

Måndag 3 januari 2022 kl 14.00 – 16.00

Examinator: Johan Berglind, tel 031 772 3525 (0705 – 234 324)

Tillåtna hjälpmedel: inga

Ange tentamenskod på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 10 – 14 poäng ger betyg 3, 15 – 19 poäng betyg 4, 20 – 25 poäng betyg 5.

Bonuspoäng för Matlab, lp1 2021, räknas in.

Ge korta men tydliga motiveringar till varje lösning.

1. Bestäm alla värden på konstanten a som gör att

$$\text{determinanten } \begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 0 & 0 \\ -3 & -2 & a+1 & 0 \\ 1 & 5 & 4 & 3a-1 \end{vmatrix} \text{ blir } = 0 \quad (3p)$$

2. Visa att systemet $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ x + 3y = 2 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$ saknar lösning.

Bestäm en approximativ lösning till systemet genom att använda minsta kvadratmetoden.

(5p)

3. Låt $M = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$

- a. Lös systemet $Mx = b$ genom att bestämma inversen till M .

(3p)

- b. Använd resultatet i a. till att skriva vektorn b som en linjärkombination av vektorerna $(2, 1, 1)$, $(1, -1, -1)$ och $(-2, -1, 1)$

(2p)

4. Ange ett villkor på talen x , y och z så att vektorerna $(2, 5, 1)$, $(3, -2, 1)$ och (x, y, z) är linjärt beroende.

Använd detta villkor för att bestämma en ekvation för det plan genom origo som innehåller vektorerna $(2, 5, 1)$ och $(3, -2, 1)$.

(4p)

5. Låt t vara en konstant, $A = \begin{pmatrix} \cos t & -\sin t \\ \sin t & \cos t \end{pmatrix}$ och $b = \begin{pmatrix} \sin t \\ \cos t \end{pmatrix}$

Bestäm alla de t som gör A inverterbar och lös sedan systemet $Ax = b$ med hjälp av Cramers regel.

(3p)

6. Låt $M = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix}$ och antag

att $a_1 + b_1 + c_1 = a_2 + b_2 + c_2 = a_3 + b_3 + c_3 = 0$.

Bestäm inversen till M eller visa att inversen inte existerar.

(5p)