

• Kompletteringsuppgifter:

• K11: Kan parametriseras planet med x, y . $r(x, y) = (x, y, 5 + 2x - 2y)$
 $0 \leq x \leq 2$, $1 \leq y \leq 3$. $\frac{\partial r}{\partial x} = (1, 0, 2)$, $\frac{\partial r}{\partial y} = (0, 1, -2)$.

Kryssprodukt $(-2, 2, 1)$. Storlek 3. Alltså $\iint_S xz \, dS = 3 \int_0^2 \int_1^3 x(5 + 2x - 2y) \, dy \, dx$
 $= 176$. Svar: 176

K12: Per definition: Arean av område $S = \iint_S 1 \, dS$, $x \geq 0, y \geq 0$ säger att vi är i första kvadranten. $x^2 + y^2 \leq 8$ är disk, radie $\sqrt{8}$. Låt $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 8, x \geq 0, y \geq 0\}$, en kvartsdisk, parametrisk $r(x, y) = (x, y, xy)$, $(x, y) \in D$. $\frac{\partial r}{\partial x} = (1, 0, y)$, $\frac{\partial r}{\partial y} = (0, 1, x)$. Kryssprod

$= (-y, -x, 1)$. Storlek $\sqrt{x^2 + y^2 + 1}$. Alltså arean $= \iint_D \sqrt{1 + x^2 + y^2} \, dx \, dy$
 $= \text{polära koord} = \int_0^{\sqrt{8}} \int_0^{\pi/2} r \sqrt{1 + r^2} \, d\theta \, dr = \frac{\pi}{2} \int_0^{\sqrt{8}} r \sqrt{1 + r^2} \, dr = \left| \frac{1}{3} t = r^2 \right|$
 $= \frac{\pi}{4} \int_0^8 \sqrt{1+t} \, dt = \frac{13\pi}{3}$. Svar: Arean är $\frac{13\pi}{3}$ enheter.

K13: Har $r(u, v) = (u^2, v, u)$. $\frac{\partial r}{\partial u} = (2u, 0, 1)$, $\frac{\partial r}{\partial v} = (0, 1, 0)$.

Kryssprod $= (-1, 0, 2u)$. Storlek $\sqrt{1 + 4u^2}$. $\iint_S y^2 z \, dS = \int_0^1 \int_0^1 v^2 u \sqrt{1 + 4u^2} \, du \, dv$
 $= \left(\int_0^1 v^2 \, dv \right) \left(\int_0^1 u \sqrt{1 + 4u^2} \, du \right) = \dots = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{12} (5\sqrt{5} - 1) = \frac{1}{36} (5\sqrt{5} - 1)$

Svar! ↗