

MVE675 — Exempeluppgifter inför Dugga

Duggan kommer bestå av tre uppgifter, som totalt kan ge 10 poäng. Resultat på 4–6 poäng respektive 7–10 poäng ger 1 respektive 2 bonuspoäng till tentamen.

Problemen kommer från följande kategorier (högst en uppgift per kategori):

- ekvationer med polynom, rationella uttryck och rötter,
 - olikheter med polynom, rationella uttryck och absolutbelopp,
 - räta linjens och cirkelns ekvation,
 - trigonometri.
-

Ekvationer med polynom, rationella uttryck och rötter

1. (4p) Hitta alla reella lösningar till

$$x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0.$$

2. (4p) Hitta alla reella lösningar till

$$\sqrt{8 - 2x} = x - 4.$$

3. (4p) Hitta alla reella lösningar till

$$x^2 - 2x = \frac{x}{x - 2}.$$

Olikheter med polynom, rationella uttryck och absolutbelopp

4. (3p) Lös olikheten

$$\frac{2x - 1}{x + 4} \leq 3.$$

5. (4p) Lös olikheten

$$x^2(x^2 - 9) \leq 9 - x^2.$$

6. (3p) Lös olikheten

$$\frac{1}{x} \leq \frac{1}{x+1}.$$

7. (3p) Lös olikheten

$$|2x+1| \geq 3.$$

Räta linjens och cirkelns ekvation

8. (3p) Bestäm en ekvation för den räta linje ℓ_1 som går genom $(-2, 1)$ och $(0, 7)$. Bestäm skärningspunkten mellan ℓ_1 och $\ell_2 : x = -1$.

9. (3p) Bestäm a och b så att linjerna

$$\begin{aligned}\ell_1 : 2x + y &= b, \\ \ell_2 : -x + ay &= 2\end{aligned}$$

skär varandra i punkten $(4, 2)$.

10. (3p) Ekvationen

$$x^2 + 4x = 10 - y^2$$

beskriver en cirkel. Bestäm dess centrum och radie.

Trigonometri

11. (3p) Bestäm $\tan \theta$, givet att

$$\sin \theta = \frac{4}{5}, \quad \text{och} \quad 0 < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

12. (3p) Hitta alla reella lösningar x till

$$\sin 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Svar

1. $x = 2$. Faktoriseringen är $(x - 2)(x^2 + 4)$.
2. $x = 4$. (Om du gör rätt lär du också hitta $x = 2$, som är en falsk lösning.)
3. $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 3$.
4. $x \leq -13$ eller $x > -4$.
5. $-3 \leq x \leq 3$.
6. $-1 < x < 0$.
7. $x \geq 1$ eller $x \leq -2$.
8. $\ell_1 : y = 7 + 3x$. Skärningspunkten är $(-1, 4)$.
9. $a = 3, b = 10$.
10. Centrum $(-2, 0)$ och radie $\sqrt{14}$.
11. $\tan \theta = 4/3$.
12. Alla x av formen $\pi/12 + \pi n/2$ där n är heltal, samt alla x av formen $\pi/6 + \pi n/2$ där n är ett heltal.