

Komplex analys, MVE025/MVE295

2022 01 05, 14.00-18.00

Hjälpmedel: Formelblad som delas ut av tentamensvakterna

Kursansvarig: David Witt Nyström, 0767794288

Om kursansvarig ej kan nås, ring: Elizabeth Wulcan, 0317725347

Betygsgränser: 0-19.5 (U), 20-29.5 (3), 30-39.5 (4), 40-50 (5)

1. Låt $(a_k)_{k=0}^{\infty}$ vara följderna som löser differensekvationen

$$a_{k+1} + a_k = b_{k+1} - b_k,$$

där $a_0 = 0$, och $(b_k)_{k=0}^{\infty}$ är en given begränsad följd s.a. $b_0 = 0$.

- (a) Hitta följderna $(c_k)_{k=0}^{\infty}$ och $(d_k)_{k=0}^{\infty}$ sådana att

$$Z((a_k)_{k=0}^{\infty}) = Z((b_k)_{k=0}^{\infty})Z((c_k)_{k=0}^{\infty}) + Z((d_k)_{k=0}^{\infty}),$$

där Z betecknar Z -transformen. Ge endast svar.

(4p)

- (b) Bestäm följderna $(a_k)_{k=0}^{\infty}$. Ge endast svar.

(2p)

- (c) Om $b_k := k(-1)^k$, vad blir a_{100} ? Ge endast svar.

(2p)

2. Beräkna med hjälp av residykalkyl Fouriertransformen av

$$f(x) := \frac{x}{x^4 + 16}.$$

(8p)

3. Använd metoder från kursen för att hitta antalet nollställen till polynomet

$$p(z) := z^3 - 5iz^2 + 2$$

i området

$$A := \{z : (\operatorname{Re}(z))^2/5 + (\operatorname{Im}(z))^2/7 < 1\}.$$

(8p)

4. Hitta en bijektiv och konform avbildning från $A := \{z : -1 < \operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) < 1\}$ till $B := \{z : |z| < 1\}$.
(8p)
5. Formulera och bevisa Liouvilles sats.
(6p)
6. Formulera och bevisa den del av klassifikationen av isolerade singulariteter som handlar om hävbara singulariteter.
(6p)
7. Bestäm alla Möbiusavbildningar M sådana att $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ avbildas på $i\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ medan $i\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ avbildas på $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$.
(6p)

Lycka till!
David