

Examinator: Thomas Wernstål**Telefonvakt:** Thomas Wernstål, telefon: 031-772 3557**Hjälpmedel:** Penna, suddgummi, linjal, pennvässare

Betygsgränser (inklusive bonus): 3:a: 22-33 poäng, 4:a: 34-43 poäng, 5:a: 44-52 poäng

Lösningar publiceras på kurshemsidan första vardagen efter tentamensdagen.

Resultatet meddelas i LADOK, och bör synas senast 2020-04-09.

Information om granskningstillfälle anslås på kurshemsidan senast 2020-04-09.

OBS: Behandla högst en uppgift per sida (deluppgifter går dock bra att ha på samma sida).
Numrera de inlämnade bladen *efter* att du sorterat dem! Använd inte röd penna!1. Derivera följande funktionsuttryck med avseende på x :

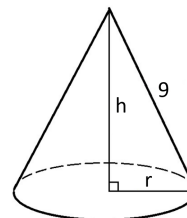
(a) $x \ln(2x + 1)$ (b) $\frac{\cos x - 1}{\sin x - 1}$ (c) $\sqrt{\arctan(x^2)}$ (7p)

2. Bestäm ekvationen för normalen till kurvan $xy^3 + \sqrt{xy} = 2$ i punkten $(1, 1)$ (6p)3. Betrakta funktionen $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$ (a) Bestäm definitionsmängden och eventuella lodräta asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera väl! (2p)(b) Bestäm eventuella vågräta och/eller sneda asymptoter till kurvan $y = f(x)$. Motivera väl! (2p)

(c) Bestäm eventuella kritiska punkter och gör ett teckenschema för derivatan. (3p)

(d) Skissa kurvan $y = f(x)$. All information från föregående deluppgifter skall tydligt framgå av grafen. (2p)

4. Taket till ett torn skall byggas av stavar som är 9 meter långa. Tornet skall ha formen av en rät cirkulär kon (se figur). Bestäm höjd och basradie för konen så att konens volym blir så stor som möjligt. (6p)

5. Låt $f(x) = xe^{-x}$ (a) Bestäm, för varje värde på konstanten C , antalet lösningar till ekvationen $f(x) = C$. (5p)(b) Vad är värdemängden till $f(x)$? (1p)(c) Bestäm i vilka intervall som kurvan $y = f(x)$ är konvex respektive konkav. (3p)6. Bestäm om möjligt konstanterna a och b så att funktionen

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & , \text{ då } x < 2 \\ bx - 2 & , \text{ då } x \geq 2 \end{cases}$$

blir deriverbar där $x = 2$ (5p)7. Visa utifrån derivatans definition att $D[\sin x] = \cos x$. (4p)(Det är tillåtet att använda att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ och $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0$ utan bevis.)8. Formulera satsen om derivatans tecken och växande/avtagande funktioner. Bevisa också satsen i fallet då $f'(x) > 0$ eller $f'(x) < 0$. (4p)**Lycka till!**