

- Reducerade försöksplaner
- Generatorer
- Definierande relationer
- Ord
- Upplösning

- Varje mätning kommer med en kostnad.
I många fall är den kostnaden så dyr att man vill minimera antalet mätningar man behöver genomföra.
- Vi har sett att ifall vi vill analysera påverkan av K faktorer så behöver vi göra minst 2^K antal mätningar.
- Detta blir ett ganska stort antal mätningar om vi egentligen bara tror att huvudeffekter och lägre ordningens samspelseffekter existerar.
- Kan man komma undan med att göra ett mindre antal mätningar?

- Det finns ett sätt: “**reducerad försöksplan**”.
- Att använda en reducerad försöksplan kan alltså minska kostnader men man tvingas offra någonting också.
Vissa skattade effekter kommer nu att blandas ihop så att den skattade effekten egentligen blir summan av flera olika effekter. Det går alltså inte att särskilja vissa effekter från varandra (men det går att lägga upp detta på ett mer eller mindre gynnsamt sätt så att effekterna av denna ihopblandning blir små).

Exempel

Säg att vi vill minska antal mätningar i ett 2^3 försök (alltså ett försök med 3 faktorer).

Grupp nr	A	B	C	AB	BC	AC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	+	-	+
3	-	+	-	-	-	+	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	-	+	-
7	-	+	+	-	+	-	-
8	+	+	+	+	+	+	+

Vi väljer en effekt som vi skall "offra", vilket alltså blir en effekt som inte kommer att skattas i vårt reducerade försök. Låt oss välja *ABC* då ett trefaktorsamspel oftast är mindre relevant än lägre ordningens effekter (allmänt gäller att effekter av lägre ordning är mer sannolika än effekter av högre ordning).

Skugga grupper (rader) för vilka ABC är "hög" (eller "låg" om du hellre vill, det spelar ingen roll).

Grupp nr	A	B	C	AB	BC	AC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	+	-	+
3	-	+	-	-	-	+	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	-	+	-
7	-	+	+	-	+	-	-
8	+	+	+	+	+	+	+

“Klipp bort” de skuggade raderna.

Grupp nr	A	B	C	AB	BC	AC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
4	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	-	+	-
7	-	+	+	-	+	-	-

Det blir bara fyra mätgrupper kvar. Vi har alltså reducerat antal mätningar/grupper/rader med hälften.

ABC-kolumnen, som består av endast (-), kommer att vara given av $-M$, där medelvärdeskolumnen $M=[(+),(+),(+),(+)]$ består av endast (+); M kallas även I i boken. Vi får alltså den skattade effekten $\ell_{ABC} = -\ell_M = -(y_1 + y_2 + y_3 + y_4)/4$.

Vi tittar nu på övriga kolumner och får t.ex. att:

Grupp nr	A	B	C	AB	BC	AC
1	-	-	-	+	+	+
2	+	+	-	+	-	-
3	+	-	+	-	-	+
4	-	+	+	-	+	-

$$\ell_A = \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_3}{2} - \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_4}{2}$$

$$\ell_{BC} = \frac{\bar{y}_1 + \bar{y}_4}{2} - \frac{\bar{y}_2 + \bar{y}_3}{2} = -\ell_A$$

De skattade effekterna av ℓ_A och ℓ_{BC} kommer alltså att vara helt beroende av varandra oavsett omständigheterna, dvs oavsett vilket system vi faktiskt valt att studera och oavsett vilka faktorer vi har valt att kalla A , B och C .

Grupp nr	A	B	C	AB	BC	AC
1	-	-	-	+	+	+
2	+	+	-	+	-	-
3	+	-	+	-	-	+
4	-	+	+	-	+	-

Det som hänt är att vi inte längre har en representant av varje nivå på alla andra faktorer då A är hög respektive låg. Istället så visar det sig att BC alltid är hög då A är låg och tvärtom. Om vi ursprungligen hade tagit bort alla rader där ABC har låg nivå så hade kolumnerna för A och BC varit identiska.

Våra skattade effekter kommer alltså vara summan av olika effekter. När vi försöker räkna ut ℓ_A räknar vi egentligen ut $\ell_A - \ell_{BC}$. Vi kan alltså inte separera hur mycket av effekten som berodde på vilken av de två effekterna.

- Vi kallar detta att BC är ett **alias** till A (och tvärtom).
- Om vi som här valde att ta bort en effekt helt och alltså minska antalet mätningar till hälften så säger vi att vi har en 2^{3-1} -plan. Det är alltså egentligen en 2^3 plan fast vi har reducerat den med en nivå.
- Hade vi reducerat med två nivåer (och sålunda bara haft två mätningar/rader återstående) så hade vi kallat det en 2^{3-2} plan.
- Varje plan som reduceras en nivå kommer innebära att man minskar antal grupper till hälften och att varje effekt får exakt ett alias.
- Reducering med m nivåer ger 2^{K-m} grupper och varje effekt får exakt $2^m - 1$ alias.

- Vi såg hur vi kunde få en reducerad försöksplan genom att välja bort någon valfri effekt.
- Man kan se att planen vi fick av att ta bort de skuggade raderna motsvarade en 2^2 -plan med några extra kolumner och kolumner omkastade.
- Vi kan istället utgå från en $2^{(K-m)}$ -plan för att skapa en reducerad plan, 2^{K-m} -plan.

Skapande av en reducerad försöksplan

Vi kan börja med att konstruera en 2^2 -plan.

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	+	+
3	+	-	-
4	-	+	-

Genom att sätta ett bestämt alias för en effekt sätter man implicit alla alias för hela 2^{3-1} -planen.

T.ex. kan vi bestämma att effekt *C* skall beblandas med/ersätta *AB*.

- Påståendet $C = AB$ kallar vi för en **generator** eftersom detta påstående kommer generera vår reducerade försöksplan. Det är givet att AB och C är alias till varandra.
- Vi kan också se att om vi multiplicerar tecknen i A -kolumnen med tecknen i AB -kolumnen så får vi B -kolumnen. Men, AB kolumnen är ju identisk med C kolumnen. Alltså måste tvåfaktorsamspelet AC ha samma tecken som B så AC och B är alltså alias till varandra!
- Detta resonemang går att generalisera.

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	+	+
3	+	-	-
4	-	+	-

- Ta generatoren och multiplicera både vänster och höger led med bokstaven i vänster led (radvis). Alltså i vårt fall:

$$C \cdot C = C \cdot AB.$$

- Varje gång en och samma bokstav multipliceras med sig själv så tar den ut sig själv (tänk att varje rad-värde i C kolumnen multiplicerat med sig själv kommer blir $+1$).
- Detta leder till att

$$CC = CAB \Leftrightarrow M = CAB.$$

M är ju en kolumn med bara $+1$ för i varje rad. Det innebär att vilken kolumn som helst multiplicerat med M kommer bli sig själv.

- $M = CAB$ kallas vår 2^{3-1} -plans **definierande relation**. Hade vi valt en annan generator så hade vi fått en annan definierande relation.
- Bokstavskombinationerna till höger om likhetstecknet i den definierande relationen kallas för ett **ord**.
- Den definierande relationen motsvarar vilken effekt som sammanblandas med medelvärdet, M .
- Tricket är nu att vi kan ta fram alias till vilken effekt som helst genom att multiplicera effekten med ordet.
T.ex. visste vi ju redan att B och AC är alias till varandra. Vi ser nu även att $B \cdot CAB = CA = AC$.
Vi kan också nu ta reda på att $A = A \cdot M = A \cdot ABC = BC$.
Alltså är A och BC alias.

Grupp nr	A	B	AB
1	-	-	+
2	+	+	+
3	+	-	-
4	-	+	-

- Då vi reducerar med mer än en nivå så kommer vi ha mer än en definierande relation.
- Dessa definierande relationer ger varsitt ord. Vi benämner dessa ord $l_1, l_2, \dots$
- De första definierande relationerna räknar man ut med hjälp av de olika generatorerna (vi måste ju definiera en generator för varje nivå vi reducerar).
- De återstående definierande relationerna får vi genom att multiplicera orden från de redan uträknade definierade relationerna med varandra i alla tänkbara kombinationer.

- Reducerar vi med två nivåer får vi alltså tre definierande relationer. Två från generatorerna och den sista genom att multiplicera ihop orden från de andra två.
Alltså, orden l_1 och l_2 definierade via generatorerna. Det sista ordet blir då $l_3 = l_1 \cdot l_2$.
- Reducerar man med m nivåer ger det då $\sum_{k=1}^m \binom{m}{k} = 2^m - 1$ olika definierande relationer och således $2^m - 1$ alias till varje effekt.

- Antag att vi vill se hur 5 faktorer påverkar vår storhet, y .
- Vi har inte resurserna att utföra alla 32 mätningar som skulle behövas för ett fullständigt 2^5 -försök.
Istället reducerar vi med 2 nivåer så att vi bara behöver göra 8 mätningar.
- Vi får alltså en 2^{5-2} -plan.

Börja som om det var en vanlig 2^3 -plan.

Grupp nr	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

- Vi väljer nu våra två generatorer, en för varje nivå som vi reducerar.
Låt oss välja

$$AB = D$$

$$AC = E$$

Vår plan blir nu:

Grupp nr	A	B	C	D	E	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

- Vad blir de definierande relationerna?

Vår plan blir nu:

Grupp nr	A	B	C	D	E	BC	ABC
1	-	-	-	+	+	+	-
2	+	-	-	-	-	+	+
3	-	+	-	-	+	-	+
4	+	+	-	+	-	-	-
5	-	-	+	+	-	-	+
6	+	-	+	-	+	-	-
7	-	+	+	-	-	+	-
8	+	+	+	+	+	+	+

- Vi får de definierande relationerna

$$I_1 = DAB = ABD$$

$$I_2 = EAC = ACE$$

$$I_3 = ABD \cdot ACE = BCED$$

$$I_1 = ABD, I_2 = ACE, I_3 = BCDE$$

- Vilka alias har vi?

$$I_1 = ABD, I_2 = ACE, I_3 = BCDE$$

- Vi får alias:

Faktor	I_1	I_2	I_3
$M:$	ABD	ACE	$BCDE$
$A:$	BD	CE	$ABCDE$
$B:$	AD	$ABCE$	CDE
$C:$	$ABCD$	AE	BDE
$D:$	AB	$ACDE$	BCE
$E:$	$ABDE$	AC	BCD
$BC:$	ACD	ABE	DE
$ABC:$	CD	BE	ADE

- Kom ihåg att kolumnerna för alla huvudeffekter bör vara utskrivna i tabellen för den reducerade försöksplanen. Detta är nödvändigt för att man när man väl utför experimenten skall se hur man skall ställa in faktornivåerna i respektive mätgrupp.
- Vi ser att alla effekter vi försöker skatta kommer att blandas ihop med $2^m - 1$ andra effekter (där m är antal reducerade nivåer). Även medelvärdet.
- Sammanblandningen kan leda till att vi tror att effekter inte existerar om de sammanblandade effekterna tar ut varandra även om de var och en är stora.

- Oftast är effekter av högre ordningen (trefaktorsamspel eller högre) inte så starka. Det är inte ovanligt att man antar att dessa inte existerar eller är så små att man inte bryr sig om dem.
- Man skulle därför vilja att huvudeffekter, och helst även tvåfaktorsamspel, inte hade alias som också var huvudeffekter eller tvåfaktorsamspel (man vill kunna särskilja dessa).
- Om vi tittar på våra alias i exemplet ovan ser vi att ingen huvudeffekt har en annan huvudeffekt som alias. Dock har de alla ett tvåfaktorsamspel. Vi ser också att medelvärdet inte har någon huvudeffekt eller tvåfaktorsamspel som alias.

- Ordningen aliasens samspelseffekter är relaterade till orden i de definierande relationerna.
- Har vi ord som alla är större än 3 bokstäver så kan omöjligt en huvudeffekt få ett alias av mindre ordning än 3-faktorsamspel (eftersom en bokstav max kan dra bort en bokstav från orden).
- Vi ser alltså att det finns en fördel med att ha långa ord i våra definierande relationer!
- En kedja är ju aldrig starkare än sin svagaste länk och därför får man titta på det ord som är kortast för att se hur bra sammanblandningsmönster vi kan få. Antal bokstäver i det kortaste ordet kallas den reducerade försöksplanens **upplösning**.
- I exemplet ovan var upplösningen 3 då både I_1 och I_2 hade ord som var 3 bokstäver långa.

- Vi har alltså en 2_{III}^{5-2} -plan. (Man skriver upplösningen med romerska bokstäver som index till 2:an)
- Hade vi kunnat få en bättre plan?

- Vi har alltså en 2_{III}^{5-2} -plan. (Man skriver upplösningen med romerska bokstäver som index till 2:an)
- Hade vi kunnat få en bättre plan?
Nej, det finns bara ett 3-faktor samspel i en 2^3 -plan. Om de första orden båda skall vara 4 bokstäver långa så måste man sätta båda generatorerna till trefaktorsamspelet, detta leder till att tredje ordet blir M .
- Upplösning III är alltså det bästa vi kan åstadkomma för en 2^{5-2} -plan.

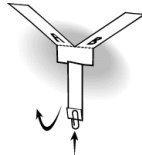
- En fullständig försöksplan kan kräva många mätningar och därför bli dyr.
- En reducerad försöksplan kan göras istället men har vissa nackdelar.

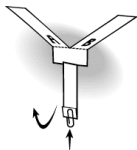
I en reducerad försöksplan får skattade effekter alias med vilka de delar skattningen. Detta kan vara problematiskt om man har alias som har en stor effekt och "blandar sig i" den uppskattade effekten.

- Högre upplösning gör att lägre ordningens samspelseffekter inte blandar sig med varandra.
- Man kan använda reducerade försöksplaner för en preliminär analys som sedan skall ge en svar på om det är värt att fortsätta med en mer grundlig fullständig analys.

- Genomgång: Helikopterlabben
- Exempel: Reducerat faktorförsök

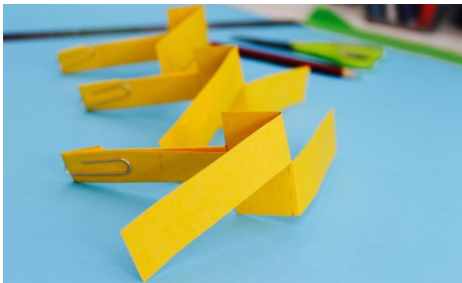
- Ni tar rollen av att vara konsulter åt ett företag som tillverkar pappershelikoptrar.
- Företaget har identifierat 5 olika faktorer som de tror har påverkan på flygdugligheten.
- Företaget vill nu att ni skall undersöka hur dessa 5 faktorer påverkar tiden som helikoptern kan stanna i luften.
- Deras förhoppning är att ni skall kunna ge dem förslag på hur de skall ställa om sin produktion så att helikoptern i genomsnitt stannar längre i luften.





- 5 faktorer är som sagt givna i uppgiften (tejpade , bredd, längd, vinglängd, gemtyngd).
- Ni får byta ut faktorer mot egna faktorer om ni har några egna idéer av vad som skulle kunna påverka flygförmågan.
- En provplan för ett reducerat faktorförsök är given i uppgiften (2^{5-1}). Använd er av den.
- Instruktioner på hur ni skapar helikoptrarna är inkluderade i uppgiftens pdf-fil.
- Ni får bara utföra 16 mätningar och därför kan inte variansen skattas med metod I från föreläsningarna. Istället måste ni använda er av ett normalfördelningspapper (finns inkluderat i uppgiftens pdf) för att undersöka vilka effekter som verkar vara signifikanta.

- Den reducerade försöksplanen är som sagt redan bestämd. Studera den och hitta generatorer, definierande relationer och sammanblandningsmönster för huvudeffekterna.
- När ni gör mätningarna, tänk på vad som kan vara källor till systematiska fel. Beskriv dessa samt hur ni gör för att försöka undvika dessa felen.



- Resultatet av er undersökning skall bli en labbrapport.
- Skriv rapporten så att man kan förstå den utan att ha läst uppgiften.
- Beskriv utförandet, analysen och resultaten.
- Rapporten skall inkludera den reducerade försöksplanen med ifyllda uppmätta värden.
- Rapporten skall inkludera det ifyllda normalfördelningspappret.
- **Rapporten skall skickas in via canvas i pdf-format.**
Detta innebär att om ni fyllt i försöksplanen och normalfördelningspappret för hand så får ni skanna in dem till er digitala rapport.
Oavsett vilket program ni väljer att skriva rapporten i så finns det alltid någon möjlighet att spara den som pdf.

- Gå med i någon av de grupperna som finns på kursens canvas-sida. Det går max att vara 4 personer i varje grupp.
- Rapporten skall laddas på canvas senast 21:e December 2019.
- Inlämning består i en bifogad pdf-fil.
- Pdf-filerna kommer läsas och jämföras både av ett automatiskt program och av rättaren. Kom därför ihåg att inga grupper får skriva av varandra eller använda sig av gemensamma mätningar då detta räknas som fusk.

Lycka till!

Problem: Tenta 2018-01-09 uppgift 5

Fullständigt faktorförsök:

Nr.	A	B	C	D	$\bar{y}$
1	-	-	-	-	42
2	+	-	-	-	54
3	-	+	-	-	43
4	+	+	-	-	52
5	-	-	+	-	41
6	+	-	+	-	56
7	-	+	+	-	44
8	+	+	+	-	55
9	-	-	-	+	41
10	+	-	-	+	53
11	-	+	-	+	44
12	+	+	-	+	51
13	-	-	+	+	43
14	+	-	+	+	57
15	-	+	+	+	48
16	+	+	+	+	59

a)

Beräkna samspelseffekten I_{AB} .

Problem: Tenta 2018-01-09 uppgift 5

Fullständigt faktorförsök:

Nr.	A	B	C	D	AB	$\bar{y}_i$
1	-	-	-	-	+	42
2	+	-	-	-	-	54
3	-	+	-	-	-	43
4	+	+	-	-	+	52
5	-	-	+	-	+	41
6	+	-	+	-	-	56
7	-	+	+	-	-	44
8	+	+	+	-	+	55
9	-	-	-	+	+	41
10	+	-	-	+	-	53
11	-	+	-	+	-	44
12	+	+	-	+	+	51
13	-	-	+	+	+	43
14	+	-	+	+	-	57
15	-	+	+	+	-	48
16	+	+	+	+	+	59

$$\begin{aligned}\ell_{AB} &= \frac{42 - 54 - 43 + 52 + 41 - 56 - 44 + 55 + 41 - 53}{8} \\ &+ \frac{-44 + 51 + 43 - 57 - 48 + 59}{8} = -\frac{15}{8} = -1.875\end{aligned}$$

$$\ell_{AB} = \frac{42 - 54 - 43 + 52 + 41 - 56 - 44 + 55 + 41 - 53}{8} + \frac{-44 + 51 + 43 - 57 - 48 + 59}{8} = -\frac{15}{8} = -1.875$$

b)

Beräkna ett 99% referensintervall om standardavvikelsen för respektive $\bar{y}_i$ är $\sigma = 2$. Avgör om effekten AB är signifikant.

$$\ell_{AB} = \frac{42 - 54 - 43 + 52 + 41 - 56 - 44 + 55 + 41 - 53}{8} + \frac{-44 + 51 + 43 - 57 - 48 + 59}{8} = -\frac{15}{8} = -1.875$$

b)

Beräkna ett 99% referensintervall om standardavvikelsen för respektive $\bar{y}_i$ är $\sigma = 2$. Avgör om effekten AB är signifikant.

Vi får referensintervallet

$$\pm Z_{0.01/2} \frac{2\sigma}{\sqrt{16}} \approx 2.575$$

Alltså är ℓ_{AB} inte signifikant då $1.875 < 2.575$.

c)

Antag att man också är intresserad av faktorerna E , F och G . Man gör ett reducerat faktorförsök med 16 grupper där A , B , C och D är som ovan. Generatorerna är $E = ABCD$, $F = ABC$ och $G = BCD$. Beräkna alla ord och bestäm upplösningen. Förklara även varför det är ett dåligt val av generatorer om man inte vill att E skall beblandas med något tvåfaktorsamspel.

c)

Antag att man också är intresserad av faktorerna E , F och G . Man gör ett reducerat faktorförsök med 16 grupper där A , B , C och D är som ovan. Generatorerna är $E = ABCD$, $F = ABC$ och $G = BCD$. Beräkna alla ord och bestäm upplösningen. Förklara även varför det är ett dåligt val av generatorer om man inte vill att E skall beblandas med något tvåfaktorsamspel.

$$I_1 = ABCDE,$$

$$I_2 = ABCF, I_3 = BCDG$$

$$I_4 = I_1 \cdot I_2 = DEF,$$

$$I_5 = I_1 \cdot I_3 = AEG, I_6 = I_2 \cdot I_3 = ADFG$$

$$I_7 = I_1 \cdot I_2 \cdot I_3 = BCEFG$$

Upplösning III eftersom I_4 bara har 3 bokstäver.

Ord I_4 och I_5 leder till att E sammanblandas med DF och AG vilket inte var bra!

Vi kan undvika att E sammanblandas med tvåfaktorsamspel genom att välja generatorerna $E = ABC$, $F = BCD$ och $G = ACD$. Då får vi orden:

$$I_1 = ABCE,$$

$$I_2 = BCDF, I_3 = ACDG$$

$$I_4 = I_1 \cdot I_2 = ADF, \quad I_5 = I_1 \cdot I_3 = BDEG, I_6 = I_2 \cdot I_3 = ABFG$$

$$I_7 = I_1 \cdot I_2 \cdot I_3 = CFG$$

Detta är också en 2_{III}^{7-3} -plan.

d)

Antag att man gör ett fullständigt faktorförsök med 8 faktorer. Hur många 3-faktorsamspel finns det?

d)

Antag att man gör ett fullständigt faktorförsök med 8 faktorer. Hur många 3-faktorsamspel finns det?

$$\binom{8}{3} = \frac{8!}{5!3!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2} = \frac{336}{6} = 56$$

Det finns 56 olika 3-faktorsamspel.

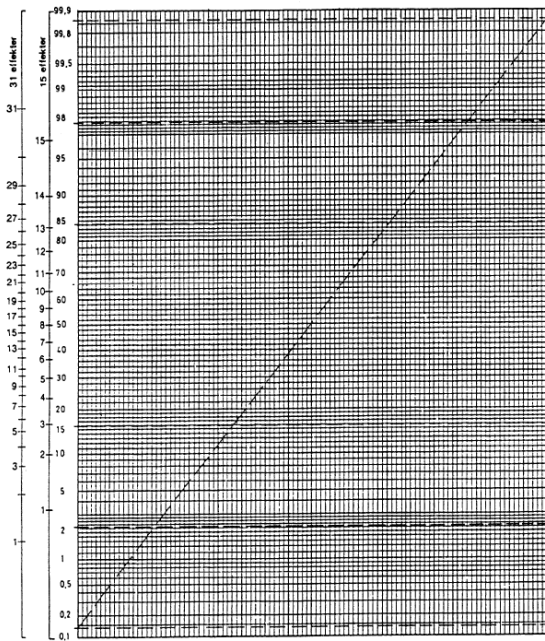
Exempel: normalfördelningsdiagram

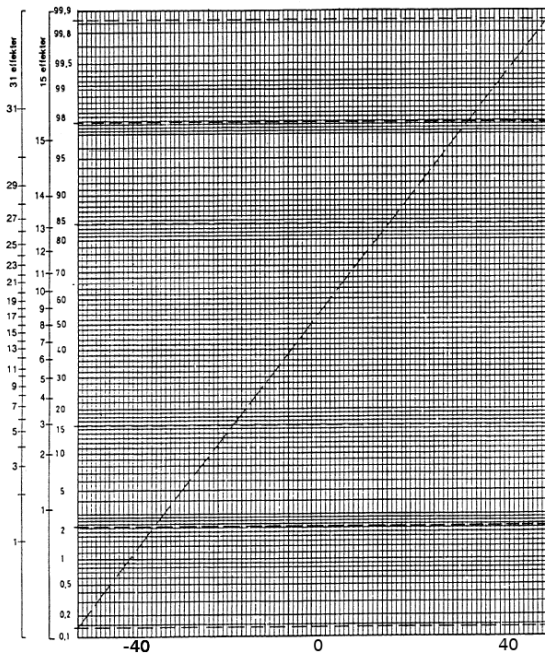
Antag att vi från ett faktorförsök har skattat 21 effekter. De skattade effekterna hade värdena:

-8.6	-8.9	-9.6	8.3	-42.0	-23.7	36.0
39.0	-22.2	25.27	5.9	10.97	-17.3	-4.2
-10.5	-32.4	16.6	15.6	-2.2	-1.6	-6.3

Uppgift

Avgör vilka effekter som är signifikanta.

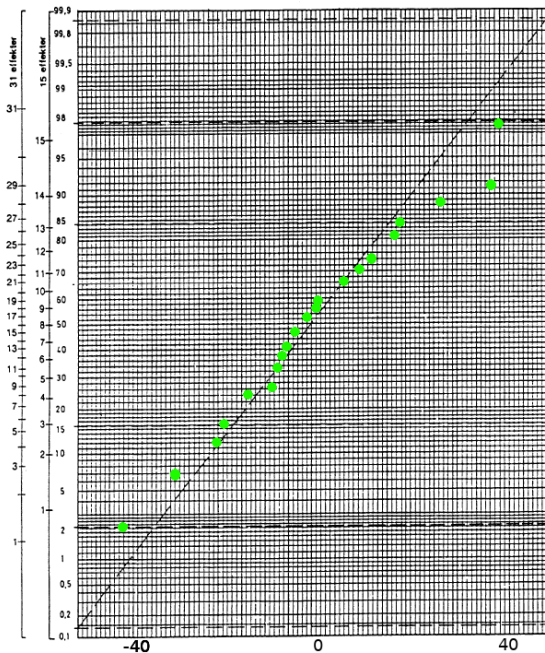




$$p_i = \frac{i - 0.5}{21}$$

2.38%	7.2%	11.9%	16.7%	21.4%	26.2%	31.0%
35.7%	40.5%	45.2%	50.0%	54.8%	59.5%	64.3%
69.0%	73.8%	78.6%	83.3%	88.1%	92.9%	97.6%

Sortera de skattade effekterna från lägsta till högsta, $\{x_i\}_{i=1}^{21}$ där $x_1 = -42$ är det lägsta värdet och $x_{21} = 39$ är det högsta. Rita ut punkterna (x_i, p_i) i normalfördelningsdiagrammet.



Uppgift

Avgör vilka effekter som är signifikanta.

Från normalfördelningsdiagrammet gör vi t.ex. bedömningen att de två största effekterna är signifikanta.

-8.6	-8.9	-9.6	8.3	-42.0	-23.7	36.0
39.0	-22.2	25.27	5.9	10.97	-17.3	-4.2
-10.5	-32.4	16.6	15.6	-2.2	-1.6	-6.3

Det motsvarar effekt nummer 7 och 8. Datan i det här exemplet var konstruerad så att effekt 5, 7 och 8 inte skulle följa referensfördelningen. Vår slutsats ledde dock till att vi inte upptäckte effekt nummer 5.

Pga slumpen/brus så kommer det alltid att finnas en risk att man inte upptäcker effekter som egentligen är skilda från noll eller att man tycker effekter är signifikanta som egentligen är noll (s.k. typ I- och typ II-fel).

Uppgift 16:

- Konstruera en 2^{6-2} -faktordesign med så hög upplösning som möjligt.
- Vilka generatorer har din design?
- Vilka är orden i din definierande relation?
- Vilka effekter blir sammanblandade med huvudeffekten för faktor C i din design?
- Vilka effekter blir sammanblandade med tvåfaktorsamspelet AB i din design?

Lösningar:

a)

- Vi noterar först att en 2^{6-2} -design har $2^{6-2} = 2^4 = 16$ försök så vi utgår från en 2^4 -design, med faktorerna A,B,C,D samt samspel (det största är ABCD).
- Vi behöver ange 2 generatorer vilka talar om för oss hur vi skall offra kolumner för faktorerna E och F.
- Det allmänna resonemanget gör gällande att samspel av ordningen 3 och uppåt (oftast) inte existerar när vi inkluderar samspel av ordningen 2.
- Vi offrar två stycken samspel av ordningen 3 eftersom offer av ett 3-samspel och ett 4-samspel ger lägre upplösning – vi vill ha så hög upplösning som möjligt (se sid. 69 i boken för detaljer).

Designmatrisen:

Nr	E F															
	M	A	B	C	D	AB	AC	AD	BC	BD	CD	ABC	ABD	ACD	BCD	ABCD
1	+	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-	-	-	+
2	+	+	-	-	-	-	-	-	+	+	+	+	+	+	-	-
3	+	-	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	-
4	+	+	+	-	-	+	-	-	-	-	+	-	-	+	+	+
5	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	+	-
6	+	+	-	+	-	-	+	-	-	+	-	-	+	-	+	+
7	+	-	+	+	-	-	-	+	+	-	-	-	+	+	-	+
8	+	+	+	+	-	+	+	-	+	-	-	+	-	-	-	-
9	+	-	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-
10	+	+	-	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+
11	+	-	+	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	-	+
12	+	+	+	-	+	+	-	+	-	+	-	-	+	-	-	-
13	+	-	-	+	+	+	-	-	-	-	+	+	+	-	-	+
14	+	+	-	+	+	-	+	+	-	-	+	-	-	+	-	-
15	+	-	+	+	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	+	-
16	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

b) En möjlighet att offra/definiera generatorer ges av $E = ABC$ och $F = ABD$.

c)

Vi hade valt generatorerna $E = ABC$ och $F = ABD$. Den första generatoren ger den definierande relationen $I_1 = M = EE = EABC = ABCE$ (multiplicera båda sidor av generatoren med E) och den andra ger $I_2 = M = FF = FABD = ABDF$ (multiplicera båda sidor av generatoren med F). Notera att vi bara flyttar över bokstaven i vänsterledet till högerledet och sätter I i vänsterledet.

Den tredje ges av multiplikation av de första två:

$I_3 = M = MM = I_1 I_2 = ABCEABDF = AABBCDEF = CDEF$. Kom ihåg att vi kallar alla högerleden för 'ord', dvs $ABCE$, $ABDF$ och $CDEF$.

d)

Sammanblandningsmönstret för C får vi genom att multiplicera C med båda sidor av de definierande relationerna: $C = CM = CI_1 = CABCE = CCABE = ABE$,
 $C = CM = CI_2 = CABDF = ABCDF$, $C = CM = CI_3 = CCEDF = DEF$. Med andra ord blir C sammanblandad med (dvs den skattade effekten för C går inte att särskilja från) ABE , DEF och $ABCDF$.

e)

Sammanblandningsmönstret för AB : $AB = ABM = ABI_1 = ABABCE = CE$,
 $AB = ABM = ABI_2 = ABABDF = DF$, $AB = ABM = ABI_3 = ABCDEF$. Med andra
ord blir AB sammanblandad med CE , DF och $ABCDEF$.