

SEMINARIUM 1

Problem 1:

Det ligger tio kort på ett bord som har en färg på ena sidan och ett tal på andra sidan. Din skyddsängel viskar till dig att alla kort med udda tal är gröna, men du ser bara en sida på varje kort. Du ser

röd, 2, röd, silver, 5, 3, 6, grön, 7, 8

Översätt skyddsängeln påstående till predikatlogik. Vilka kort måste du vända på för att bevisa eller motbevisa påståendet?

Problem 2:

Låt $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vara en funktion. Hur ser man på grafen av f om f är

- (1) injektiv?
- (2) surjektiv?
- (3) bijektiv?

Antag att f är bijektiv. Hur ritas man grafen till inversen f^{-1} ?

Problem 3:

Låt $A = \{1, 2, 3\}$. Kom ihåg de fyra egenskaperna reflexiv, symmetrisk, antisymmetrisk och transitiv. Finns det en relation på A som är

- *reflexiv* men inte de tre andra?
- *symmetrisk* men inte de tre andra?
- *antisymmetrisk* men inte de tre andra?
- *transitiv* men inte de tre andra?

Visualisera gärna en relation som en riktad graf.

Problem 4:

Låt universum vara $\mathbb{R}$. Är utsagan $\forall x \exists y \forall z : x + y + z > 0$ sann?

På seminariet gjorde vi inte Problem 4. En lösning finns på nästa sida.

Lösning på Problem 4:

Utsagan är falsk. Med ord säger den att "Oavsett vad x är finns ett y så att oavsett vad z är så är $x + y + z > 0$, vilket inte stämmer.

Ett mer noggrant sätt att se det är att titta på negationen, som är

$$\exists x \forall y \exists z : x + y + z \leq 0.$$

Den är sann — vi kan t.ex. välja $x = 0$, och, givet ett y , kan vi välja $z = -y$, då får vi

$$x + y + z = 0 + y + (-y) = 0 \leq 0$$

Observera att vi får välja z sist, efter att y är givet, eftersom $\exists z$ står efter $\forall y$ i uttrycket.