

Repetitionsdugga med lösningar MVE675 – Algebra

Skrivningstid 50 minuter.

Totalt 10 poäng.

3-6 poäng ger 1 bonuspoäng på tentamen del A.

7-10 poäng ger 2 bonuspoäng på tentamen del A.

Hjälpmedel: Inga

Namn:

Personnummer:

Uppgift	Poäng
1	
2	
3	
SUMMA:	

Ange svar tydligt. Skriv tydligt och gärna kortfattat, men var framförallt noga med att motivera dina svar väl. Förklara vad du gör, hur och varför. Det är i hög grad lösningen som ger poäng, inte bara svaret.

Uppgift 1: Lös olikheten

$$x^2 - x \geq 6.$$

(3 poäng)

Lösning:

Flytta alla termer till vänsterledet:

$$x^2 - x \geq 6 \iff x^2 - x - 6 \geq 0.$$

Polynomet i vänsterledet har nollställen

$$x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 6} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{1 \pm 5}{2},$$

alltså $x = 3$ och $x = -2$. Detta ger en faktorisering

$$x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2),$$

så

$$x^2 - x \geq 6 \iff (x - 3)(x + 2) \geq 0.$$

Vi löser denna via en teckentabell.

x		-2		3	
$x + 2$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$x - 3$	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$(x + 2)(x - 3)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Från teckentabellen avläser vi att

$$(x + 2)(x - 3) \geq 0 \iff x \leq -2 \text{ eller } x \geq 3.$$

Svar: $x \leq -2$ eller $x \geq 3$.

Uppgift 2: Hitta alla reella lösningar till ekvationen

$$\sqrt{2-x} = x.$$

(4 poäng)

Lösning:

$$\begin{aligned}\sqrt{2-x} = x &\implies 2-x = x^2 \\ &\iff x^2 + x - 2 = 0 \\ &\iff x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 2} \\ &\iff x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}} \\ &\iff x = \frac{-1 \pm 3}{2} \\ &\iff x = -2 \text{ eller } x = 1.\end{aligned}$$

Vi har två potentiella lösningar, men eftersom vi kvadrerade ekvationen i första steget måste vi testa om de stämmer. Vi ser att $x = -2$ är en falsk lösning, eftersom insättning ger $2 = -2$. Den andra lösningen, $x = 1$, ger $1 = 1$ så är en sann lösning.

Svar: $x = 1$.

Uppgift 3: Hitta en ekvation för linjen ℓ som går genom punkterna $(1, 0)$ och $(-1, -4)$.

(3 poäng)

Lösning:

Tvåpunktsformeln ger direkt en ekvation, med $(x_1, y_1) = (-1, -4)$ och $(x_2, y_2) = (1, 0)$:

$$\begin{aligned} y - (-4) &= \frac{0 - (-4)}{1 - (-1)}(x - (-1)) && \Longleftrightarrow && y + 4 = \frac{4}{2}(x + 1) \\ &&& \Longleftrightarrow && y = 2x - 2. \end{aligned}$$

Alla ekvationer som är ekvivalenta med denna är giltiga svar.

Svar: $y = 2x - 2$.