

Kontinuerliga s.v.

"Def": En s.v. X som kan anta alla värden i ett eller flera intervall är en kontinuerlig s.v. om $P(X=x)=0$ för alla $x \in \mathbb{R}$.

Anm: Om X var diskret så kallades

$f(x) = P(X=x)$ för täthetsfunktionen.

Def: Låt X vara en kont. s.v. En funktion $f(x)$ sådan att

$$1) f(x) \geq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

$$3) P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx \quad \forall a < b \in \mathbb{R}$$

kallas för en tfkn för X .

Fördelningstfn def. som för en diskret s.v.:

Def: Låt X vara en kont. s.v.

$$F(x) := P(X \leq x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

kallas för tthn för $\underline{X}$.

Sats: Låt $\underline{X}$ vara kont. s. med tthn $f(x)$.

$$1) F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy \quad (\Rightarrow f(x) = F'(x))$$

2/

$$P(\underline{X} \in C) = \int_C f(y) dy \quad \text{där } C \subset \mathbb{R},$$

B: 1) $F(x) = P(\underline{X} \leq x) = P(-\infty < \underline{X} \leq x)$

$$= \left\{ \text{def med } a = -\infty \right\} = \int_{-\infty}^x f(y) dy$$

2) svårt

□

Anm: 1) $P(\underline{X} = x) = P(x \leq \underline{X} \leq x) = \int_x^x f(y) dy = 0$

"integral över en punkt".

2/

$$P(\underline{X} \leq x) = \{ \underline{X} \leq x \} = \{ \underline{X} < x \} \cup \{ \underline{X} = x \}$$

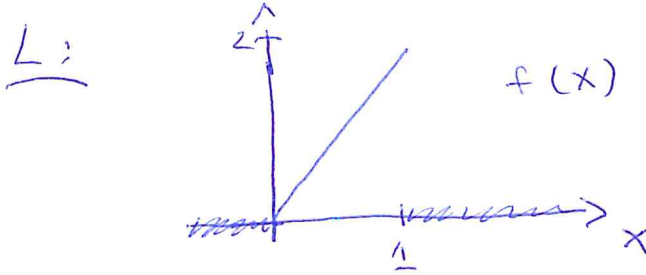
$$= P(\underline{X} < x) + P(\underline{X} = x) = P(\underline{X} < x).$$

Strikt ($<$) eller icke-strikt ($\leq$)
olikhet spelar ingen roll om $\underline{X}$
är kont!

Tal: Låt X ha t.f.h.n

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{om } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{annars.} \end{cases}$$

Beräkna $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3}\right)$.



Vi har att $P\left(\frac{1}{3} \leq X \leq \frac{2}{3}\right) = \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} f(x) dx$

$$= \int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} 2x dx = \left[x^2 \right]_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} = \frac{4}{9} - \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$$

Def: Om X har t.f.h.n $f(x)$ så

definieras väntevärdet ($E[X]$) av

X genom att

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx.$$

Om $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ så def.

$$E[g(X)] = \int_{-\infty}^{\infty} g(x) f(x) dx.$$

Anm: X kont ger integral

X disk. ger summa.

Tal (forts): Med X som ovan, beräkna $E[X]$.

$$\begin{aligned} \underline{L:} \quad E[X] &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_{-\infty}^0 x \underbrace{f(x)}_{=0} dx + \int_0^1 x \underbrace{f(x)}_{=2x} dx \\ &+ \int_1^{\infty} x \underbrace{f(x)}_{=0} dx = \int_0^1 x \cdot 2x dx = 2 \int_0^1 x^2 dx \\ &= 2 \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{2}{3} // \end{aligned}$$

Sats (räkne regler): Låt X, Y vara kont. sv. och $c \in \mathbb{R}$.

$$1/ \quad E[c] = c$$

$$2/ \quad E[cX] = c E[X]$$

$$3/ \quad E[X+Y] = E[X] + E[Y].$$

$$\underline{1:} \quad 1/ \quad E[c] = \int_{-\infty}^{\infty} c f(x) dx = c \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = c \cdot 1 = c$$

$$2/ \quad E[cX] = \int_{-\infty}^{\infty} cx f(x) dx = c \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = c E[X]$$

3/ vi väntar till kap. 5 $\square$

Lom ihåg:

$$\text{Var}(X) = E[(X - E[X])^2]$$

Sats (räkne regler för Var): Låt $\underline{X}, \underline{Y}$ vara två kont. s.v.

$$1/ \text{Var}(\underline{X}) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_{\underline{X}})^2 f(x) dx \quad (\text{där } \mu_{\underline{X}} = E[\underline{X}])$$

$$2/ \text{Var}(\underline{X}) = E[\underline{X}^2] - E[\underline{X}]^2$$

$$3/ \text{Var}(c\underline{X}) = c^2 \text{Var}(\underline{X})$$

$$4/ \text{Var}(\underline{X} + \underline{Y}) = \text{Var}(\underline{X}) + \text{Var}(\underline{Y}) \text{ om } \underline{X}, \underline{Y} \text{ oberoende}$$

B: 1/ $\text{Var}(\underline{X}) = E[(\underline{X} - \mu_{\underline{X}})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_{\underline{X}})^2 f(x) dx$

2/ + 3/ som när $\underline{X}$ diskret $\uparrow$ def $E[g(\underline{X})]$

4/ kap. 5 B

Standardfördelningar

Def: En s.v. $\underline{X}$ med t.f.h.n

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{för } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

sägs vara likformigt fördelad på intervallet $[a, b]$. Vi skriver $\underline{X} \sim U[a, b]$.

Ex: Låt $\underline{X} \sim U[a, b]$. Beräkna $F(x)$, $E[\underline{X}]$ och $\text{Var}(\underline{X})$.

$$\underline{2:} \quad F(X) = \int_{-\infty}^x f(y) dy =$$

$$i) (x < a): \quad = \int_{-\infty}^x 0 dy = 0$$

$$ii) (a \leq x \leq b): \quad = \int_a^x \frac{1}{b-a} dy = \int_a^x \frac{1}{b-a} dy = \frac{x-a}{b-a}$$

$$iii) (x > b): \quad = \int_a^b \frac{1}{b-a} dy = \frac{b-a}{b-a} = 1.$$

$$\begin{aligned} E\{X\} &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_a^b x \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \left\{ \frac{x^2}{2} \right\}_a^b \\ &= \frac{1}{b-a} \frac{b^2 - a^2}{2} = \frac{b+a}{2} // \end{aligned}$$

$$\text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f(x) dx = \int_a^b \left(x - \frac{b+a}{2}\right)^2 \frac{1}{b-a} dx$$

$$= \dots = \frac{(b-a)^2}{12} //$$

Def: En kont. s.v. med t.f.kn

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} \quad \text{för } x > 0$$

där $\beta > 0$ är en parameter sägs

vara exponentielfördelad med parameter

β . Vi skriver $X \sim \text{Exp}(\beta)$.

Utl: Låt $X \sim \text{Exp}(\beta)$. Beräkna $m_X(t)$.

$$\underline{\text{L:}} \quad m_X(t) = \mathbb{E}[e^{tX}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} f(x) dx$$

$$= \int_0^{\infty} e^{tx} \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} dx = \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} e^{(t - 1/\beta)x} dx$$

$$= \frac{1}{\beta} \left[\frac{e^{(t - 1/\beta)x}}{t - 1/\beta} \right]_0^{\infty} = 0 - \frac{1}{\beta} \cdot \frac{1}{t - 1/\beta} = \frac{1}{1 - t\beta}$$

för $t < 1/\beta$ //

Kom ihåg:

Om X har t.f.h.n

$$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-x/\beta} \quad \text{för } x \geq 0, \quad (*)$$

så är $X \sim \text{Exp}(\beta)$.

Anm: Ibland skriver man $X \sim \text{Exp}(1/\beta)$

eller så låter man $\lambda = 1/\beta$ och skriver

$$X \sim \text{Exp}(\lambda).$$

2) $(*)$ implicerar att $f(x) = 0$ för $x < 0$.

3) m.g.f: $m_X(t) = \frac{1}{1-t\beta}$ för $t < 1/\beta$.

Tal: Låt $X \sim \text{Exp}(\beta)$. Beräkna

$$E[X] \text{ och } E[X^2].$$

L: Vi använder $E[X] = m'_X(0)$ o $E[X^2] = m''_X(0)$.

$$m'_X(t) = (-\beta) \cdot \frac{-1}{(1-t\beta)^2} = \frac{\beta}{(1-t\beta)^2}$$

$$m''_X(t) = \beta \cdot (-\beta) \cdot \frac{-2}{(1-t\beta)^3} = \frac{2\beta^2}{(1-t\beta)^3}$$

$$E[X] = m'_X(0) = \beta$$

$$E[X^2] = m''_X(0) = 2\beta^2 //$$

Normalfördelningen

"Används extremt mycket i statistik"

Def: En kont. s.v. X är normalfördelad med parametrar $\mu \in \mathbb{R}$ och $\sigma > 0$ ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$) om den har t.f.k.n

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) \text{ för } x \in \mathbb{R}.$$

Ann: 1/ Om $\mu=0$ och $\sigma=1$ skriver vi

$Z \sim N(0,1)$ och Z sägs vara en standardiserad normalfördelad s.v.

2/ De flesta skriver $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, men $N(\mu, \sigma)$ förekommer.

3/ t.f.k.n
$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dy$$

Denna integral kan ej uttryckas med elementära f.k.n. Tabell måste användas!

"Det är opraktiskt med tabell för varje μ, σ ! Följande sats förenklar problemet"

Sats: Om $X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow$

$$\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1).$$

B: Satsen följer om vi kan visa

att $\frac{X-\mu}{\sigma}$ har tfn $f_{\frac{X-\mu}{\sigma}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{x^2}{2})$.

Detta följer om tfn är

$$F_{\frac{X-\mu}{\sigma}}(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{y^2}{2}) dy$$

Varför? Vi har sambandet

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy$$

$$\Rightarrow f(x) = F'(x) \quad \square$$

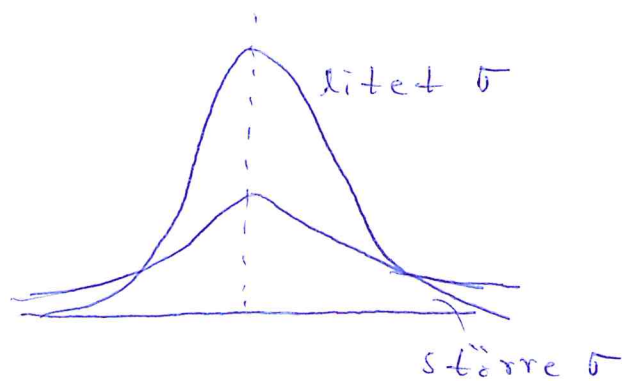
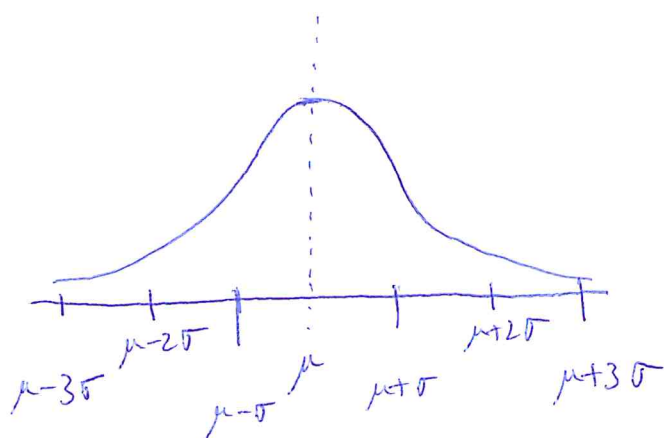
Vi beräknar därtör

$$\begin{aligned} F_{\frac{X-\mu}{\sigma}}(t) &= \mathbb{P}\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq t\right) = \mathbb{P}(X \leq \mu + \sigma t) \\ &= \int_{-\infty}^{\mu + \sigma t} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\mu}{\sigma}\right)^2\right) ds \end{aligned}$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \frac{s-\mu}{\sigma} = x \Rightarrow s = \mu + \sigma x \\ \Rightarrow ds = \sigma dx \end{array} \right\}$$

$$= \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \sigma dx = \int_{-\infty}^t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) dx \quad \square$$

Så här ungefär ser t.f.h.n $f(x)$ ut:



Tal: Låt $\underline{X} \sim N(1, 4)$. Beräkna (approximativt)

$$\mathbb{P}(0 \leq \underline{X} \leq 1).$$

L: Idé: transformera och anv. tabell.

$$\mathbb{P}(0 \leq \underline{X} \leq 1) = \mathbb{P}\left(\frac{0-1}{\sqrt{4}} \leq \frac{\underline{X}-1}{\sqrt{4}} \leq \frac{1-1}{\sqrt{4}}\right)$$

$$= \left\{ Z = \frac{\underline{X}-1}{\sqrt{4}} \sim N(0,1) \right\}$$

$$= \mathbb{P}\left(-\frac{1}{2} \leq Z \leq 0\right) = \mathbb{P}(Z \leq 0) - \mathbb{P}(Z \leq -\frac{1}{2})$$

"Tabeller (sid 697+698) ger"

$$\approx \frac{1}{2} - 0.3085 = 0.1915. //$$

Likformig-, exponential- och normal-fördelningarna är de vanligaste. I denna kurs betraktar vi även gamma-fördelningen och Weibull - " -

Gamma-fördelningen

Def: En kont. s.v. X är gamma-fördelad med parametrar $\alpha, \beta > 0$ ($X \sim T(\alpha, \beta)$) om X har t.f.hn

$$f_X(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta} \quad \text{för } x \geq 0.$$

Anm: 1) Här är

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty x^{\alpha-1} e^{-x} dx$$

den s.k. gamma-funktionen.

2) Om $\alpha=1$ så blir detta $\text{Exp}(\beta)$.

3) m.g.t. för $X \sim T(\alpha, \beta)$ är

$$m_X(t) = (1 - \beta t)^{-\alpha}$$

(om $\alpha=1 \Rightarrow$ m.g.t. för $\text{Exp}(\beta)$!)

Tal: (t/p 4.30) Låt $X \sim T(\alpha, \beta)$. Beräkna $E[X]$ och $E[X^2]$.

L: Vi har att $m'_X(t) = (-\beta)(-\alpha)(1 - \beta t)^{-\alpha-1}$
 $= \alpha\beta(1 - \beta t)^{-(1+\alpha)}$

och

$$m''_X(t) = \alpha\beta(-\beta)(-(1+\alpha))(1 - \beta t)^{-(\alpha+2)}$$

$$= \alpha(1+\alpha)\beta^2(1 - \beta t)^{-(\alpha+2)}$$

$$\Rightarrow E[X] = m_X'(0) = \alpha \beta (1-0)^{-(1+\alpha)} = \alpha \beta //$$

$$E[X^2] = m_X''(0) = \alpha(1+\alpha)\beta^2 //$$

Weibull-fördelningen

Def: En kont. s.v. X är Weibull-fördelad med parametrar $\alpha, \beta > 0$

($X \sim \text{Wei}(\alpha, \beta)$) om X har t.f.h.n

$$f_X(x) = \alpha \beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta} \quad \text{för } x \geq 0.$$

Ann: Om $\beta = 1 \Rightarrow f_X(x) = \alpha x^0 e^{-\alpha x} = \alpha e^{-\alpha x}$

Så att $X \sim \text{Exp}(1/\alpha).$

Tal (i mån av tid): Låt $X \sim \text{Wei}(\alpha, \beta).$

Beräkna $E[X]$.

$$\underline{L:} \quad E[X] = \int_0^\infty x \alpha \beta x^{\beta-1} e^{-\alpha x^\beta} dx = \int_0^\infty \alpha \beta x^\beta e^{-\alpha x^\beta} dx$$

$$= \left\{ \begin{aligned} z &= \alpha x^\beta \Rightarrow x = (z/\alpha)^{1/\beta} \\ \Rightarrow dx &= (1/\alpha \beta) (z/\alpha)^{1/\beta-1} dz \end{aligned} \right\}$$

$$= \int_0^\infty \alpha \beta (z/\alpha)^{\beta/\beta} e^{-z} (1/\alpha \beta) (z/\alpha)^{1/\beta-1} dz$$

M V E 091

$$= \int_0^{\infty} (z/\alpha)^{1/\beta} e^{-z} dz = \alpha^{-1/\beta} \int_0^{\infty} z^{1/\beta} e^{-z} dz$$

$$= \alpha^{-1/\beta} \Gamma(1 + 1/\beta) \quad (\text{anv. def av } \Gamma(x)).$$

$$\text{Vi ser att } E[X] = \alpha^{-1/\beta} \Gamma(1 + 1/\beta). //$$

Tillförlitlighetsteori

"När går ett system sönder?"

Modell: Ett system går sönder (fallerar)
vid en slumpmässig tid T .

Nyckelbegrepp är

1/ fel tätheten (failure density) $f_T(t)$
 $\uparrow$
tthn för T

2/ överlevnadsfunktionen (reliability fcn)

är $R_T(t) = P(T > t) = 1 - P(T \leq t) = 1 - F_T(t)$
 $\uparrow$
tthn T

3/ felintensiteten (hazard rate)

$$\lambda_T(t) = \frac{f_T(t)}{R_T(t)} = \frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)} = -\frac{d}{dt} \log[1 - F_T(t)]$$

för $t \geq 0$.

Sats: Vi har att

$$\lambda_T(t) = \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(T \in [t, t + \Delta t] | T > t)$$

B: Vi har att

$$\lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P(T \in [t, t + \Delta t] | T > t)$$

$$= \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{P(T \in [t, t + \Delta t], T > t)}{\Delta t P(T > t)}$$

$\uparrow$
det bet. sann.

$$= \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{P(T \in [t, t+\Delta t])}{\Delta t P(T > t)} = \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{P(t \leq T \leq t+\Delta t)}{\Delta t P(T > t)}$$

$$= \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{P(T \leq t+\Delta t) - P(T \leq t)}{\Delta t P(T > t)}$$

$$= \lim_{\Delta t \downarrow 0} \frac{F_T(t+\Delta t) - F_T(t)}{\Delta t (1 - F_T(t))} = \left\{ f_T(t) = F_T'(t) \right\}$$

$$= \frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)} = g_T(t). \quad \square$$

Hur skall vi tolka dessa begrepp?

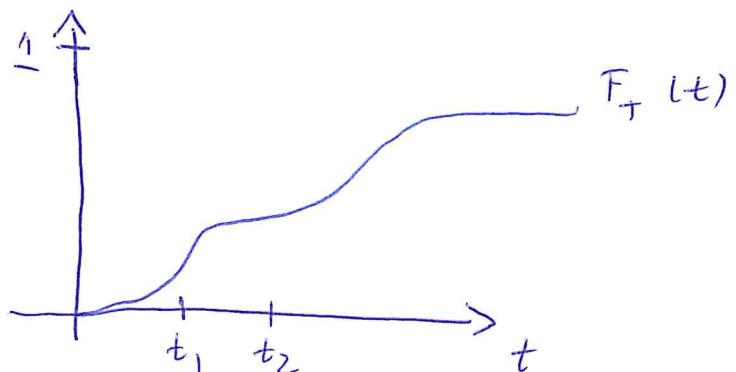
1/ Ö-fn $R_T(t)$ är sann att systemet fungerar vid tiden t .

2/ fel-fn $f_T(t) = F_T'(t)$ beskriver hur mycket

$F_T(t)$ ändras vid tiden t . Om $f_T(t)$ är stor

$\Rightarrow$ hög "feltakt" men om $f_T(t)$ är liten

$\Rightarrow$ låg " - "



" hög feltakt vid t_1 "

" låg " " " t_2 "

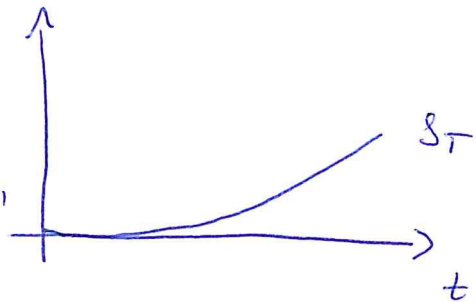
- 3) Felintensiteten $s_T(t)$: Vi ser från satsen att den beskriver den momentana felrisken vid tiden t givet att systemet fungerar vid denna tid.

Exempel:

- 1) Ett enkelt mekaniskt system

(metallhjul, en såg):

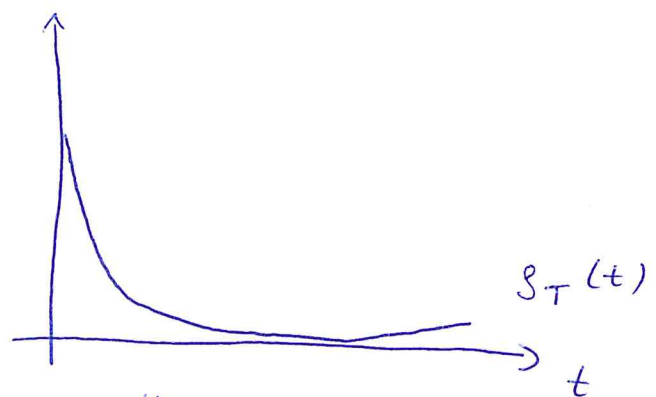
"systemet slutar fungera pga förslitning"



- 2) Ett system med flera komplexa delar

(vitvaror, bilar)
människor;

"defekta komponenter går sönder nästan direkt"



"köp inte förlängd garanti"

Sats: Vi har att
$$R_T(t) = \exp\left(-\int_0^t s_T(s) ds\right)$$

B: I kom ihåg
$$\frac{d}{dt} \log[g(t)] = \frac{g'(t)}{g(t)}$$

Vi har att

$$-\frac{d}{dt} \log [1 - F_T(t)] = - \frac{\frac{d}{dt} (1 - F_T(t))}{1 - F_T(t)} = \frac{F_T'(t)}{1 - F_T(t)}$$

$$= \frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)} \quad \text{så att}$$

$$\exp\left(-\int_0^t s_T(s) ds\right) = \exp\left(-\int_0^t -\frac{d}{ds} \log [1 - F_T(s)] ds\right)$$

$$= \exp\left(\int_0^t \frac{d}{ds} \log [1 - F_T(s)] ds\right) = \exp\left([\log [1 - F_T(s)]]_0^t\right)$$

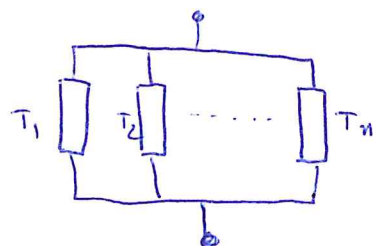
$$= \{F_T(0)=0 \quad \log(1)=0\} = \exp(\log [1 - F_T(t)] - 0)$$

$$= 1 - F_T(t) = R_T(t) \quad \square$$

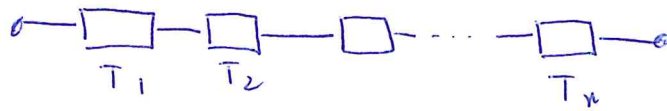
Anm: Weibull-fördelningen är flitigt förekommande i tillförlitlighets teori.

Vi studerar kortfattat parallellkopplade system och seriekopplade system.

Parallell:



Serie:



p-system: Systemet fungerar om minst en komponent $\parallel$, $T = \max(T_1, \dots, T_n)$

s-system: Systemet fungerar om alla komponenter $\cap$, $T = \min(T_1, \dots, T_n)$

OBS: Vi antar att alla komponenter fungerar oberoende,

Sats: För ett (oberoende) p-system

gäller att $R_T(t) = 1 - (1 - R_{T_1}(t)) \dots (1 - R_{T_n}(t))$

B: $R_T(t) = P(T > t) = P(\max(T_1, \dots, T_n) > t)$

$$= 1 - P(\max(T_1, \dots, T_n) \leq t) = 1 - P(T_1 \leq t, T_2 \leq t, \dots, T_n \leq t)$$

$$= 1 - P(T_1 \leq t) \dots P(T_n \leq t) = 1 - F_{T_1}(t) \dots F_{T_n}(t).$$

ober. $\square$

Sats: För ett (oberoende) s-system

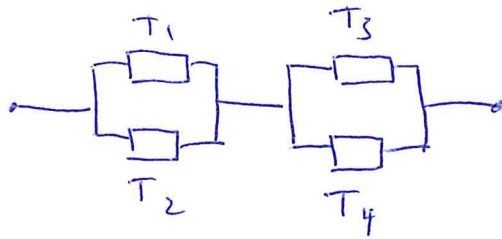
gäller att $R_T(t) = R_{T_1}(t) \dots R_{T_n}(t) = \prod_{k=1}^n R_{T_k}(t)$

B: $R_T(t) = P(\min(T_1, \dots, T_n) > t)$

$$= P(T_1 > t, T_2 > t, \dots, T_n > t) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{ober}}}{=} P(T_1 > t) \dots P(T_n > t)$$

$$= R_{T_1}(t) \dots R_{T_n}(t). \quad \square$$

Anm: Mer komplexa system kan nu byggas:



"behandla först T_1, T_2 sedan T_3, T_4 etc"

Tal 1: Låt $T \sim \text{Exp}(\beta)$, beräkna $g_T(t)$.

L: Vi har att $f_T(t) = \frac{1}{\beta} e^{-t/\beta} \quad t \geq 0$.

$$\Rightarrow F_T(t) = \int_{-\infty}^t f_T(s) ds = \int_0^t \frac{1}{\beta} e^{-s/\beta} ds = \left[-e^{-s/\beta} \right]_0^t = 1 - e^{-t/\beta}$$

s.a. $R_T(t) = 1 - F_T(t) = e^{-t/\beta}$

Vi ser att $g_T(t) = \frac{f_T(t)}{R_T(t)} = \frac{\frac{1}{\beta} e^{-t/\beta}}{e^{-t/\beta}} = \frac{1}{\beta}$

Tal 2: Låt $T_1 \sim \text{Exp}(\beta_1)$ och $T_2 \sim \text{Exp}(\beta_2)$

Beräkna $R_T(t)$ om T_1 o T_2 är seriekopplade.

L: Enligt satsen ovan har vi att

$$R_T(t) = R_{T_1}(t) R_{T_2}(t). \quad \text{Enligt tal 1 har vi}$$

$$\text{att } R_{T_k}(t) = e^{-t/\beta_k} \quad \text{för } k=1,2.$$

$$\Rightarrow R_T(t) = e^{-t/\beta_1} e^{-t/\beta_2} = e^{-t(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2})}$$

Vi ser att $T \sim \text{Exp}\left(\frac{1}{\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}}\right)$.

Tal 3: Samma som tal 2 men parallellkoppl.

L: Enligt sats gäller att

$$R_T(t) = 1 - (1 - R_{T_1}(t))(1 - R_{T_2}(t))$$

$$= R_{T_1}(t) + R_{T_2}(t) - R_{T_1}(t) R_{T_2}(t)$$

$$= e^{-t/\beta_1} + e^{-t/\beta_2} - e^{-t\left(\frac{1}{\beta_1} + \frac{1}{\beta_2}\right)}$$