

Komplex analys, MVE025/MVE295

2022 10 27, 8:30-12:30

Kursansvarig: David Witt Nyström, 0767794288

Betygsgränser: 0-19.5 (U), 20-29.5 (3), 30-39.5 (4), 40-50 (5)

1. Lös med hjälp av Laplacetransform begynnelsevärdesproblemet $u'''(t) = u(t)$ med begynnelsevillkor $u(0) = 0$, $u'(0) = 1$ och $u''(0) = -1$.

(4p)

2. Beräkna med hjälp av residykalkyl följande integraler:

(a)

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{3 - \cos^2(x)},$$

(6p)

(b)

$$\int_0^\infty \frac{x^2 dx}{(x^2 + 2)^2}.$$

(7p)

3. Använd metoder från kursen för att bestämma antalet nollställen till $z^3 - 5z + \frac{e^{-z}}{5}$ i området $\{z : \operatorname{Re}(z) > -2, |z| > 1\}$.

(8p)

4. Hitta en begränsad kontinuerlig funktion u på $\{z : \operatorname{Re}(z) \geq 0, -1 \leq \operatorname{Im}(z) \leq 1\} \setminus \{i, -i\}$ som är harmonisk i $\{z : \operatorname{Re}(z) > 0, -1 < \operatorname{Im}(z) < 1\}$ och sådan att $u(z) = 1$ då $\operatorname{Re}(z) = 0$ medan $u(z) = 0$ då $|\operatorname{Im}(z)| = 1$.

(10p)

5. Formulera och bevisa Cauchys integralformel.

(5p)

6. Formulera och bevisa satsen om Taylorutveckling av holomorfa funktioner.

(5p)

7. Låt f vara en hel funktion sådan att $f(-z) = -f(z)$. Visa att det finns en hel funktion g sådan att $f(z) = zg(z^2)$.

(5p)

Lycka till!

David