

Seminarium 2 Problem 3 - 2021

Anteckning... Lösningar omtentamen TMV200

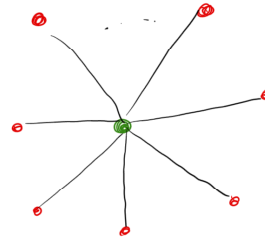
Skapad: 2021-11-25 11:40

Ändrad: 2021-11-25 12:01

Författare: hchristian.johansson@gmail.com

Problem 3, del b)

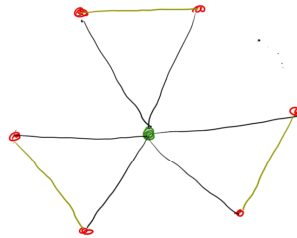
Har grafen $K_{1,n}$:



För att det skall
finnas en Eulercykel
behöver alla gräddtal
vara jämna.

Lösning:

① n jämn:



Gula
kanter
är de
nya.

Lägger till $n/2$ kanter så som bilden visar.
Då har de röda noderna gräddtal 2 och den
gröna har gräddtal n , så det finns en Eulercykel.

Varför är det minsta antalet vi kan lägga till?

De röda noderna har gräddtal 1 till $K_{1,n}$,
och gräddtalet behöver öka till minst 2 för att
vi skall kunna ha Eulercykel.

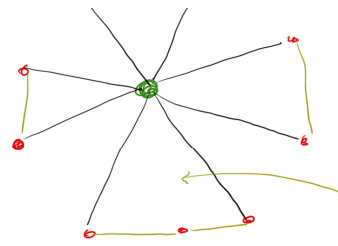
Alltså skall summan av gräddtalen för de röda
noderna öka med minst n , så vi måste lägga
till minst $n/2$ kanter.

② n udda:



En lösning
där vi
lägger till

Vi kan inte lägga till fler kanter i den gröna noden, så vi måste istället ta bort minst en kant för att göra gradtalet jämnt.



inslag
 $\frac{n+1}{2}$ kanter
 och tar
 bort en.

borttagen
 kant

Så vi tar bort en kant. Efter det har vi $n-1$ röda noder med gradtal 1 och en röd nod med gradtal 0, så vi behöver höja summan av gradtalen hos de röda noderna med minst $n-1+2 = n+1$, så vi behöver lägga till minst $\frac{n+1}{2}$ kanter.