Uppgift 8.2

Forskare har upptäckt att förmågan att se och läsa vägskyltar beror på ljusintensiteten i närheten av skylten. Följande data har uppmätts i närheten av 30 slumpmässigt valda vägskyltar (enhet candela / m^2)

10.9	1.7	9.5	2.9	9.1	3.2
9.1	7.4	13.3	13.1	6.6	13.7
1.5	6.3	7.4	9.9	13.6	17.3
3.6	4.9	13.1	7.8	10.3	10.3
9.6	5.7	2.6	15.1	2.9	16.2

a) Beräkna stickprovsvariansen för den angivna datan.

b) Antag att den underliggande slumpvariabeln är normalfördelad. Bestäm ett 90%-konfidensintervall för variansen σ^2.

c) Antag att den underliggande slumpvariabeln är normalfördelad. Bestäm ett 90%-konfidensintervall för standardavvikelsen σ.

d) En tumregel säger att det är 95% sannolikhet att en normalfördelad variabel är inom 2 standardavvikelser från dess medelvärde. Använd $\overline{X}$ och S för att skatta μ och σ. Skulle det vara ovanligt att ljusintensiteten runt en slumpmässigt vald skylt överstiger 18 candela/m^2? Förklara.

Lösning:

a) Sökt: S^2

Kom ihåg: Sats 6.3.1 ger att $S^2 = \dfrac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}{n(n-1)}$

Detta ger oss

$$S^2 = \frac{30\sum_{i=1}^{30} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{30} x_i\right)^2}{30 \cdot 29} \overset{\text{data}}{=} \frac{30 \cdot 2821.6 - 66844}{30 \cdot 29} \approx \boxed{20.5}$$

b) Sökt: 90%-KI för σ^2 under antagandet att data är normalfördelad.

Kom ihåg: Sats 8.1.1 ger att $X_1, \dots, X_n \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$

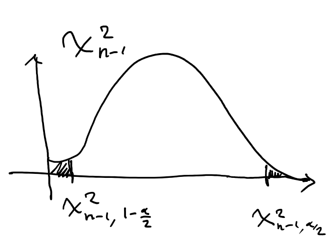
$\Rightarrow$ Sats 8.1.2 ger att $100(1-\alpha)\%$-KI för σ^2 ges av

$$P(L_1 \le \sigma^2 \le L_2) = 1 - \alpha$$

där

$$L_1 = \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}$$

$$L_2 = \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}$$



$n-1 = 29$

$\alpha = 0.1 \Rightarrow \alpha/2 = 0.05$

$1 - \alpha/2 = 0.95$

Tabell IV sida 696 ger

$\chi^2_{29,0.05} = 42.6$

$\chi^2_{29,0.95} = 17.7$

$\Rightarrow L_1 = \dfrac{29 \cdot S^2}{42.6} \approx 13.96$ ($S^2 \approx 20.5$)

$L_2 = \dfrac{29 \cdot S^2}{17.7} \approx 33.59$ ($S^2 \approx 20.5$)

$\therefore$ Vårt 90%-KI för σ^2 ges

$$\boxed{KI = [13.96, 33.59]}$$

c) Sökt: 90%-KI för σ under antagande att d...

c) Sökt: 90%-KI för σ under antagande att data är normalfördelad.

Från b) har vi att

$$P(L_1 \le \sigma^2 \le L_2) = 0.9$$

Vi vill hitta J_1 och J_2 sådant att

$$P(J_1 \le \sigma \le J_2) = 0.9$$

Så får

$$P(J_1 \le \sigma \le J_2) = P(J_1^2 \le \sigma^2 \le J_2^2)$$

Så om $J_1^2 = L_1$ och $J_2^2 = L_2$ då får vi

$$P(J_1^2 \le \sigma^2 \le J_2^2) = 0.9$$

$$\Rightarrow P(\sqrt{L_1} \le \sigma \le \sqrt{L_2}) = 0.9$$

$\therefore$ Vårt 90%-KI för σ ges av

$$\boxed{KI = [\sqrt{L_1}, \sqrt{L_2}] \approx [3.74, 5.80]}$$

d) Tumregeln säger att: Om $X \sim Normal(\mu, \sigma^2)$ då gäller

$$P(|X-\mu| \le 2\sigma) = 0.95$$

dvs, $X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]$ med sannolikhet 0.95. Så ett 95%-KI ges av

$$[\bar{X} - 2S, \bar{X} + 2S]$$

Data $\Rightarrow$ $\bar{X} \approx 8.62$, $S = \sqrt{S^2} \approx 4.52$

$$\Rightarrow \bar{X} \pm 2S = 8.62 \pm 2 \cdot 4.52$$

$\Rightarrow$ Vårt 95%-KI ges av

$$\boxed{KI = [-0.42, 17.66]}$$

Ja, 18 Candela/m^2 är ovanligt.

Uppgift 8.10

10 borrade hål har följande djup

2.0	1.7	2.6	1.5	1.4
2.1	3.0	2.5	1.8	1.4

a) Beräkna $\bar{X}$, S^2 och S för datan ovan.

b) Antag att den underliggande variabeln är normalfördelad. Bestäm ett 90%-konfidensintervall för medelvärdet μ.

Lösning:

a) Sökt: $\bar{X}, S^2, S$.

Data $\Rightarrow$ $\bar{X} = \sum_{i=1}^{10} x_i = 2$

$$S^2 = \frac{10 \cdot \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{10} x_i\right)^2}{10 \cdot 9} \approx 0.3022$$

Sats 6.3.1

$$S = \sqrt{S^2} \approx 0.550$$

b) Sökt: 90%-KI för μ under antagande antagande att data är normalfördelad.

Sats 8.2.1: $X_i \sim Normal(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \dfrac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$

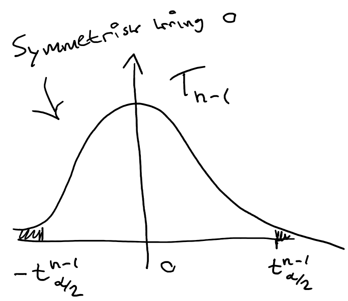
Sats 8.2.2: $X_i \sim Normal(\mu, \sigma^2) \Rightarrow 100(1-\alpha)\%$-KI för μ ges av

$$KI = \left[\bar{X} - t^{n-1}_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}},\ \bar{X} + t^{n-1}_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

I vårt fall

$\alpha = 0.1$

Tabell VI sida 699 $(n-1 = 9,\ \alpha = 0.1) \Rightarrow t^9_{0.05} = 1.833$



$$\Rightarrow \bar{X} \pm t^9_{0.05} \frac{S}{\sqrt{10}} \approx 2 \pm 0.32$$

$S \approx 0.55$

$\bar{X} = 2$

$\therefore$ Vårt 90%-KI för μ ges av

$$\boxed{KI = [1.68,\ 2.32]}$$

Uppgift 8.22

Medelvärdet för bakgrundsstrålning i USA har tidigare uppmätts till 0.3 rem/år. Det finns en oro att bakgrundsstrålningen har ökat som en konsekvens av användandet av radioaktiva material.

a) Formula passande noll- och alternativhypotes för att undersöka detta.

b) Förklara de praktiska konsekvenserna att ett typ 1-fel och av ett typ 2-fel.

Lösning:

a) Vi ansätter (μ_0 = tidigare medelvärde, μ = nytt medelvärde)

$$H_0: \mu \le \mu_0 = 0.3$$

$$H_1: \mu > \mu_0 = 0.3$$

b)

Teoretiskt / Empiri	H_0 sann	H_1 sann
H_0 sann	Korrekt	typ II-fel
H_1 sann	typ I-fel	Korrekt

typ I-fel: Vi tror att $\mu > \mu_0$ och inför någon åtgärd även fast det egentligen inte behövs.

typ II-fel: Vi tror att $\mu \le \mu_0$ och inför därför inte någon åtgärd även fast det behövs.

Uppgift 8.28

20% av RAM-minnen producerade av en viss firma går sönder under de första 1000 timmarna av användning. Med en ny produktionsmetod och striktare kontroller hoppas man på att denna siffra ska minska. För att undersöka detta görs ett stickprov på 20 RAM-minnen.

a) Formulera lämplig noll- och alternativhypotes.

b) Förklara konsekvenserna av ett typ 1-fel och av ett typ 2-fel.

c) Antag att nollhypotesen är sann. Beräkna förväntat antal RAM-minnen som går sönder under de första 1000 timmarna.

d) Låt

$X :=$ antal RAM-minnen som går sönder under de första 1000 timmarna.

Antag att vi förkastar H_0 om $X \leq 1$. Beräkna signifikansnivån α.

e) Antag att det är viktigt att vår undersökning kan skilja på $p=0.2$ och $p=0.1$. Beräkna sannolikheten att vår undersökning inte kan göra detta, dvs β för $p=0.1$. Bestäm styrkan hos undersökningen om $p=0.1$.

f) Resultatet från e) indikerar att undersökningen inte är stark nog för att skilja på $p=0.1$ och $p=0.2$. Kan vi öka styrkan på undersökningen då $p=0.1$ utan att ändra storleken på stickprovet ($n=20$ ändras ej)? Kommer detta resultera i ett för stort α? Om ja, kan vi hitta en design på vår undersökning sådant att både α och β är tillräckligt små?

Lösning:

a) $p :=$ sannolikheten att en slumpmässigt valt RAM-minne går sönder under de första 1000 timmarna av användning.

Vi ansätter

$$H_0: \ p \geq p_0 := 0.2$$
$$H_1: \ p < p_0 = 0.2$$

b) (Se uppgift 8.22)

typ I-fel: Vi tror att den nya metoden är bättre fast den inte är det, dvs vi implementerar den även fast den gamla är bättre.

typ II-fel: Vi implementerar inte den nya metoden även fast det skulle vara gynnsamt.

c) Antag att $p = p_0 = 0.2$, det kritiska värdet

Sökt: $E[X]$, $X :=$ antal RAM-minnen som går sönder under de första 1000 timmarna av användning.

Antagande $\Rightarrow X \sim \text{Binomial}(n=20, p=0.2)$

$$\Rightarrow E[X] = n \cdot p \underset{\substack{n=20 \\ p=0.2}}{=} 20 \cdot 0.2 = \boxed{4}$$

d) Sökt: α sådant att vi förkastar H_0 om $X \leq 1$.

$\alpha = P(\text{Vi förkastar } H_0 \mid H_0 \text{ är sann}) =$

$= P(X \leq 1 \mid p \geq 0.2) \leq P(X \leq 1 \mid p=0.2) =$

Kom ihåg att signifikansnivån α är sådant att:

$P(L_1 \leq p \leq L_2) = 1-\alpha$

... med att Signifikansnivån α är sådant att:

$$P(L_1 \le p \le L_2) = 1-\alpha$$

$$\alpha = P(\text{Vi förkastar } H_0 \mid H_0 \text{ är sann}) =$$

$$= P(X \le 1 \mid p \ge 0.2) \le P(X \le 1 \mid p = 0.2) =$$

Tabell I sida 691 ($n=20, p=0.2$)

$$= 0.0692$$

$\therefore \alpha \le 0.07$

e) Sökt: β och Styrkan hos testet, för $p=0.1$.

$$\beta \overset{\text{def.}}{=} P(\text{Förkastar inte } H_0 \mid H_0 \text{ inte sann}) \overset{\text{vårt fall}}{=} P(\text{Förkastar inte } H_0 \mid p=0.1) =$$

$$= P(X > 1 \mid p=0.1) = 1 - P(X \le 1 \mid p=0.1) =$$

Tabell I sid 691 ($n=20, p=0.1$)

$$= 1 - 0.3917 = \boxed{0.6083}$$

$$\text{Styrkan}(p) = P(H_0 \text{ förkastas} \mid H_0 \text{ inte sann}) = 1-\beta \overset{p=0.1}{=} 0.3917$$

f) Vill ha större värde på Styrkan(p) (fortfarande, $p=0.1$)
Vi kan prova att ändra på kravet $X \le 1$ till $X \le 2$, så att vi får fram nya värden på α, β, Styrkan(p). Vi får nu istället

$$\alpha \overset{\text{def}}{=} P(H_0 \text{ förkastas} \mid H_0 \text{ är sann}) = P(X \le 2 \mid p \ge 0.2) \le P(X \le 2 \mid p = 0.2) =$$

Tabell I

$$= 0.2061$$

Låg signifikansnivå α!

$$\beta = P(H_0 \text{ förkastas inte} \mid H_0 \text{ är inte sann}) = P(X > 2 \mid p=0.1) =$$

$$= 1 - P(X \le 2 \mid p=0.1) = 1 - 0.6769 = 0.3231$$

$$\text{Styrkan}(p=0.1) = 1-\beta = 0.6769$$

Se ovan

Nytt krav (dvs $X \le 2$) ger högre α, lägre β och högre Styrka.
Nej, vi måste öka n samtidigt som vi ändrar kravet $X \le 1$ för att samtidigt minska både α och β

Uppgift 8.40

Det finns en oro för att halten av en viss typ av metall i en flod har ökat de senaste åren. Antag att medelnivån under 1982 var 4.6 mg/l.

a) Formulera passande noll- och alternativhypotes för att undersöka om medelnivån har ökat.

b) Ett stickprov av storlek 28 ger $\overline{X} = 5.2$ och $s = 1.6$. Bestäm p-värdet och avgör huruvida vi ska förkasta H_0 eller inte.

c) Vilka praktiska slutsatser kan vi dra?

Lösning:

a) Vi ansätter

$$H_0: \mu \leq \mu_0 := 4.6$$

$$H_1: \mu > \mu_0 = 4.6$$

b) Sökt: p-värde för detta experiment.

För att bestämma p-värdet så antar vi att H_0 är sann. Vi kan anta att data är normalfördelad (CLT, n=28). Under H_0 så ger Sats 8.2.1 att $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$.
Låt $\mu = \mu_0 = 4.6$, det kritiska värdet.

Vi söker $p \in [0,1]$ sådant att

$$\boxed{\text{Sats 8.2.1 kräver normalfördelad data}}$$

$$P(\overline{X} \geq 5.2) = p$$

Vi känner fördelning för $\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$, så vi tar

$$P(\overline{X} \geq 5.2) = P\Big(\underbrace{\frac{\overline{X}-4.6}{1.6/\sqrt{28}}}_{=T_{27}} \geq \underbrace{\frac{5.2-4.6}{1.6/\sqrt{28}}}_{\approx 1.984}\Big) \approx P(T_{27} \geq 1.984) =$$

$$= 1 - P(T_{27} \leq 1.984)$$

$H_0: \mu \leq \mu_0 := 4.6$, varför är det OK att välja $\mu = \mu_0$ för att beräkna p-värdet? Kort svar: $\mu = \mu_0$ ger det största p-värdet av alla $\mu \leq \mu_0$.
Längre svar: Låt $\mu \leq \mu_0$ (dvs inte fixt $= \mu_0$)

$$\Rightarrow P(\overline{X} \geq \overset{\text{ändras ej}}{5.2}) = P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \geq \frac{5.2-\mu}{S/\sqrt{n}}\right) =$$

$$= P\left(T_{27} \geq \frac{5.2-\mu}{S/\sqrt{n}}\right) \leq P\Big(T_{27} \geq \overbrace{\frac{5.2-\mu_0}{S/\sqrt{n}}}^{\approx 1.984}\Big)$$

Tabell VI sida 699 ger

$$P(T_{27} \leq 1.703) = 0.95$$

$$P(T_{27} \leq 2.052) = 0.975$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1 - P(T_{27} \leq 1.703) = 0.05 \\ 1 - P(T_{27} \leq 2.052) = 0.025 \end{array}\right\} \Rightarrow P(\overline{X} \geq 5.2) \in [0.025, 0.05]$$

Om vi väljer $\alpha = 0.05$ så kan vi förkasta H_0.

c) Vi förkastar H_0 och vi drar slutsatsen att medelnivån har ökat.

Uppgift 8.48

Vi ombedes att designa en simhall. Ett designkrav är att det i genomsnitt ska ta högst 1.3 sekunder för en lågfrekvent ljudvåg att dö ut med en standardavvikelse på högst 0.6 sekunder. Från 30 datorsimuleringar fås $\bar{x} = 3.97$ och $s = 1.89$.

a) Testa hypoteserna

$$H_0: \mu = 1.3$$
$$H_1: \mu > 1.3$$

med signifikansnivå $\alpha = 0.01$.

b) Testa hypoteserna

$$H_0: \sigma = 0.6$$
$$H_1: \sigma > 0.6$$

med signifikansnivå $\alpha = 0.01$. Verkar det som att designkravet är uppfyllt?

Lösning:

a) Sökt: Avgör om H_0 bör förkastas eller inte.

Antag H_0 är sann. Sats 8.2.1 ger då att $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim T_{n-1}$

Då $n=30$ kan vi använda CLT för att rättfärdiga antagande om normalfördelad data

Sats 8.2.1 kräver normalfördelad data

Vi vill hitta t sådant att

$$P(T_{29} \geq t) = \alpha = 0.01$$

Tabell VI sida 699 ger (skriven för $P(T_{29} \leq t) = 1-\alpha = 0.99$)

$$P(T_{29} \geq 2.462) \approx 0.01$$

Experimentet gav att

$$\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} = \frac{3.97-1.3}{1.89/\sqrt{30}} \approx 7.737 > 2.462$$

dvs sannolikheten att vi skulle observera $\frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} = 7.737$ under H_0 är mindre är $\alpha = 0.01$. Vi förkastar H_0.

b) Sökt: Avgör om H_0 bör förkastas eller inte.

Antag att H_0 är sann. Sats 8.1.1 ger då att $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2_{n-1}$

Vi vill hitta t sådant att

Sats 8.1.1 kräver normalfördelad data

$$P(\chi^2_{29} \geq t) = \alpha = 0.01$$

Tabell IV sida 696 ger (skriven för $P(\chi^2_{29} \leq t) = 1-\alpha = 0.99$)

$$P(\chi^2_{29} \geq 49.6) = 0.01$$

Experimentet gav att

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{29 \cdot 1.89^2}{0.6^2} \approx 287.75 > 49.6$$

dvs sannolikheten att vi skulle observera $\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = 287.75$ under H_0 är mindre än $\alpha = 0.01$. Vi förkastar H_0. Det verkar som att inget av de två kraven är uppfyllda.

Uppgift 9.2

En studie av en viss apparat visade att 75 av 193 apparater var trasiga.

a) Beräkna en punktskattning för sannolikheten att en slumpmässigt vald apparat är trasig.

b) Beräkna ett 95%-konfidensintervall för p.

c) Hur stort måste stickprovet vara för att skatta p inom 0.03 med 95% konfidens?

Lösning:

a) $p :=$ sannolikheten att en slumpmässigt vald apparat är trasig.

Sida 313 : $\hat{p} = \frac{\text{antal trasiga}}{\text{antal testade}} = \frac{75}{193} = 0.39$

b) Sökt: 95% - KI för p, dvs L_1, L_2 sådant att $P(L_1 \leq p \leq L_2) = 0.95$

Vi introducerar

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{om i:te apparaten är trasig} \\ 0, & \text{annars} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{1}{193} \sum_{i=1}^{193} X_i = \frac{75}{193} = \hat{p}$$

$n = 193$, så CLT säger att $\bar{X} \overset{app.}{\sim} \text{Normal}(\mu, \sigma^2/n)$ där

$$\mu = E[X_i] = p$$

$$\sigma^2 = Var[X_i] = p(1-p)$$

$$\rightsquigarrow \frac{\hat{p} - p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \overset{app.}{\sim} \text{Normal}(0,1)$$

Detta ger i sin tur att (se sidorna 314 och 315)

$$KI = \left[\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n},\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n}\right]$$ (med $z_{\alpha/2}$ från standardnormal)

Tabell V sida 698 ($\alpha = 0.05 \Rightarrow \alpha/2 = 0.025 \Rightarrow 1-\alpha/2 = 0.975$)

$z_{\alpha/2} = 1.96$ (dvs $P(Z \leq 1.96) = 0.975$)

Vi sätter in värden

$$L_1 = \hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} \overset{\hat{p}=0.39,\ n=193}{\approx} 0.321$$

$$L_2 = \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} \approx 0.459$$

Vårt 95% - KI ges alltså av

$$KI = [0.321, 0.459]$$

c) Sökt: n sådant att $z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} \leq 0.03$

Vi beräknar

$$z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} \leq 0.03 \overset{\text{kvadrera}}{\Longleftrightarrow} z_{\alpha/2}^2 \cdot \hat{p}(1-\hat{p})/n \leq 0.03^2$$

$$\overset{\text{mult. med } n}{\Longleftrightarrow} 0.03^2 \cdot n \geq z_{\alpha/2}^2 \cdot \hat{p}(1-\hat{p})$$

divid. med ...

$\overset{\text{divid. med } 0.03^2}{\Longleftrightarrow} \quad n \geq \frac{z_{\alpha/2}^2 \hat{p}(1-\hat{p})}{0.03^2} \approx 1015.46$

$z_{\alpha/2} = 1.96$

$\hat{p} = 0.39$

Vi behöver alltså $n \geq 1016$ (eftersom n måste vara ett heltal)

Uppgift 9.10

En undersökning visade att en majoritet av investeringsanalytiker tror att det största problemet med solenergi är fallande elpriser. En ny undersökning görs för att undersöka om detta fortfarande är fallet. Låt

$p :=$ andelen i den nya undersökningen som tror att detta är fallet.

a) Formulera passande noll- och alternativhypotes.

b) Utfallet av den nya undersökningen blev att 59 av 100 svarade att de instämmer med påståendet. Är detta tillräckligt för att förkasta H_0?

c) Förklara resultatet inom ramen för problemformuleringen.

Lösning:

a) Vi ansätter

$$H_0: \quad p = p_0 := 0.5$$
$$H_1: \quad p > p_0 = 0.5$$

b) Sökt: Bör vi förkasta H_0?

Som i uppgift 9.2: CLT $(n=100)$ ger att $\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{p(1-p)/n}} \overset{app.}{\sim} \text{Normal}(0,1)$ där

$$\hat{p} = \frac{\text{antal som instämmer}}{\text{antal tillfrågade}}$$

Antag H_0 är sann, dvs $p = p_0 = 0.5$ och därigenom $\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \overset{app.}{\sim} \text{Normal}(0,1)$.

p-värde? Från experimentet beräknar vi

$$\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \overset{\hat{p}=59/100,\ p_0=0.5}{=} 1.8$$

Sannolikheten att vi observerar $\frac{\hat{p}-p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} = 1.8$ eller högre? Dvs ($Z \sim \text{Normal}(0,1)$)

$$P(Z \geq 1.8) = 1 - P(Z \leq 1.8) \underset{\text{Tabell V Sida 698}}{=} 1 - 0.9641 = 0.0359$$

dvs, sannolikheten att vi observerar 1.8 eller högre är 0.0359 under H_0

$\therefore$ Om vi, t.ex., väljer $\alpha = 0.05$ så bör vi förkasta H_0

c) Vi bör förkasta H_0, dvs en majoritet tror fortfarande att fallande elpriser är det största problemet för solel.