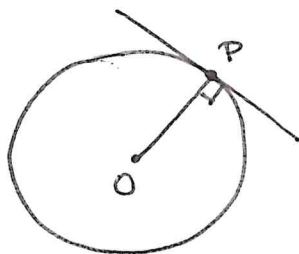


MVE365, Problemlösning, vt 2022, Lektion 7.4

Ex. Konstr. tangenten till en given cirkel $k(O, r)$ (O och r kända) genom en given punkt P

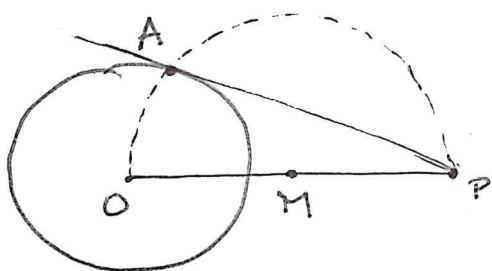
(a) på (b) utanför cirkeln.

Lös.: (a)



Drag OP . Konstr. normalen till OP genom P .

(b)



Drag OP . Ta fram mittpunkten M på OP . Drag cirkeln $k(M, |OM|)$. Låt A vara en av skärningspunkterna

mellan de två cirkelarna. Då är linjen AP en tangent till $k(O, r)$, ty $\angle OAP = \text{rät}$ enligt medelpunkts $\angle$ satsen.

PPG41 Givet är fyra sträckor med längderna a, b, c, d .

Konstr. en sträcka med längden x där:

(a) $x = a + b$

(b) $x = a - b$ ($a > b$)

(c) $x = \frac{ab}{c}$

(d) $x = \sqrt{ab}$

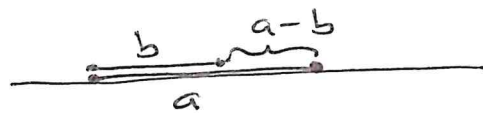
(e) $x = \sqrt{a^2 + b^2}$

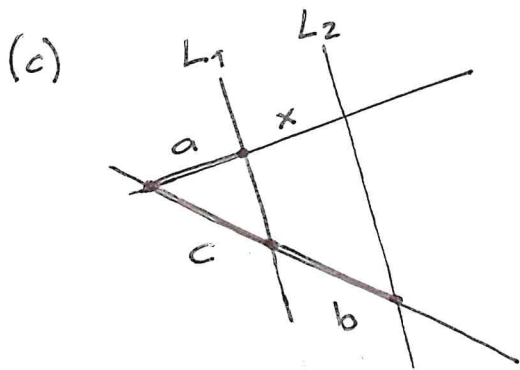
(f) $x = \sqrt{a^2 - b^2}$ ($a > b$)

(g) $x = \sqrt{ab - cd}$ ($ad > cd$)

(h) $x = 2^{1/4} a$.

Lösning: (a) 

(b) 

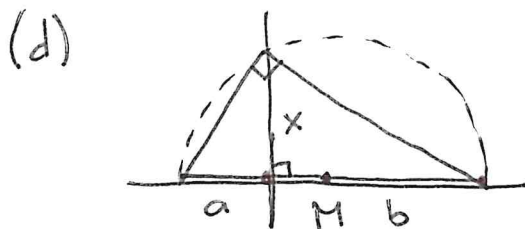


a, b, c som i figuren.

Drag L_1 och $L_2 \parallel L_1$ genom b .

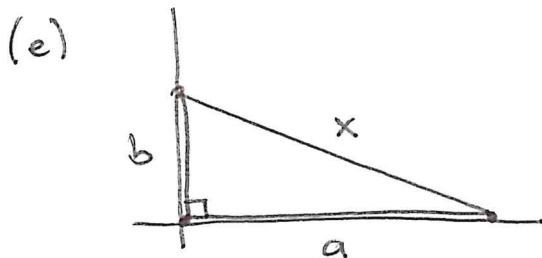
Transversalsatsen:

$$\frac{a}{x} = \frac{c}{b} \iff x = \frac{ab}{c}$$

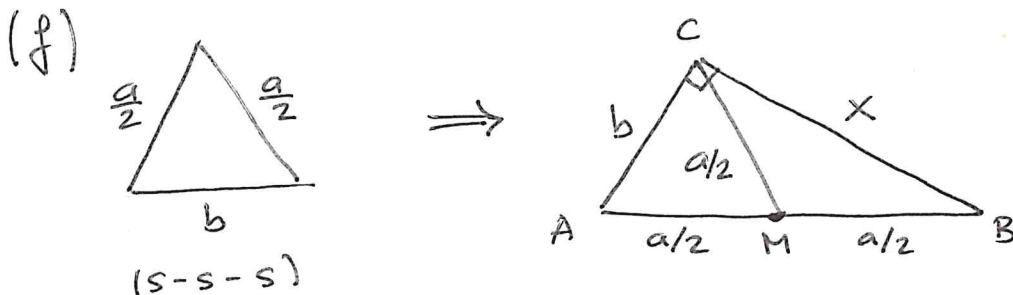


$$\frac{a}{x} = \frac{x}{b} \iff x^2 = ab$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{ab}$$



$$\text{Pyth. sats: } x = \sqrt{a^2 + b^2}$$



$$|AM| = |BM| = |CM| \iff \angle C = \text{rät} \xrightarrow{\text{Pyth. sats}} x = \sqrt{a^2 - b^2}$$

(g) Konstr. $y = \sqrt{ab}$ och $z = \sqrt{cd}$ via (d)

Konstr. nu $x = \sqrt{y^2 - z^2} = \sqrt{ab - cd}$ via (f)

(h) Konstr. $y = \sqrt{2} \cdot a$ via Pyth. sats (e) med $a = b$. Konstr.

nu $\sqrt{a \cdot y} = \sqrt{a \cdot \sqrt{2} \cdot a} = 2^{1/4} \cdot a$ via (d)