

MVE425/426, Matematik för Tekniskt Basår, del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 3: 20-31 p, 4: 32-41 p, 5: 42-50 p

Till samtliga beräkningsuppgifter skall fullständiga lösningar inlämnas. **Endast svar ger inga poäng.** Motivera och förklara så väl du kan.

1. (a) Förenkla så långt som möjligt: (3 p)

$$\ln\left(\frac{b}{a}\right) - \ln\left(\frac{a}{b}\right) + \ln(a-b) + 2\ln(a) - \ln(b^2).$$

- (b) Beräkna inversen till funktionen $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{3e^{-x}}$ och ange inversens definitions- och värdemängd. (3 p)

2. Beräkna koordinaterna för skärningspunkterna mellan kurvorna $y = 2^{3-x}$ och $y = 9 - 2^x$. (4 p)

3. Beräkna exakt

(a) $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right)$ (3 p)

(b) $\tan(v)$ om $\sin(v) = \frac{2}{3}$. (3 p)

4. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x) \cdot \ln(e+x)}{\sqrt{e^x+3} \cdot \sin(2x)}$ (3 p)

(b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 2x} - \sqrt{4x^2 - 6x} \right)$ (3 p)

5. Lös ekvationerna nedan (i (a)-(c) är $x \in \mathbb{R}$, och i (d) är $z \in \mathbb{C}$).

(a) $\ln(x^2 + 2) - \ln(x + 4) = \ln(3 - x)$ (3 p)

(b) $\cos^2(x) - \sin^2(x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ (3 p)

(c) $\cos(3x) - \sin(3x) = \sqrt{2}$ (4 p)

(d) $z^3 = -8$, svara på formen $x + iy$. (4 p)

Var god vänd!

6. Lös andragradsekvationen $(2 + i)z^2 + (1 - 7i)z - 5 = 0$. (5 p)

7. (a) Definiera vad som menas med att en funktion $f(x)$ är *kontinuerlig* i en punkt $a \in D_f$. (1 p)

(b) Funktionen (4 p)

$$f(x) = \frac{x^2 - x - a}{\sqrt{5x + 1} - \sqrt{3x + 7}}$$

är väldefinierad för alla reella tal $x \geq -1/5$ utom $x = 3$. Om man väljer konstanten $a \in \mathbb{R}$ rätt, och dessutom definierar $f(3) = A$ med rätt val av $A \in \mathbb{R}$ kan man få $f(x)$ väldefinierad som en *kontinuerlig* funktion för alla $x \geq -1/5$. Bestäm dessa tal a och A .

8. Formulera och bevisa *cosinussatsen*. (4 p)

Lycka till!
/Hossein och Mattias

Formelblad

Additions- och subtraktionsformlerna för de trigonometriska funktionerna

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha) \cos(\beta) \pm \cos(\alpha) \sin(\beta) \quad \tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan(\alpha) \pm \tan(\beta)}{1 \mp \tan(\alpha) \tan(\beta)}$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) \mp \sin(\alpha) \sin(\beta) \quad \cot(\alpha \pm \beta) = \frac{\cot(\alpha) \cot(\beta) \mp 1}{\cot(\alpha) \pm \cot(\beta)}$$

Obs! När det står flera $\pm$ och/eller $\mp$ i en formel så svarar de övre tecknena mot varandra och de undre tecknena mot varandra. Man ska alltså inte kombinera övre tecknet på ena ledet med undre tecknet på andra ledet.

Formler för dubbla vinkeln

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \quad \tan(2\alpha) = \frac{2 \tan(\alpha)}{1 - \tan^2(\alpha)}$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) \quad \cot(2\alpha) = \frac{\cot^2(\alpha) - 1}{2 \cot(\alpha)}$$