

MVE270 Analys i flera variabler

Svar till två extra uppgifter om kedjeregeln.

1. Lös differentialekvationen $2f'_x + f'_y = 0$ genom att byta

$$\begin{cases} u = x - ky \\ v = x + ky \end{cases} \text{ och sedan välja ett lämpligt värde på konstanten } k.$$

Svar: genom att välja $k = 2$ eller $k = -2$ får vi

lösningen $f(x, y) = h(x - 2y)$ där h är en deriverbar funktion av en variabel.

2. Lös differentialekvationen $yf'_x - xf'_y = xy(x^2 + y^2)$ genom att

$$\text{göra variabelbytet } \begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = x^2 - y^2 \end{cases}$$

(Här är $x > 0, y > 0$)

Svar: med hjälp av kedjeregeln får man ekvationen

$$4xyf'_v = xy(x^2 + y^2), \text{ dvs } f'_v = \frac{u}{4} \text{ med lösning } f = \frac{uv}{4} + h(u)$$

Alltså $f(x, y) = \frac{1}{4}(x^4 - y^4) + h(x^2 + y^2)$ där h deriverbar i en variabel.