}\left(\frac{pe^t}{1-qe^t}\right)\Big|_{t=0} =$$

$$= p \frac{d}{dt}\left(\frac{e^t}{\ldots}\right)$$

Th. 3.4.2

$$\boxed{\left.\frac{d^k m_X(t)}{dt^k}\right|_{t=0} = E(X^k)}$$

$$_{t=0}\frac{d}{dt}\left(\frac{\ }{1-qe^t}\right)\Big|_{t=0} =$$

$$= p \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{e^t}{1-qe^t}\right)\Big|_{t=0} =$$

kvotregeln

$$= p \cdot \frac{e^t \cdot (1-qe^t) - e^t \cdot (-qe^t)}{(1-qe^t)^2}\Big|_{t=0} =$$

$$= p \cdot \frac{e^t - \cancel{qe^{2t}} + \cancel{qe^{2t}}}{(1-qe^t)^2}\Big|_{t=0} =$$

$q = 1-p$

$$= p \cdot \frac{e^t}{(1-qe^t)^2}\Big|_{t=0} = \frac{p}{(1-q)^2} =$$

$$= \frac{p}{p^2} = \frac{1}{p} = 13$$

$p = \frac{1}{13}$

$X \sim geom(p)$, Th. 3.4.3 $\rightsquigarrow$ $Var(X) = \frac{q}{p^2} = \frac{1-p}{p^2}$

$$Var(X) = \frac{1-\frac{1}{13}}{\left(\frac{1}{13}\right)^2} = \frac{\frac{12}{13}}{\frac{1}{13^2}} = \frac{12}{\cancel{13}} \cdot \frac{13^{\cancel{2}}}{1} = 12 \cdot 13 = 156$$

$p = \frac{1}{13}$

Formeln $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 \rightsquigarrow E(X^2) = Var(X) + E(X)^2 =$

$$= 156 + 13^2 =$$

$$= 325.$$

$$\sigma_X \overset{def}{=} \sqrt{Var(X)} = \sqrt{156} = 12.489\ldots$$

e) Sökt: $P(X \geq 2)$

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - P(X = 1) =$$

$$= 1 - f(1) = 1 - p = 1 - \frac{1}{13} = \frac{12}{13}$$

$x = 1$ $\qquad$ $p = \frac{1}{13}$

# Uppgift 3.28

den 16 april 2021 13:30

Ett system använder 128 bitar för att sända meddelanden. Ibland orsakar störningar att en bit ändras och detta leder till överföringsfel. Antag att sannolikheten att en bit ändras är $\frac{1}{1000}$ (varje enskild bit). Låt X beteckna antalet överföringsfel per meddelande bestående av 128 bitar. Har X en geometrisk fördelning? Om inte, vilken egenskap saknas?

<u>Lösning:</u>

1. Experiment är en serie av försök där försök är "lyckat" eller "misslyckat". OK!

2. Identiska och oberoende försök. OK!

3. $X$ = antal försök som behövs för första lyckade försöket. Inte OK!

$\Rightarrow X$ är inte geometriskt fördelad!

Alternativt: $X$ är binomialfördelad med $n = 128$ och $p = \frac{1}{1000}$

$\Rightarrow X$ är inte geometriskt fördelad.

# Uppgift 3.32

den 16 april 2021 13:30

En diskret slumpvariabel $X$ har momentgenererand funktion given av
$$m_X(t) = e^{2(e^t-1)}$$

a) Bestäm $E[X]$.

b) Bestäm $E[X^2]$.

c) Bestäm $\sigma_X^2$ och $\sigma_X$.

$$\boxed{\text{Def: } \quad m_X(t) = E(e^{tX})}$$

Lösning:

$$\boxed{\text{Th } 3.4.2 \quad \frac{d^k m_X(t)}{dt^k}\Big|_{t=0} = E(X^k)}$$

a) $$E(X) = \frac{d}{dt}\left(m_X(t)\right)\Big|_{t=0} = \frac{d}{dt}\left(e^{2(e^t-1)}\right)\Big|_{t=0} =$$
$$= \left(e^{2(e^t-1)} \cdot 2e^t\right)\Big|_{t=0} =$$
$$= e^0 \cdot 2e^0 = 2$$

b) $$E(X^2) = \frac{d^2}{dt^2}\left(m_X(t)\right)\Big|_{t=0} \overset{\text{från a)}}{=} \frac{d}{dt}\left(e^{2(e^t-1)} \cdot 2e^t\right)\Big|_{t=0} =$$
$$= 2\frac{d}{dt}\left(e^{2(e^t-1)+t}\right)\Big|_{t=0} = \left(2e^{2e^t+t-2} \cdot (2e^t+1)\right)\Big|_{t=0} =$$
$$= 2 \cdot 3 = 6$$

c) Sökt: $\sigma_X^2$, $\sigma_X$

Formeln $Var(X) = E(X^2) - E(X)^2 \rightsquigarrow \sigma_X^2 = Var(X) = 6 - 2^2 = 6 - 4 = 2$
$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{2}$$

# Uppgift 3.40



I ett elektronmikroskåp fås bilder av studerade föremål på ett katodstrålrör. Förr användes en kamera på 4x5 tum. Det tros att samma resultat kan fås med en kamera på 35mm. Den senare är snabbare och mer ekonomisk än kameran på 4x5 tum.

a) 15 föremål fotograferas med vardera kamera och en opartisk bedömare väljer den skarpaste bilden av varje föremål. Låt X vara antalet valda bilder tagna med den nya kameran. Om det inte är någon skillnad på bilderna och bedömaren således väljer ut bilder slumpmässigt, vad är då väntevärdet av X?

b) Skulle du bli förvånad om bedömaren valde 12 eller fler bilder tagna med den nya kameran? Använd sannolikhetsberäkningar för att svara.

c) Om $X \geq 12$, finns det då anledning att tro att bedömaren inte väljer ut bilder slumpmässigt?

Lösning:

a) Ingen skillnad $\Rightarrow$ P(välja bild tagen av nya kameran) = 0.5

Sökt: $E(X)$.

Antagande $\Rightarrow$ X är binomial med $n = 15$ och $p = 0.5$

$$\Rightarrow E(X) = n \cdot p = 15 \cdot 0.5 = 7.5$$

b) Sökt: $P(X \geq 12)$.

$$P(X \geq 12) = 1 - P(X < 12) = 1 - P(X \leq 11)$$

X är binomialfördelad med $n=15$ och $p=0.5$

$$\Rightarrow f(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$$

$$\Rightarrow P(X \geq 12) = 1 - \sum_{k=0}^{11} f(k) = 1 - \sum_{k=0}^{11} \binom{15}{k} p^k (1-p)^{15-k} =$$

se tabell för $P(X \leq 11) = F(11)$ för binomialfördelad variabel.

$$= 1 - 0.9824 = 0.0176$$

Ja, jag skulle bli förvånad om $X \geq 12$, men det är inte omöjligt

c) Om $X \geq 12$, antingen är de slumpmässigt utvalda eller så hände något som är osannolikt ($< 2\%$ sannolikhet)

Ja, mycket möjligt att de ej är slumpmässigt utvalda.

# Uppgift 3.48



En kastmaskin för basebollträning kastar i "Strike Zone" för en 180 cm lång spelare 90% av kasten. Vad är det förväntade antal kast tills att 4 bollar har missat "Strike Zone"? Vad är sannolikheten att den fjärde missen sker på sjunde kastet?

Lösning:

$X$ = totala antal kast tills 4 misslyckade (dvs ej i "Strike Zone")

Def. av neg. binomialfördelad variabel sid 70 $\Rightarrow$ $X$ är neg. binomial med $r=4$, $p=0.1$

$$\rightsquigarrow f(x) = \binom{x-1}{r-1}(1-p)^{x-r}p^r, \quad x = 4, 5, \ldots$$

Sökt: $E(X)$.

$$\boxed{\begin{array}{l} \text{Th. 3.6.1} \\ m_X(t) = \dfrac{(pe^t)^r}{(1-qe^t)^r}, \; q = 1-p \\ E(X) = \dfrac{r}{p} \\ Var(X) = \dfrac{rq}{p^2} \end{array}}$$

$$E(X) = \frac{r}{p} = \frac{4}{0.1} = 40$$

Sökt: $P(X=7)$

$$P(X=7) = \binom{7-1}{4-1}(1-0.1)^{7-4}\,0.1^4 = \binom{6}{3}\,0.9^3\,0.1^4$$

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6\cdot5\cdot4\cdot\cancel{3!}}{\cancel{3!}\;3!} = \frac{\cancel{6}\cdot5\cdot4}{\cancel{3\cdot2}} = 20$$

$$\Rightarrow P(X=7) = 0.001458 \approx 0.15\%$$

# Uppgift 3.54

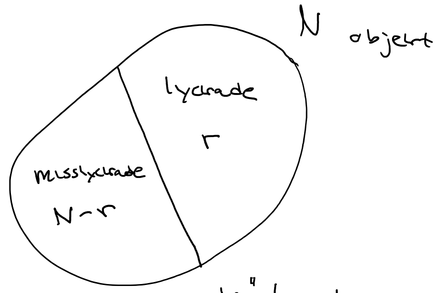
den 16 april 2020 13:31

Låt X vara hypergeometriskt fördelad med $N = 20$, $r = 17$ och $n = 5$.

a) Vad är möjliga värden för X?

b) Bestäm $E[X]$.

c) Bestäm $Var[X]$.




Välj ut n av dessa

**Lösning:**

$X$ = # valda objekt från "lyckade".

a)
$X \le \min(n, r)$ (se bild →)

$X \ge \max(0, n-(N-r))$ (se bild →)

$$\left.\begin{array}{l} \min(n, r) = \min(5, 17) = 5 \\ \max(0, 5-(20-17)) = \max(0, 2) = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 \le X \le 5 \text{ och } X \text{ är ett heltal.}$$

b) Sökt: $E(X)$

sid 74 $\Rightarrow$ $E(X) = n\left(\frac{r}{N}\right) = 5\frac{17}{20} = \cancel{5}\frac{17}{\cancel{5}\cdot 4} = \frac{17}{4}$

c) Sökt: $Var(X)$

sid 74 $\Rightarrow$ $Var(X) = n\left(\frac{r}{N}\right)\left(\frac{N-r}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right) \overset{\substack{n=5 \\ r=17 \\ N=20}}{=} \ldots = 0.503$

# Uppgift 3.62



Ett visst kärnkraftverk släpper ut mätbara mängder radioaktiva gaser två gånger i månaden, i genomsnitt.

a) Bestäm sannolikheten för högtst 4 sådana utsläpp på en månad.

b) Bestäm det förväntade antalet sådana utsläpp under 3 månader.

c) Om 12 eller fler utsläpp blir detekterade under 3 månader, bör vi då misstänka att det rapporterade genomsnittet är inkorrekt?

## Lösning:

a) $X$ = antal utsläpp på en månad

$\Rightarrow X \sim \text{Poisson}(k)$, $E(X) = k$

Antagande $\Rightarrow E(X) = 2 \Rightarrow k = 2$

Sökt: $P(X \leq 4)$

$X \sim \text{Poisson}(2) \Rightarrow f(x) = \dfrac{e^{-2} k^x}{x!}$, $x = 0, 1, \ldots$

$$\Rightarrow P(X \leq 4) = \sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-2} 2^x}{x!} = e^{-2}\left(1 + 2 + \underbrace{\frac{2^2}{2!}}_{\frac{4}{2}=2} + \underbrace{\frac{2^3}{3!}}_{\frac{8}{6}=\frac{4}{3}} + \underbrace{\frac{2^4}{4!}}_{\frac{16}{24}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}}\right) =$$

$$= e^{-2}\left(1 + 2 + 2 + \underbrace{\frac{4}{3} + \frac{2}{3}}_{\frac{6}{3}=2}\right)$$

$$= 7e^{-2} = 0.9473\ldots$$

$$\approx 0.95$$

b) $Y$ = antal utsläpp under 3 månader

$\Rightarrow Y \sim \text{Poisson}(k)$, $E(Y) = k$

Antagande $\Rightarrow E(Y) = 2 \cdot 3 = 6 \Rightarrow k = 6$

genomsnitt per månad; antal månader

$E(Y) = k = 6.$

c) Sökt: $P(Y \geq 12)$.

$P(Y \geq 12) = 1 - P(Y < 12) = 1 - P(Y \leq 11)$

$Y$ antar bara heltal

Två alternativ:

1) Beräkna $P(Y \leq 11) = \displaystyle\sum_{x=0}^{4} \frac{e^{-6} 6^x}{x!}$

2) Använd tabell: $(k = 6)$ $P(Y \leq 11) \approx 0.9799$

$$\Rightarrow P(Y \geq 12) \approx 1 - 0.9799 = 0.0201 \approx 2\%$$

Sannolikheten för 12 utsläpp under 3 månader, under antagandet att genomsnittet är korrekt, är ganska liten. Alltså finns det anledning att misstänka att det angivna genomsnittet är felaktigt.

# Uppgift 3.64



Kalifornien slås av ca 500 mätbara jordbävningar per år. De som är tillräckligt starka för att orsaka omfattande skador slår Kalifornien, i genomsnitt, en gång per år.

a) Bestäm sannolikheten att minst en jordbävning som orsakar omfattande skador slår till under en period av 6 månader.

b) Skulle det vara sannolikt att 3 eller fler jordbävningar som orsakar omfattande skador slår till under en period av 6 månader? Använd sannolikhetsberäkningar för att svara på frågan.

Lösning:

X = antal jordbävningar som orsakar omfattande skador under 6 månader

$\Rightarrow X \sim \text{Poisson}(k),\ E(X) = k$

Antagande $\Rightarrow E(X) = 0.5 \Rightarrow k = 0.5$.

a) Sökt: $P(X \geq 1)$

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) \overset{\text{X antar bara heltal}}{=} 1 - P(X = 0) = 1 - e^{-0.5}\frac{0.5^0}{0!} =$$

$$= 1 - e^{-0.5} = 0.393\ldots$$

b) Sökt: $P(X \geq 3)$

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X < 3) \overset{\text{X antar bara heltal}}{=} 1 - P(X \leq 2) =$$

$$= 1 - \sum_{x=0}^{2} \frac{e^{-0.5}\,0.5^x}{x!} = 1 - e^{-0.5}\left(1 + 0.5 + \underbrace{\frac{0.5^2}{2!}}_{0.125}\right) =$$

$$= 1 - 1.625e^{-0.5} \approx 0.014$$

Nej, det är ganska osannolikt att detta händer (1.4% sannolikhet)

# Uppgift 3.68

En Poisson slumpvariabel X är sådan att

$$P(X=0) = P(X=1)$$

Bestäm Poisson-parametern k.

<u>Lösning:</u>

$$X \sim \text{Poisson}(k) \Rightarrow f(x) = \frac{e^{-k} k^x}{x!}$$

$$P(X=0) = \frac{e^{-k} k^0}{0!} = e^{-k}$$

$$P(X=1) = \frac{e^{-k} k^1}{1!} = e^{-k} k$$

$$P(X=0) = P(X=1) \Rightarrow e^{-k} = e^{-k} k \Rightarrow \boxed{k=1}$$