

CHALMERS

Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

Dugga 1

14 september 2019,

Maskinteknik 12:00–14:00,
Teknisk fysik & Teknisk matematik 12:00–14:00

Skrivtid: 120 min

Inga hjälpmedel tillåtna.

OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.

Jana Madjarova: 031-7723531

Namn och program:

Personnummer:

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Uttrycket $(2 + \sqrt{3})(\sqrt{3} - 2) - \sqrt{(1 - \sqrt{2})^2}$ är lika med

(a) $-\sqrt{2}$; (b) $\sqrt{2} - 2$; (c) $\sqrt{2}$; (d) inget av (a)-(c).

2. Uttrycket $\sqrt{(1-a)(1+a)^{-1}} - \sqrt{(1+a)(1-a)^{-1}}$ är för $a = \cos \frac{4\pi}{3}$ lika med

(a) $-\frac{4\sqrt{3}}{3}$; (b) $\sqrt{3}$; (c) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$; (d) inget av (a)-(c).

3. Den största lösningen till ekvationen $(x^2 - 36)\sqrt{5 - x} = 0$ är

(a) -6 ; (b) 5 ; (c) 6 ; (d) inget av (a)-(c).

4. Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{x+14}{x+3} > 3$ är

(a) 4 ; (b) 5 ; (c) 6 ; (d) inget av (a)-(c).

5. Antalet positiva heltalslösningar till olikheten $(x^2 - 2x + 2)(4 - x^2) > 0$, är
- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).
6. Uttrycket $\log_2 \left(\log_3 \sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}} \right)$ är lika med
- (a) $-\log_2 6$; (b) $\frac{1}{\log_2 6}$; (c) -3 ; (d) inget av (a)-(c).
7. Om $a = \sqrt[3]{8}$ och $b = \ln \sqrt{a}$, så är talet $e^{-b} - \log_2 \sqrt{a}$ lika med är
- (a) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$; (b) $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$; (c) 0; (d) inget av (a)-(c).
8. Om $x^2 + 4y^2 + 2x - 4y + 2 = 0$, så är xy lika med är
- (a) $-\frac{1}{2}$; (b) 0; (c) $\frac{1}{2}$; (d) inget av (a)-(c).
9. Uttrycket $\frac{\cos 780^\circ + \tan 405^\circ}{\sin(-930^\circ)}$ är lika med
- (a) $1 + \frac{2}{\sqrt{3}}$; (b) 3; (c) annat tal; (d) uttrycket är odefinierat.
10. Om $\cos \alpha = \frac{2}{3}$, och $0 < \alpha < \pi$, så har $\tan \alpha$ värdet
- (a) $-\frac{\sqrt{5}}{3}$; (b) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$; (c) $-\frac{3}{\sqrt{5}}$; (d) annat värde.
11. Funktionen $f(x) = 12 \sin x - 5 \cos x$ har största värde
- (a) 7; (b) 13; (c) 17; (d) inget av (a)-(c).
12. Om z och w är komplexa tal, så gäller
- (a) $|z|^2 = z^2$; (b) $|z + w| = |z| + |w|$;
(c) $|zw| = |z| \cdot |w|$; (d) inget av (a)-(c) gäller generellt.
13. Sidlängderna a, b, c i en triangel uppfyller $a < b < c$. Då gäller att
- (a) höjden mot sidan med längden a är längst av de tre höjderna i triangeln;
(b) höjden mot sidan med längden a är kortast av de tre höjderna i triangeln;
(c) minst två av triangelns höjder är lika långa;
(d) inget av (a)-(c) gäller generellt.

14. För triangeln ABC gäller $AB = 5$ längdenheter, $BC = 3$ längdenheter, och $\angle ABC = 120^\circ$. Längden av höjden mot sidan AC är då

(a) $\frac{15\sqrt{3}}{2\sqrt{19}}$ l.e.; (b) $\frac{15\sqrt{3}}{14}$ l.e.; (c) annat tal; (d) kan ej avgöras.

15. För romben $ABCD$ gäller att diagonalen BD har längden 6 längdenheter och att $\angle BAD = 60^\circ$. Rombens area är då

(a) $18\sqrt{3}$ a.e.; (b) 18 a.e.; (c) annat tal; (d) kan ej avgöras.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{3}{5} - \frac{1}{15}}{\frac{1}{21} - \frac{5}{12}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal.

Svar:

17. Lös ekvationen $3 \cdot 9^x + 2 \cdot 3^x - 1 = 0$. Ange summan av alla reella lösningar.

Svar:

18. Lös ekvationen $2\sin^2 2x + (\cos^2 x - \sin^2 x)^2 = 1$. Ange summan av alla lösningar i intervallet $\left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$.

Svar:

19. Givet är en rätvinklig triangel ABC med rät vinkel vid C och hypotenusan $AB = 2$ l.e. Vinkeln α vid hörnet A uppfyller

$$1 - \sin 2\alpha = \cos \alpha - \sin \alpha.$$

Beräkna och ange triangelns area.

Svar:

20. Lös olikheten $\log_2 \left(1 + \frac{1}{x}\right) \geq -1$. Ange den största negativa heltalslösningen.

Svar:

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Bestäm alla reella tal p sådana att olikheten

$$\frac{x^2 + px}{x^2 + x + 1} < 3$$

gäller för alla reella x . Motivera!