

MVE675 – Algebra (Exempeltenta)

Totalt 50 poäng. Till poängen på tentamen adderas dina bonuspoäng i efterhand.

20p ger trea, 30p ger fyra, 40p ger femma.

Uppgifterna är inte ordnade i svårighetsgrad.

Inga hjälpmedel tillåtna. Motivera dina svar väl.

-
1. (4p) Hitta alla reella lösningar x till $\sin(2x - 3\pi) = 1/2$.
 2. (5p) Hitta alla komplexa z sådana att $z^3 = 8i$. Svara på polär form eller på rektangulär form.
 3. (2+3p) Beräkna determinanterna

$$\text{(a)} \quad \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ -2 & 9 \end{vmatrix}, \quad \text{(b)} \quad \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{vmatrix}.$$

4. (4p) Låt

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 6 & 1 \end{bmatrix}.$$

Ange inversen A^{-1} , eller visa att den inte existerar.

5. (7p) Hitta reflektionen av punkten $P : (5, 1)$ i linjen $\ell : y = 4x - 2$.
6. (7p) Formulera normalekvationen för minstakvadratlösning av ekvationssystemet

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = -2 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

Du behöver inte lösa normalekvationen.

7. (8p) Använd Cramers regel för att lösa ekvationssystemet

$$\begin{cases} 7x_1 + 6x_2 = -11 \\ 5x_1 + 3x_2 = 11. \end{cases}$$

OBS. För full poäng måste din lösning innehålla beräkning av alla determinanter som behövs för att använda Cramers regel.

8. (3+3+4p) Ange om följande påståenden är sanna eller falska i allmänhet för tredimensionella vektorer u, v, w . Om påståendet är sant behöver du ge en kort motivation (algebraisk eller geometrisk), och om det är falskt behöver du ge ett motexempel. På varje del ger rätt svar (Sant/Falskt) ett poäng, och övriga poäng ges för motexempel eller motivering.

(a) Om u och v är ortogonala, och v och w är ortogonala, så är u och w parallella.

(b) Om u och v är ortogonala, så är $-2u$ och $3v$ ortogonala.

(c) Om determinanten

$$\begin{vmatrix} | & | & | & | \\ u & v & u \times v & \\ | & | & | & | \end{vmatrix}$$

är lika med noll, så är u och v parallella.