

CHALMERS

Maskinteknik & Teknisk fysik & Teknisk matematik

Dugga 1

10 september 2022,

Maskinteknik 12:00–14:00,
Teknisk fysik & Teknisk matematik 12:00–14:00

Skrivtid: 120 min

Inga hjälpmedel tillåtna.

OBS! Lämna *inte* in kladdpapper och lösningsskisser till uppgifterna 1–20.

Eventuella frågor kan ställas per telefon.

Jana Madjarova: 031-7723531

Namn och program:

Personnummer:

A. Markera rätt svar genom att ringa in. (1p för varje rätt svar; OBS! Endast ett rätt svar per uppgift.)

1. Uttrycket $\left(\frac{1}{1+\sqrt{2}} - \frac{1}{1-\sqrt{2}}\right) / \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-1}$ är lika med

☒ (a) $\sqrt{2} - 2$; (b) $-\frac{8}{2-\sqrt{2}}$; (c) $\frac{8}{2-\sqrt{2}}$; (d) inget av (a)-(c).

2. Uttrycket $\left(\frac{1}{\sqrt{1+a}} - \sqrt{1-a}\right)(1 + \sqrt{1-a^2})$ är för $a = -\frac{3}{4}$ lika med

(a) $-\frac{9}{8}$; (b) 0; ☒ (c) $\frac{9}{8}$; (d) inget av (a)-(c).

3. Mängden av alla reella x för vilka uttrycket $\frac{\sqrt{16-x^2}}{2-\sqrt{x+3}}$ är definierat (och antar reella värden) är

(a) $[-4, 4]$; (b) $[-3, 4]$; (c) $[-3, \infty)$; ☒ (d) inget av (a)-(c).

4. En rektangels ena sida ökar med 40%. För att rektangelns area ska öka med 47% måste den andra sidan öka med
- (a) 7%; (b) 5%; (c) 3%; (d) inget av (a)-(c).
5. Om $\log_x 3 \cdot \log_3 81 = 2$, så gäller att x är lika med
- (a) $\frac{1}{3}$; (b) $\sqrt{3}$; (c) 9; (d) inget av (a)-(c).
6. Uttrycket $(3 - \log_5 500) \cdot (\log_4 400 - 2) + \log_4 32$ är lika med
- (a) $\frac{1}{2}$; (b) $\frac{3}{2}$; (c) $\frac{5}{2}$; (d) inget av (a)-(c).
7. Antalet lösningar till ekvationen $\sqrt{2x-3} + \sqrt{3x-5} = 0$ är
- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).
8. Antalet lösningar till ekvationen $\sqrt{2x-3} - \sqrt{3x-5} = 0$ är
- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).
9. Uttrycket $\tan 60^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cot 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$ är lika med
- (a) 0; (b) $\sqrt{3}$; (c) $-\sqrt{3}$; (d) annat tal.
10. Om $\tan \alpha = 2$, så är $\cos 2\alpha$ lika med
- (a) $-\frac{3}{5}$; (b) $\frac{3}{5}$; (c) $\pm \frac{3}{5}$; (d) inget av (a)-(c).
11. Antalet lösningar till ekvationen $\cos x = 1 + \sin^2 x$ i intervallet $[-\pi, \pi]$ är
- (a) 0; (b) 1; (c) 2; (d) inget av (a)-(c).
12. Antalet heltalslösningar till olikheten $\frac{2x-1}{2-x} < 1$ är
- (a) 0; (b) 1; (c) oändligt; (d) inget av (a)-(c).
13. Givet är en cirkel med radie R . Den av alla inskrivna rektanglar som har maximal area har omkrets 56 längdenheter. Radien R är då lika med
- (a) $14\sqrt{2}$; (b) $7\sqrt{2}$; (c) det finns ingen sådan rektangel; (d) inget av (a)-(c).
14. En triangelns tre höjder skär varandra innanför triangeln. Då gäller att
- (a) triangelns största vinkel är spetsig;
 (b) triangelns största vinkel är rät;
 (c) triangelns största vinkel är trubbig;
 (d) det går inte att avgöra.

15. För triangeln ABC gäller att $AB = 10$ l.e., M är mittpunkten på sidan AB , $CM = 7$ l.e. och vinkeln vid M i triangeln BMC är 45° . Då gäller

- (a) $AC^2 + BC^2 > 100$; (b) $AC^2 + BC^2 = 100$;
(c) $AC^2 + BC^2 < 100$; (d) det finns ingen sådan triangel.

B. Lös uppgifterna nedan; ange endast svar. (2p för varje rätt svar)

16. Beräkna

$$\frac{\frac{2}{3} + \frac{1}{5}}{\frac{5}{12} - \frac{3}{7}}.$$

Ange svaret på formen $\frac{p}{q}$, där p, q är relativt prima heltal.

Svar:

$$-\frac{364}{5}$$

17. Lös ekvationen $x^2 - (a+1)x + a + 4 = 0$. Ange summan av de reella a -värden, för vilka ekvationen har en dubbelrot.

Svar:

$$2$$

18. Bestäm definitionsmängden för funktionen $f(x) = \sqrt{\frac{4}{7-x}} - \sqrt{x-5}$. Ange antalet heltal i definitionsmängden.

Svar:

$$2$$

19. Givet är funktionen $f(x) = 2 - \frac{\cos 2x}{\cos^2 x}$, definierad i intervallet $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$. Ange funktionens största värde i intervallet.

Svar:

$$2$$

20. Lös olikheten

$$\sqrt{4x-3-x^2} \leq x-3.$$

Ange antalet heltalslösningar.

Svar:

$$1$$

C. Ge fullständig lösning till uppgiften nedan. (max 5p)

Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} (x^2 - y^2)(x + y) = 117, \\ x - y = 13. \end{cases}$$

Lösning. $(x^2 - y^2)(x + y) = (x - y)(x + y)^2 = 117$
 $x - y = 13 \neq 0 \Rightarrow (x + y)^2 = \frac{117}{13} = 9$

$\Rightarrow$ vi får två ekvationssystem

$$\textcircled{1} \begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 13 \end{cases}$$

och $\textcircled{2} \begin{cases} x + y = -3 \\ x - y = 13 \end{cases}$

$$\textcircled{1} \quad 2x = 16 \quad x = 8, \quad y = -5$$

$$\textcircled{2} \quad 2x = 10 \quad x = 5, \quad y = -8$$

$\Rightarrow$ det givna ekvationssystemet har två lösningar $(8, -5)$ och $(5, -8)$.

Insättning visar att det verkligen är lösningar.