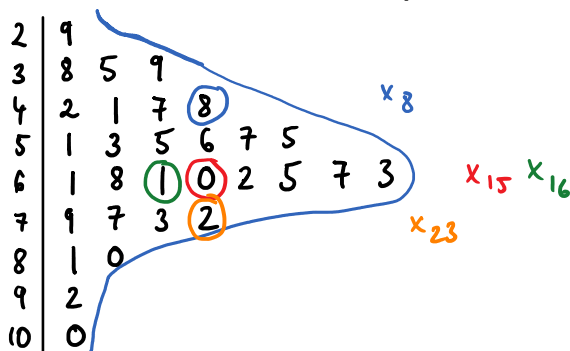


Ex. 8.15

stem-and-leaf diagram



- (a) Antagandet om en normalfördelad population är
 (- orimligt då bara heltal) efter skalering är värden "mindre diskreta"
 - rimligt då formen passar

(b) Median: $\hat{x} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2}$ där $(x_1, \dots, x_{30})$ är den ordnade datamängden
 $= \frac{600 + 610}{2} = 605 = q_2$

$q_1 = x_8 = 480$, $q_3 = x_{23} = 720$ (då $\frac{3}{4} \cdot 30 = 22.5$)

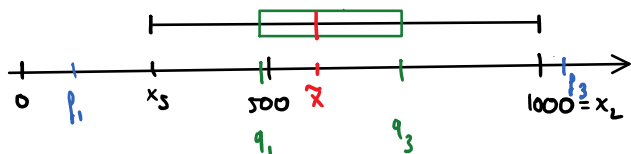
$iqr = q_3 - q_1 = 240$

$f_1 = q_1 - \frac{3}{2} \cdot (iqr) = 120$ } "inner fences"

$f_3 = q_3 + \frac{3}{2} \cdot (iqr) = 1080$

→ då $x_5 = 290$ och $x_{25} = 1000$ ligger i $[120, 1080] = [f_1, f_3]$ finns det inga udda värden ("outliers").

$range = x_{25} - x_5 = 710$



(c) 99% KI för μ , $\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = z \sim N(0, 1)$, $\frac{S^2(u-1)}{\sigma^2} \sim \chi^2_{(u-1)}$

$\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}}$ är t-fördelad med $(n-1)$ frihetsgrader. (ohärd, men normalförd. population)

här $\alpha = 0.01$, $n = 30$ och motsvarande K.I. ges av $\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}$

$t_{0.005} = 2.756$, $\bar{x} = \frac{1807}{3} \approx 602.3333$ och $s = 169.1089$

$\left[602.3 - 2.756 \frac{169.1}{\sqrt{30}}, 602.3 + 2.756 \frac{169.1}{\sqrt{30}} \right] = [577.2, 627.4]$

- (d) Minsta konfidensnivån (alltså välja större α).
 (eller ta större stickprov om möjligt)

8.32

$$\mu = 0.6$$

- (a) $H_0: \mu = \mu_0 = 0.6$ (eller ≥ 0.6) nullhypotesen
 $H_1: \mu < 0.6$ alternativet

- (b) typ I-fel: förkastar H_0 trots att den stämmer
 $\rightarrow$ De nya motorer bedöms vara bättre trots att de inte är det.

typ II-fel: behåller H_0 trots att den inte stämmer
 $\rightarrow$ De nya motorer är bättre men det upptäckes inte av stickprovet.

- (c) $n = 64$ stickprovets storlek, $\bar{x} = 0.5$ är stickprovsmedelvärdets utfall och $\sigma = 0.4$.
 vad är P-värdet?

$$\text{CGS: } \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \approx Z \sim N(0,1); \quad z_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{0.5 - 0.6}{0.4/\sqrt{64}} = -2$$

$$P = P(Z \leq z_0) = 0.0228$$

dvs. för $\alpha \geq P$ förkastar vi H_0 , för $\alpha < P$ förkastar vi inte.
 Vi förkastar då P-värde är ganska litet.

$\rightarrow$ Detta gör typ-I-fel möjligt (har dock bara slk. 0.0228).

Ex. 8.59

$$(a) H_0: \mu = \mu_0 = 3, \quad H_1: \mu < 3.$$

- (d) Det står inte i uppgiften, men vi antar att värdena är normalfördelade, numera kommer vi inte vidare ($n=16$ är inte tillräckligt för CGS).

σ är okänd (om man inte vill använda skattningen $\hat{\sigma}$ från (c) som korrekt varians)

$$\bar{x} = \frac{75}{32} \approx 2.344, \quad s = 0.71458 \text{ är utfallen på stickprovsmedelvärde och -varians.}$$

$$T := \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \text{ är } t\text{-fördelad med } n-1=15 \text{ frihetsgrader. } t_{1-\alpha} = t_{0.95} = -1.753$$

$$\bullet \text{ Utfallet } t_0 = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = -3.67 < t_{1-\alpha} \rightarrow \text{förkastar } H_0.$$

$$\bullet H_0: \mu \leq \mu_0 = 2.5, \quad H_1: \mu > 2.5 \text{ leder till } t_\alpha = t_{0.05} = 1.753 \text{ och } t_0 = -0.8746$$

$\rightarrow$ förkastar H_0 inte, marknadsför [95% K.I. för μ : $\bar{x} \pm t_{\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}} = [1.963, 2.724]$ ligger till största del på rätt sida om 2.5].

Ex. 9.2

175 utav $n=193$ icke längre fungerande protektorer var något mekaniskt fel anledningen.

$$(a) X_j = \begin{cases} 1 & \text{om problemet i protektor } j \text{ har mekanisk orsak} \\ 0 & \text{annars} \end{cases} \Rightarrow \hat{p} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j = \frac{75}{193} \approx 0.3886.$$

$$(b) 95\% \text{ K.I. ges av } \hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \quad \alpha/2 = 0.025, \quad z_{\alpha/2} = 1.96, \quad n = 193$$

$$0.389 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.389 \cdot 0.621}{193}} = 0.389 \pm 0.069.$$

$$(c) \text{ (se föreläsning 10) } n = \left(\frac{z_{\alpha/2}}{d} \right)^2 \cdot \hat{p} \cdot (1-\hat{p}) = 1014.14 \text{ alltså ungefär } 1015.$$

$d = 0.03$

Ex. 9.13

(a) $H_0: p \leq 0.6 = p_0, H_1: p > 0.6$

(b) Om nollhypotesen stämmer är

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} \text{ approx. standard normalfördelad}$$

Dvs $P(Z > z_0) = \alpha = 0.05$ för $z_0 = +1.645$

alltså $\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} > 1.645$ skulle leda till att man förkastar H_0 .

(c) $\hat{p} = \frac{233}{375} \leadsto \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = 0.843$

$\rightarrow$ vi förkastar H_0 inte ($z_0 = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} < 1.645$ ligger inte i "rejection region").

Vi kan alltså göra typ-II-fel, vilket betyder att vi behåller ett felaktigt antagande.

Ex. 9.19

$n_1 = 200, x_1 = 62; n_2 = 190, x_2 = 76$

(a) $\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = 0.31, \hat{p}_2 = \frac{76}{190} = 0.4$ är (vvr. punktskattningar för p_1, p_2)
 $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0.09$ är utslaget på (den vvr.) punktskattningen för $p_1 - p_2$

(b) 90% KI ges av

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_2}} \text{ alltså } [-0.169, -0.011]$$

$\underbrace{\quad}_{=-0.09} \quad \underbrace{\quad}_{=z_{0.05}=1.645} \quad \underbrace{\quad}_{\approx 0.0483}$

(c) Skulle vara förvånad då $p_1 - p_2 = 0$ inte ligger i 90% K.I. ovan.
 (dvs. om det stämmer skulle slä. för att få en så stor differens mellan $\hat{p}_1$ och $\hat{p}_2$ (eller större) vara < 0.1).