

MVE365 Problemlösning och lärande

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-29 p, 4: 30-39 p, 5: 40-50 p

I uppgift 1-3 får trigonometri, vektorer, koordinatgeometri och komplexa tal ej användas.

1. (a) En romb har omkretsen 100 cm och dess ena diagonal har längden 30 cm. Bestäm den andra diagonalens längd. (2 p)
(b) I triangeln ABC är $|AB| = |AC| = 6$ och $|BC| = 3$. Bestäm längden av bisektrisen från hörnet B . (4 p)
2. Konstruera en triangel där två sidor och medianen från hörnet mellan dem är givna. (6 p)
3. (a) Formulera och bevisa medelpunktsvinkelsatsen. (6 p)
(b) Formulera och bevisa bisektrissatsen. (6 p)

4. Läs igenom uppgiften och dess lösning och svara på de frågor som ställs längre ner:

Uppgift: I triangeln ABC är vinkeln C rät, $|BC| = 6$ cm och den inskrivna cirkelns radie 2 cm. Låt D vara mittpunkten på sträckan AB . Beräkna $|DC|$ om vi vet att triangelns omkrets är 24 cm.

Lösning: Vi har att $p = 24/2 = 12$ cm, från vilket följer att:

$$\frac{|AC| \cdot 6}{2} = p \cdot 2 \iff |AC| = 8 \text{ cm.}$$

Pythagoras sats ger nu:

$$|AB| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ cm.}$$

Alltså har vi att:

$$|CD| = \frac{|AB|}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm.}$$

- (a) Lösningen ovan är korrekt men redovisar inte alla steg. Förutom Pythagoras sats är två andra satser från kursen centrala i lösningen. Vilka? (3 p)
- (b) Antag att du ska coacha en klasskamrat som ska försöka lösa detta problem. Nämn några frågor som du skulle kunna ha i beredskap, för att hen ska inse att satserna i (a) är centrala. (3 p)

Var god vänd!

5. (a) Python-funktionen `skum` har följande utseende:

```
def skum(n):
    s=str(n)
    t=""
    for i in range(0,len(s)):
        t=t+s[len(s)-i-1]
    if s==t:
        return 0
    else:
        return int(t)
```

Vad gör denna funktion? Beskriv! (3 p)

- (b) Funktionen `skum` från (a) används i funktionen `skummare` som har följande utseende:

```
def skummare(n,m):
    if skum(n)==0:
        return m
    else:
        return skummare(n+skum(n),m+1)
```

Vad gör denna funktion? Beskriv! Vad blir `skummare(349,0)`? (4 p)

6. Ett naturligt tal sägs vara *perfekt* om summan av dess äkta delare är lika med talet självt. T.ex. så har talet 6 de äkta delarna 1, 2 och 3, och då $1 + 2 + 3 = 6$ innebär detta att talet 6 är ett perfekt tal.

Ett naturligt tal n sägs vara *ymnigt* om summan av dess äkta delare är större än n , och *defekt* om summan är mindre än n .

- (a) Visa att 28 är ett perfekt tal. Vilket är det minsta ymniga talet? (2 p)
- (b) Skriv en Python-funktion, `aktaDelare(n)`, som tar in ett naturligt tal n , och returnerar en lista med alla talets äkta delare. (3 p)
- (c) Skriv ett Python-program som ber användaren om ett naturligt tal och sedan, genom att använda funktionen i (b), skriver ut om talet är perfekt, ymnig eller defekt. (3 p)
- (Det går bra att använda funktionen från (b) även om man inte har lyckats lösa denna uppgift.)

7. Vilken eller vilka problemlösningstrategier används vanligtvis vid (den fullständiga) lösningen av konstruktionsuppgifter? (5 p)

Lycka till!
/Hossein