Identiteter för nablaräkning

Antag att ϕ och ψ är skalärfält och att $\mathbf{F}$ och $\mathbf{G}$ är vektorfält, alla av klass C^1 för de första sex identiteterna och klass C^2 för de sista tre. Då gäller följande identiteter

$$\boldsymbol{\nabla}(\phi\psi) = \phi\boldsymbol{\nabla}\psi + \psi\boldsymbol{\nabla}\phi \tag{1a}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(\phi\mathbf{F}) = (\boldsymbol{\nabla}\phi)\cdot\mathbf{F} + \phi(\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{F}) \tag{1b}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\phi\mathbf{F}) = (\boldsymbol{\nabla}\phi)\times\mathbf{F} + \phi(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F}) \tag{1c}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(\mathbf{F}\times\mathbf{G}) = (\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F})\cdot\mathbf{G} - \mathbf{F}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{G}) \tag{1d}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\mathbf{F}\times\mathbf{G}) = (\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{G})\mathbf{F} + (\mathbf{G}\cdot\boldsymbol{\nabla})\mathbf{F} - (\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{F})\mathbf{G} - (\mathbf{F}\cdot\boldsymbol{\nabla})\mathbf{G} \tag{1e}$$

$$\boldsymbol{\nabla}(\mathbf{F}\cdot\mathbf{G}) = \mathbf{F}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{G}) + \mathbf{G}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F}) + (\mathbf{F}\cdot\boldsymbol{\nabla})\mathbf{G} + (\mathbf{G}\cdot\boldsymbol{\nabla})\mathbf{F} \tag{1f}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F}) = 0 \tag{1g}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\phi) = \mathbf{0} \tag{1h}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times(\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{F}) = \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{F}) - \boldsymbol{\nabla}^2\mathbf{F} \tag{1i}$$

där $\boldsymbol{\nabla}^2 = \Delta$ är Laplace operatorn. De två första identiteterna gäller $\mathbb{R}^n$, men övriga bara i $\mathbb{R}^3$.