

## TENTAMEN I FLERVARIABELANALYS FÖR I2 MVE270

Lördag 12 mars 2022 kl 8.30 – 12.30

Examinator: Johan Berglind tel 031 – 772 3525 (eller 0705 234 324)

Tillåtna hjälpmedel: endast medföljande formelblad

Skriv namn på samtliga inlämnade papper.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyg 3, 30 – 39 poäng ger betyg 4, 40 poäng eller mer ger betyg 5

Bonuspoäng för duggor i Möbius, lp3 2022, räknas in.

- Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan  $x^2z + y \sin(\pi z) + y^2x = 3$  i punkten  $(x, y, z) = (1, -1, 2)$  **(3p)**
- Beräkna dubbelintegralen  $\iint_D \frac{dxdy}{1+y^4}$  där  $D$  är området som beskrivs av olikheterna  $\begin{cases} \sqrt[3]{x} < y < 2 \\ 0 < x < 8 \end{cases}$  **(4p)**
- Lös den partiella differentialekvationen  $2\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = 0$  genom att införa nya variabler  $\begin{cases} u = x - ky \\ v = x + ky \end{cases}$  och välj  $k$  på lämpligt sätt. **(3p)**
- Beräkna kurvintegralen  $\int_C \frac{1}{y} dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) dy - \frac{y}{z^2} dz$  där  $C$  är en kurva med parametriseringen:  $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + \sin(\pi t) \\ z = 2 - \cos(\pi t) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{1}{2}$  **(5p)**
- Dante befinner sig i punkten  $(2, 1)$  i  $(x, y)$ -planet där temperaturen i en punkt  $(x, y)$  är  $T(x, y) = x^2y^3$ . Dante kan bara röra sig längs linjen  $3x + 4y = 10$ .  
I vilken riktning på den linjen skall Dante röra sig för att temperaturen skall öka?  
Ange riktningsderivatan i denna riktning. **(3p)**

6. Bestäm, om sådana existerar, största och minsta värde av funktionen  $f(x, y) = x + y$  på den del av kurvan  $x^2 + xy + y^2 = 3$  där  $x \geq 0$  **(5p)**
7. Beräkna dubbelintegralen  $\iint_D e^{2x+y} \cos(3y - x) dx dy$   
Området  $D$  är ett parallelogram med hörn i punkterna  $(-1, 2)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(2, 3)$  samt  $(3, 1)$ . **(6p)**
8. Skissera kurvan  $(x, y) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .  
Beräkna arean av området mellan kurvan och x-axeln. **(6p)**
9. Beräkna flödet av fältet  $F = (xz + y^3, \sin(x^2) + z^3, 1 + z^2)$  ner genom halvsfären  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $z \geq 0$  **(7p)**
10. Låt  $f(x, y) = (y + x^2 - 1)e^{x-y}$  och  $D$  området  $y \geq |x|$
- a. Bestäm alla stationära punkter till  $f(x, y)$  i  $D$ .  
(det är inte nödvändigt att bestämma karaktären) **(2p)**
- b. Avgör om  $f(x, y)$  har något största respektive minsta värde i  $D$ .  
Bestäm dem i så fall. **(6p)**