

MVE365 Problemlösning och lärande

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39 p, 5: 40-50 p

I uppgift 1-3 får trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal ej användas.

1. I triangeln ABC är $|AB| = 3$, $|BC| = 5$. Tangenten i A till triangelns omskrivna cirkel skär förlängningen av BC i P . Antag att $|AP| = 6$.

(a) Bestäm $|BP|$. (3 p)

(b) Bestäm $|AC|$. (3 p)

2. Konstruera en triangel, givet sträckorna c och $a-b$, och vinkeln β , (där $|AB| = c$, $|BC| = a$, $|AC| = b$ och $\angle ABC = \beta$). (6 p)

3. (a) Formulera och bevisa kordasatsen. (6 p)

(b) Från grundskolan vet vi att arean av en triangel är basen gånger höjden delat på två. Skriv upp alla andra formler du kan från kursen som ger arean av en triangel. (6 p)

4. Läs igenom uppgiften och dess lösning och svara på de frågor som ställs längre ner:

Uppgift: I triangeln ABC är $|AB| = 4$, $|BC| = 5$, och $|AC| = 3$. Beräkna längden av höjden från A mot $|BC|$.

Lösning: Antag att höjden träffar sidan BC i D . Låt $|BD| = x$. Då gäller att:

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{4} \iff x = \frac{16}{5}.$$

Pythagoras sats ger den eftersökta längden:

$$|AD| = \sqrt{4^2 + \left(\frac{16}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{16 \cdot 41}{25}} = \frac{4\sqrt{41}}{5} \text{ l.e.}$$

(a) Lösningen ovan är korrekt men redovisar inte alla steg. Förutom Pythagoras sats är två andra satser från kursen centrala i lösningen. Vilka? (3 p)

(b) Antag att du ska coacha en klasskamrat som ska försöka lösa detta problem. Nämn några frågor som du skulle kunna ha i beredskap, för att hen ska inse att satserna i (a) är centrala. (3 p)

Var god vänd!

5. (a) Python-funktionen `fjant` har följande utseende:

```
def fjant(n):
    if n==1 or n==0:
        return 1
    else:
        return n*fjant(n-1)
```

Vad är den matematiska tolkningen av denna funktion? (2 p)

- (b) Funktionen `fjant` från (a) används i funktionen `kass` som har följande utseende:

```
def kass(n):
    r=[]
    for i in range(3,n):
        t=str(i)
        s=0
        for j in range(0,len(t)):
            s=s+int(fjant(int(t[j])))
        if t==str(s):
            r.append(int(t))
    return r
```

Funktionen är skriven för att bestämma alla positiva heltal mellan 3 och n med en speciell egenskap, vilken? (4 p)

- (b) Vad är ett lämpligt, inte alltför stort, värde på n , för vilket vi kan vara säkra på att funktionen i (a) returnerar samtliga existerande tal med den eftersökta egenskapen? Motivering krävs! (Ledning: `fjant(9)=362880`) (3 p)

6. *Euklides algoritm* är en algoritm för att bestämma den största gemensamma delaren, $SGD(a,b)$, till två givna heltal a och b . Algoritmen består av följande steg:

1. Givet a och b , avgör vilket av dem som är störst. Antag att $a > b$.
2. Om $b = 0$ är algoritmen klar och svaret är a .
3. Om $b \neq 0$ beräkna r , resten då a delas med b .
4. Låt $a = b$, $b = r$ och börja om från steg 2.

- (a) Beräkna $SGD(210, 444)$ för hand med hjälp av Euklides algoritm. (2 p)

- (b) Skriv en Python-funktion, `SGD(a,b)`, som tar in två positiva heltal a och b , och returnerar deras största gemensamma delare. (4 p)

- (c) Den minsta gemensamma multipeln, $MGM(a,b)$ av två heltal a och b kan beräknas med formeln:

$$MGM(a,b) = \frac{a \cdot b}{SGD(a,b)}.$$

Skriv ett Python-program som först ber användaren om två positiva heltal (ett i taget går bra), därefter frågar användaren om hen vill veta talens SGD eller MGM , och sedan skriver ut det som efterfrågats. (2 p)

(Det går bra att använda funktionen i (b) även om man inte har lyckats lösa uppgiften.)

7. Ge tre exempel på satser eller problem som har behandlats i kursen, i vilka vi har använt problemlösningstrategin *titta på enklare specialfall*. (3 p)