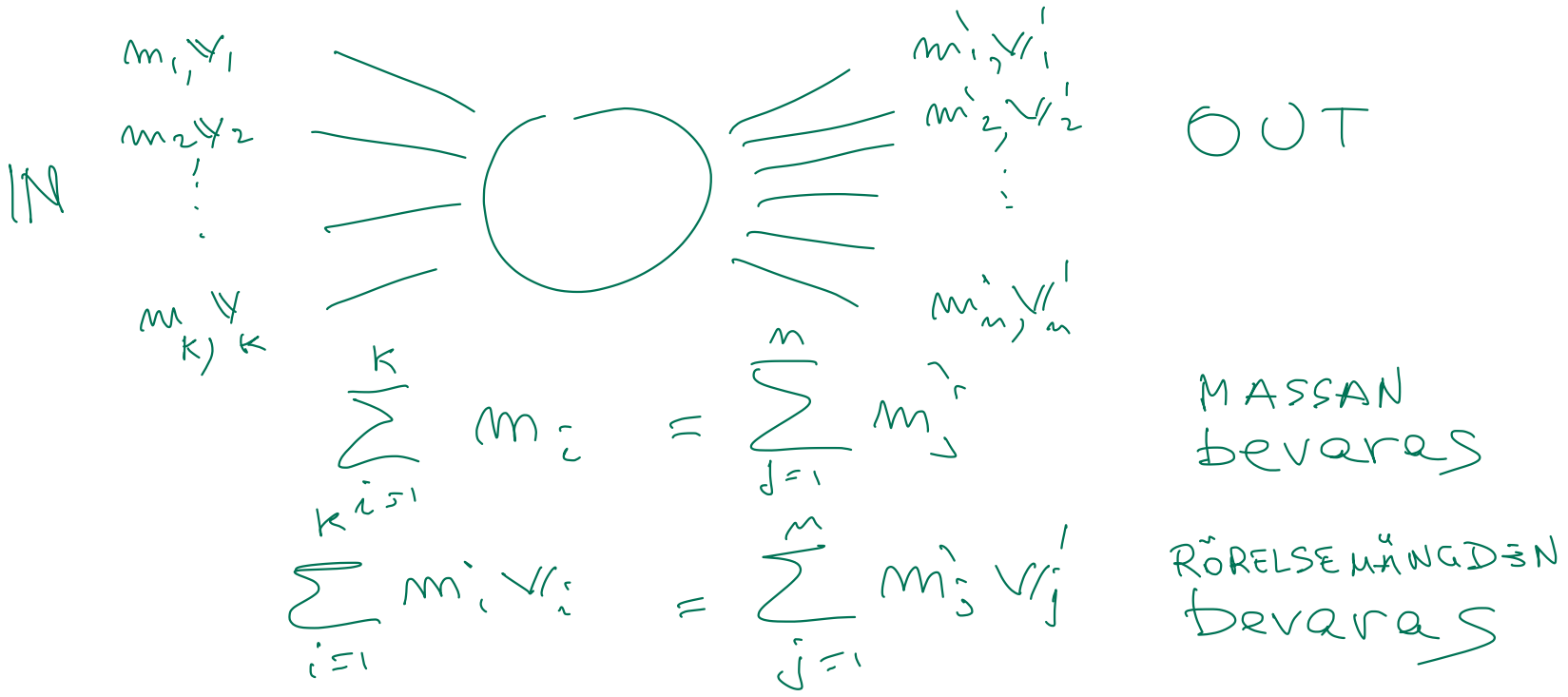


SPECIELL RELATIVITETSTEORI 2

De viktigaste resultaten i NEWTONS MEKANIK
är att i ett ISOLERA+T SYSTEM



Vi letar efter en RELATIVISTISK motsvarande
som uppfyller kraven:

- 1) GÄLLER OFÖRÄNDRAD I ALLA INERTIALSYSTEM.
- 2) REDUCERAS TILL NEWTONS DÅ ALLA $|v| \ll c$
(ibland säger man när $c \rightarrow \infty$)

DEF: Den RELATIVISTISKA 4-RÖRELSEMÄNGDEN:
(för en partikel med massa m):

$$P^\mu = m U^\mu = \left(m \gamma, m \gamma \mathbf{v} \right)$$

$\uparrow$
(INVARIANT MASSA)

$\mu=0$ $\mu=1, 2, 3.$

V_1 kallar $P = m \gamma V$

RELATIVISTISK
3-RÖRELSEMÄNGD.

$$\frac{|V|}{c} \rightarrow 0 \Rightarrow \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \rightarrow 1$$

$$\Rightarrow P^\mu \rightarrow (m, mV)$$

(Newtons uttryck för)
massa & rörelsemängd

$\Rightarrow$ KONSERVERING AV 4-RÖRELSEMÄNGD:

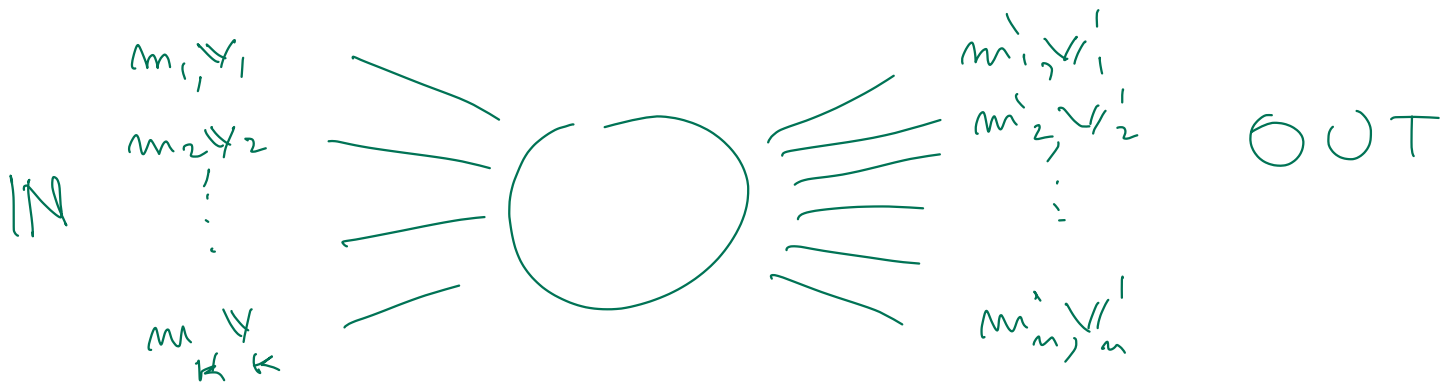
$$\sum_{i=1}^K P_i^\mu = \sum_{j=1}^N q_j^\mu$$

Anta att $\sum_{i=1}^K P_i^\mu = \sum_{j=1}^M Q_j^\mu$; ett inertialsystem.

i ett annat

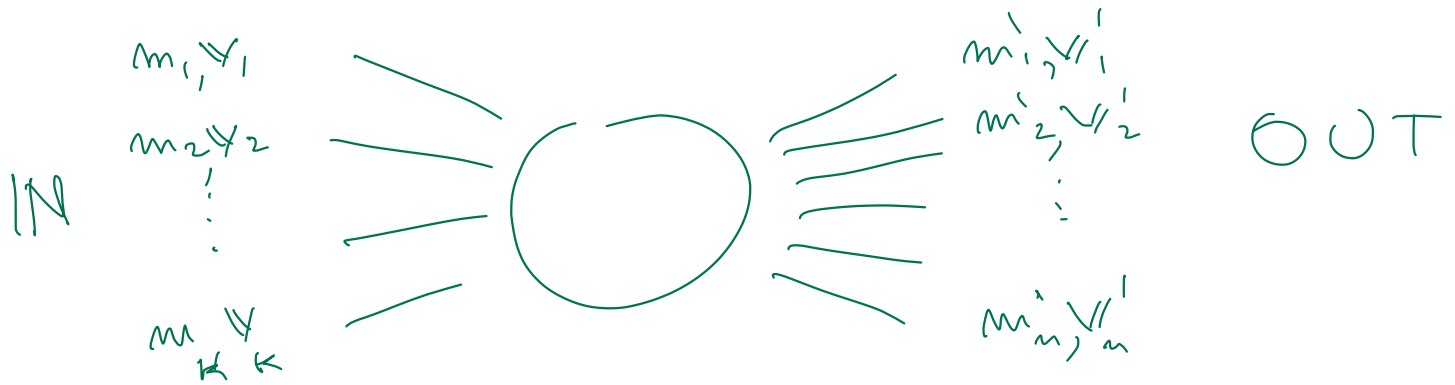
$$\sum P_i^{\prime\mu} \stackrel{?}{=} \sum Q_j^{\prime\mu}$$

JA! $\sum P_i^{\prime\mu} = \Lambda^\mu_\nu \sum P_i^\nu = \Lambda^\mu_\nu \sum Q_j^\nu = \sum Q_j^{\prime\mu}$



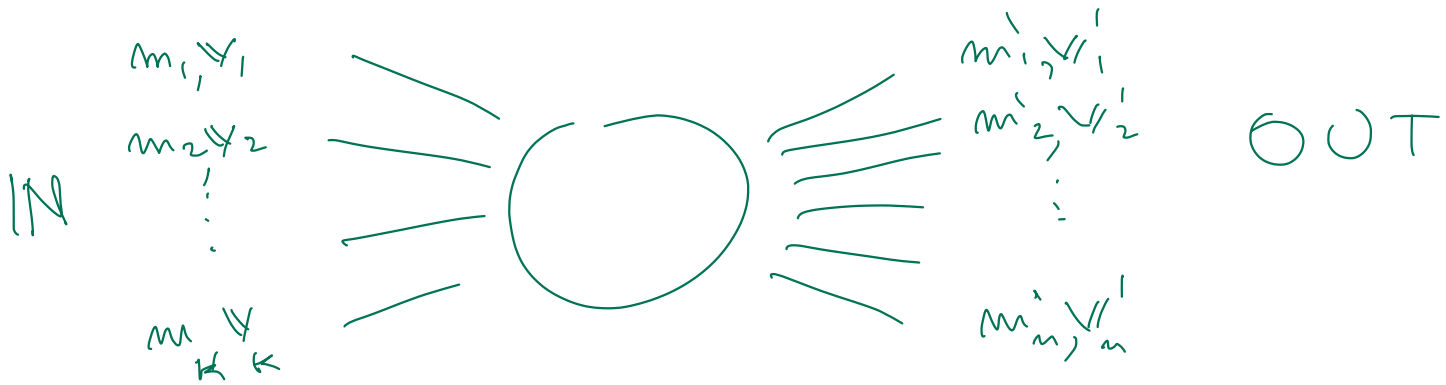
$$\sum_{i=1}^k m_i \gamma(v_i) = \sum_{j=1}^n m'_j \gamma(v'_j)$$

$$\sum_{i=1}^k m_i \gamma(v_i) v_i = \sum_{j=1}^n m'_j \gamma(v'_j) v'_j$$



$$\sum_{i=1}^k m_i \gamma(v_i) = \sum_{j=1}^n m'_j \gamma(v'_j)$$

$$\sum_{i=1}^k \underbrace{m_i \gamma(v_i) v_i}_{\text{REL 3-RÖRELSEMÄNGD BEVÄRAS}} = \sum_{j=1}^n m'_j \gamma(v'_j) v'_j$$



$$\sum_{i=1}^k \underbrace{m_i \gamma(v_i)}_{\text{VAD ÄR DET HÄR?}} = \sum_{j=1}^n m'_j \gamma(v'_j)$$

$$\sum_{i=1}^k \underbrace{m_i \gamma(v_i) v_i}_{\text{P}_i \text{ REL 3-RÖRELSEMÄNGD}} = \sum_{j=1}^n m'_j \gamma(v'_j) v'_j$$

$$\sum_{i=1}^k m_i \gamma(v_i) = \sum_{j=1}^n m_j^1 \gamma(v_j^1)$$

OBS: om detta stämmer, kan INTE massan vara bevarad om hastigheterna är $\neq 0$.

För en partikel: ($c=1$) $v \ll 1$

$$m \gamma(v) = m \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \approx m \left(1 + \frac{1}{2} v^2 + \dots \right)$$

$$= m + \frac{1}{2} m v^2 + \dots$$

EINSTEIN: $m\gamma$ = TOTALA ENERGI FÖR EN PARTIKEL
MED MASSA $m \neq 0 \leftarrow$ OBS.

Här är det värt att sätta tillbaka c för
att ekv. är ganska berömd...

$$E = mc^2\gamma = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \dots$$

$\uparrow$ VILÖENERGI $\uparrow$ RELATIVISTISK RÖRELSEENERGI

TOT. RELATIVISTISK
ENERGI.

BEVARAD: $\sum_{i=1}^k E_i = \sum_{j=1}^n E_j$

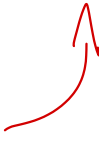
ej bevarad separat
Bara summan.

VANLIGT MISTAG: "En foton är masslös (SANT!)
då måste energi vara noll (FEL!)

$$E = mc^2 \gamma$$

VANLIGT MISTAG: "En foton är masslös (SANT!)
då måste energi vara noll (FEL!)

$$E = mc^2 \gamma$$

Q: VARFÖR ÄR  FEL?

VANLIGT MISTAG: "En foton är masslös (SANT!)
då måste energi vara noll (FEL!)"

$$E = mc^2 \gamma$$

↑

A: när $m \rightarrow 0$ måste vi låta
 $\gamma \rightarrow \infty$ ($v \rightarrow c$) så att E är ändlig.

$$P^\mu = (E, \vec{p}) = (m\gamma, m\gamma \vec{v})$$

ALLTID SANT

FÖR PARTIKLAR
med $m \neq 0$.

$P^\mu = (E, \mathbf{P})$ är den allmänna definitionen.

(Om vi verkligen vill veta v och γ
för $m \neq 0$: $v = \frac{P}{E}$, $\gamma = \frac{E}{m}$)

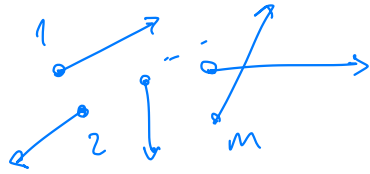
"MASS - SKAL - RELATION:

$$P^\mu P_\mu = E^2 - |\mathbf{P}|^2 = m^2 (\underbrace{\gamma^2 - \gamma^2 v^2}_1) = m^2$$

för $m \neq 0$

GÄLLER OCKSÅ I GRÄNSEN $m \rightarrow 0$.

RELATIVISTISK "MASSCENTRUM",



$$\sum P_i^\mu = P_{TOT}^\mu = (E_{TOT}, \vec{P}_{TOT})$$

$\uparrow$ IBLAND SÄGER MÅN "LAB"

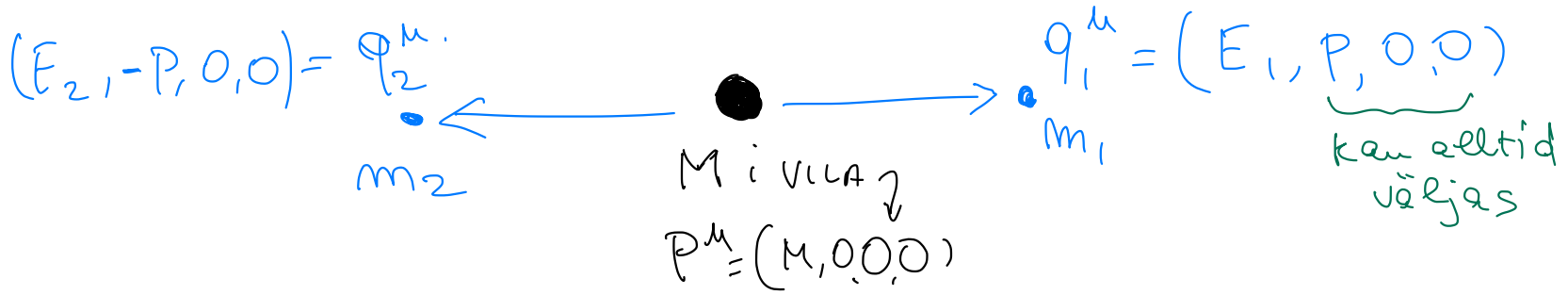
Det är svårt och onödigt att hitta VAR
 masscentrum ligger. Vi är mer
 intresserade i REFERENSSYSTEMET där
 MASSCENTRUM är I VILA (dvs $\vec{P}'_{TOT} = 0$)

Ta $P_{TOT} = (P_{TOT}, 0, 0)$ för enkelhetens skull:

$$\begin{pmatrix} \gamma & -\gamma u \\ -\gamma u & \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{TOT} \\ P_{TOT} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{E}_{CM} \\ \text{DEF.} \end{pmatrix} \Rightarrow u = \frac{P_{TOT}}{\bar{E}_{TOT}}$$

$(u = P_{TOT} / E_{TOT})$

PARTIKEL SÖNDERFALL.

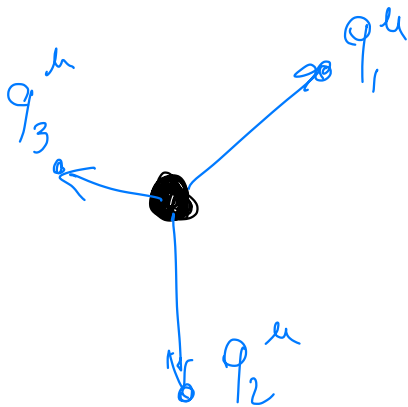


$$P^\mu = q_1^\mu + q_2^\mu$$

$$\mu=1,2,3 : 0=0 \quad \underline{\text{ok}}$$

$$\mu=0 : M = E_1 + E_2 = \sqrt{P^2 + m_1^2} + \sqrt{P^2 + m_2^2}$$

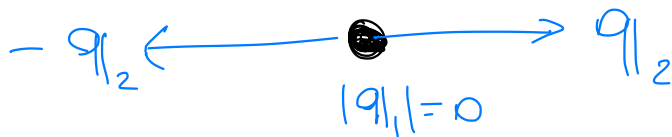
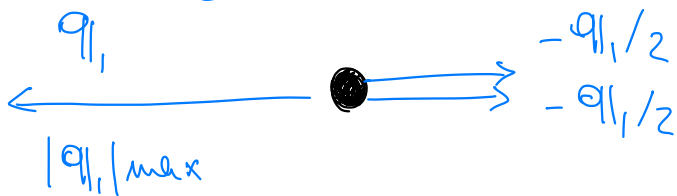
$$\Rightarrow P = \frac{\sqrt{M^4 + m_1^4 + m_2^4 - 2M^2 m_1^2 - 2M^2 m_2^2 - 2m_1^2 m_2^2}}{2M}$$



Kan inte helt
fastställas, men
vi vet att q_1, q_2, q_3
ligger på ett
plan därför

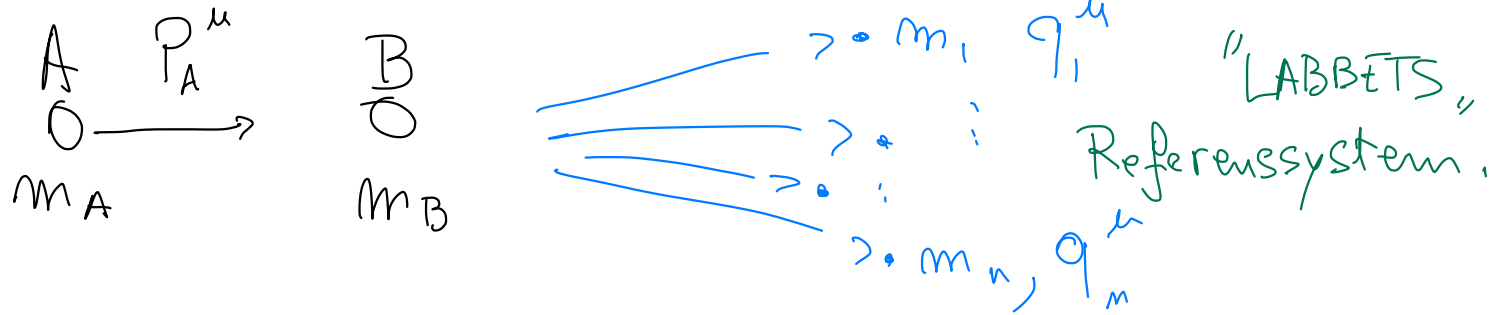
$$q_1 + q_2 + q_3 = 0$$

Extrema fall:

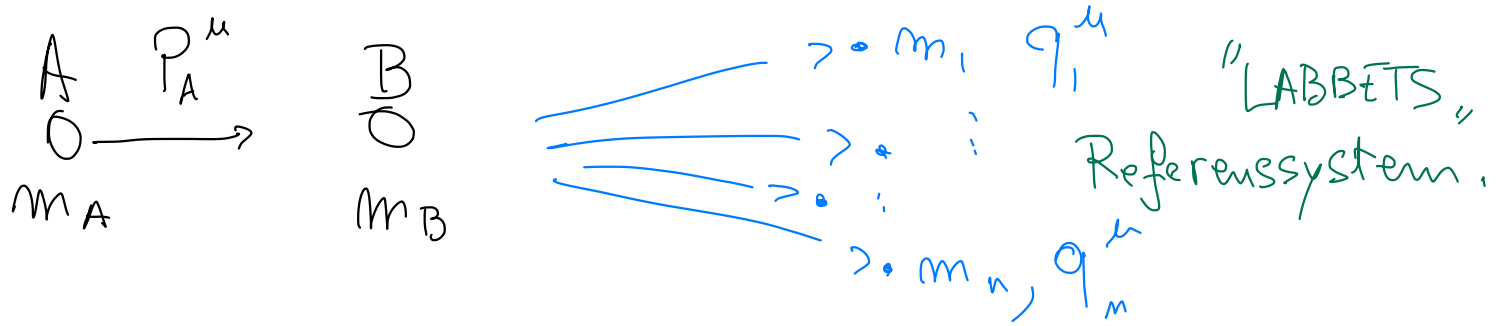


TRÖSKELENERGI

Partikel A kolliderar med part. B i vila
och skapar n partiklar med massa
 $m_1, \dots, m_n$ (OBS: A och B kan vara bland dem
om de inte förstörs).



$$P_A^\mu + P_B^\mu = q_1^\mu + \dots + q_n^\mu$$



$$P_A^\mu + P_B^\mu = q_1^\mu + \dots + q_n^\mu$$

$$P_A^\mu = (E_{\text{lab}}, p_{\text{lab}}, 0, 0) \quad \text{där} \quad E_{\text{lab}} = \sqrt{m_A^2 + p_{\text{lab}}^2}$$

$$P_B^\mu = (m_B, 0, 0, 0)$$

Beräkna $(P_A + P_B)^2 = (q_1 + \dots + q_n)^2 \equiv S$

$$\begin{aligned}
 (P_A + P_B)^2 &\equiv (P_A^\mu + P_B^\mu)(P_{A\mu} + P_{B\mu}) = (E_{\text{lab}} + m_B)^2 - P_{\text{lab}}^2 = \\
 &\stackrel{\text{S}}{=} E_{\text{lab}}^2 + 2m_B E_{\text{lab}} + m_B^2 - P_{\text{lab}}^2 = m_A^2 + 2m_B E_{\text{lab}} + m_B^2
 \end{aligned}$$

$$(q_1 + \dots + q_m)^2 = q_1^2 + \dots + q_m^2 + 2q_1 \cdot q_2 + 2q_1 \cdot q_3 + \dots + 2q_{m-1} \cdot q_m$$

OBS: $i \neq j$ $q_i \cdot q_j$ är en skalär. Låt oss beräkna den med i IVILA:

$$q_i^\mu = (m_i, 000), \quad q_j^\mu = (m_j \gamma(v_{ij}), \dots)$$

↑
DEN RELATIVA
HASTIGHETEN.

$$\Rightarrow q_i \cdot q_j = m_i m_j \gamma(v_{ij}) \geq m_i m_j$$

$$\begin{aligned}
 (P_A + P_B)^2 &\equiv (P_A^\mu + P_B^\mu)(P_{A,\mu} + P_{B,\mu}) = (E_{\text{lab}} + m_B)^2 - P_{\text{lab}}^2 = \\
 &\stackrel{||}{S} \quad = E_{\text{lab}}^2 + 2m_B E_{\text{lab}} + m_B^2 - P_{\text{lab}}^2 = m_A^2 + 2m_B E_{\text{lab}} + m_B^2 \\
 &\stackrel{||}{=}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (q_1 + \dots + q_n)^2 &= q_1^2 + \dots + q_n^2 + 2q_1 \cdot q_2 + 2q_1 \cdot q_3 + \dots + 2q_{n-1} \cdot q_n \\
 &\quad \stackrel{||}{=} m_1^2 + \dots + m_n^2 + 2m_1 m_2 \gamma(v_{12}) + \dots + 2m_{n-1} m_n \gamma(v_{n-1,n}) \geq \\
 &\quad m_1^2 + m_n^2 + 2m_1 m_n + \dots + 2m_{n-1} m_n = \\
 &\quad (m_1 + \dots + m_n)^2
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow m_A^2 + 2m_B E_{\text{lab}} + m_B^2 \geq (m_1 + \dots + m_n)^2$$

$$m_A^2 + 2m_B E_{lab} + m_B^2 \geq (m_1 + \dots + m_n)^2$$

$$\Rightarrow E_{lab} \geq \underbrace{\frac{(m_1 + \dots + m_n)^2 - m_A^2 - m_B^2}{2m_B}}_{\text{TRÖSKELENERGI}}$$

(Ofta i kärnfysik används
 $T_{lab} = E_{lab} - m_A$)