

LMA212 del B
Exempel på tentamensuppgifter
(tentamen del B omfattar 25 poäng)

1. Låt M vara en 3×3 -matris med kolonner $\bar{a}$, $\bar{b}$ och $\bar{c}$ sådana att $3\bar{a} - 5\bar{b} = 2\bar{c}$
Bestäm $\det M$ **(4p)**

2. Använd minsta kvadratmetoden för att anpassa punkterna $(-6,-1)$, $(-2,2)$, $(1,1)$ och $(7,6)$ till en rät linje. **(5p)**

3. Bestäm för vilka värden på konstanten s systemet $\begin{cases} 2sx + y = 1 \\ 3sx + 6sy = 2 \end{cases}$ har en entydig lösning. Använd Cramers regel för att bestämma lösningen i sådana fall. **(4p)**

4. Bestäm inversen till $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -3 & 1 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$ **(3p)**

5. Låt A vara en kvadratisk matris med egenskapen $A^2 = 0$.
Bestäm talen x och y så att $(A - I)^{-1} = xA + yI$ **(4p)**

6. Bestäm matrisen X så att $(AX)^t + 2A = B$
om $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$ **(5p)**

7. Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ 7 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 8 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ **(2p)**

8. Låt $M = \begin{pmatrix} a & a & -1 \\ 1 & 0 & a-1 \\ a & 0 & 2 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} a \\ 2 \\ a \end{pmatrix}$.
Bestäm, för varje värde på konstanten a , antalet lösningar till systemet $Mx = b$. **(6p)**

9. Antag att vektorerna v_1, v_2, v_3, v_4 är linjärt oberoende.
Vet vi säkert att v_1, v_2, v_3 är linjärt oberoende? **(4p)**

10. För vilka värden på konstanten a är vektorerna $(0,1,a)$,
 $(1,2,a+3)$ och $(4,-1,0)$ linjärt beroende? **(3p)**

11. Ett plan genom origo innehåller vektorerna $(1,2,4)$ och
 $(-2,1,3)$. Bestäm det villkor som gör att även vektorn (x,y,z)
ligger i planet.
Bestäm med hjälp av detta planets ekvation. **(4p)**

12. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x & -3z & = & 8 \\ 2x & +2y & +9z & = & 7 \\ & y & +5z & = & -2 \end{cases}$$

Använd lösningen för att skriva vektorn $(8,7,2)$ som en
linjärkombination av vektorerna $(1,2,0)$, $(0,2,1)$ och $(-3,9,5)$ **(3p)**

13. Låt A och B vara två 4×4 -matriser.

a. Antag att de två första kolonnerna i B är lika.
Vad kan man säga om kolonnerna i AB ? **(2p)**

b. Antag i stället att den sista kolonnen i AB består av
enbart nollor, men att ingen kolonn i B består av enbart
nollor. Vad kan man säga om kolonnerna i A ? **(4p)**