

Svar till TENTAMEN I ALGEBRA LMA212 del A

Lördag 8 januari 2022 kl 8.30 – 10.30

1.

a. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(1,1,0)$, $(1,3,1)$ samt $(0,2,2)$. **(3p)**

b. Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkterna $(-1,1,2)$ och $(0,1,3)$ **(1p)**

c. Bestäm skärningen mellan planet och linjen. **(2p)**

Svar: a) $3x - y + 2z = 2$

b) $(x,y,z) = (t, 1, t+3)$

c) $\left(-\frac{3}{5}, 1, \frac{12}{5}\right)$

2. Ekvationen $2x^4 + x^3 + 16x^2 + 9x - 18 = 0$ har en rent imaginär rot. Lös ekvationen fullständigt. **(5p)**

Svar: genom att sätta $x = ai$ får vi $a^3 - 9a = 0$ för imaginärdelen. En polynomdivision ger lösningarna $x = \pm 3i$, $x = \frac{\pm\sqrt{17}-1}{4}$

3. Finns det värden på konstanterna a , b och c sådana att

systemet $\begin{cases} x + 2y = a \\ 2x + 4y = b \\ 3x + 6y = c \end{cases}$ har oändligt många lösningar? **(2p)**

Svar: ja, till exempel $(a,b,c) = (1, 2, 3)$

4. Använd kvoten $\frac{2+i}{3+i}$ för att skriva uttrycket $\arctan \frac{1}{2} - \arctan \frac{1}{3}$ som en enda $\arctan$ -term. **(3p)**

Svar: eftersom $\frac{2+i}{3+i} = \frac{7+i}{10}$ är $\arctan \frac{1}{2} - \arctan \frac{1}{3} = \arctan \frac{1}{7}$

5. Projicera och spegla punkten $(1, -2, 0)$ på linjen $\begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = -2t \end{cases}$

Bestäm också avståndet mellan punkten och linjen.

(5p)

Svar: projektion i $\frac{(-1, -2, 2)}{3}$ och spegling i $\frac{(-5, 2, 4)}{3}$

Avståndet = 2

6. Låt $\vec{a}$ vara vektorn (x_1, x_2, x_3) och $\vec{b} = (2x_1, 2x_2, 2x_3)$. Finns det en vektor $\vec{v}$ sådan att $\vec{a} \times \vec{v} = \vec{b}$?

(4p)

Svar: nej, eftersom $\vec{a} \times \vec{v}$ bildar rät vinkel mot $\vec{a}$.

Vi förutsätter att $\vec{a} \neq 0$