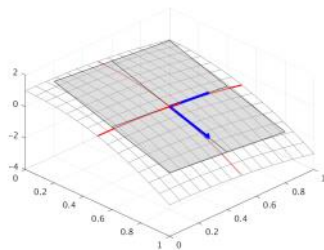


Sammanfattning Föreläsning 4

- **Partiella derivator:** $f_x(x, y) = f'_x(x, y) = \frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = f_1(x, y)$
"se y som konstant och derivera m.a.p. x"

$$\text{och } f_y(x, y) = f'_y(x, y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = f_2(x, y)$$

- **Tangentplan** för $z = f(x, y)$ kring (a, b)
$$z = \underbrace{f(a, b) + f_x(a, b)(x - a) + f_y(a, b)(y - b)}_{=L(x,y) \text{ linearisering av } f}$$



Möbius startar idag kl 13:00,
stänger mån 23/9 kl 18:00

Kommer åt från Canvas:
Modules → Dugga 1 →
Läs informationen →
Load Dugga 1 in a new window

Obs: Teorin för att lösa sista
uppgiften går vi igenom
på föreläsningen imorgon.

Dugga 1

Dugga 1 är öppen torsdag 12/9 13:00 - måndag 23/9 18:00.

För att bli godkänd på Dugga 1 och få 1 bonuspoäng till tentan krävs att du svarar rätt på alla uppgifter. Du kan göra duggan i Möbius hur många gånger du vill så länge den är tillgänglig. Bästa resultatet räknas. Om du startar om med ett nytt exemplar ser det annorlunda ut än förra gången: uppgifterna är likartade men inte samma.

Du behöver inte vara inloggad hela tiden. Om du vill kolla ut under tiden duggan pågår klickar du på "Quit & Save". När du loggar in igen och öppnar duggan har du då svarat ditt exemplar. Observera att du blir automatiskt utloggad efter längre inaktivitet.

För att rätta duggan klickar du på "Submit Assignment". Klicka därefter på "View Details" för att se hur det gick på de olika uppgifterna.

Om du har lämnat in duggan och är godkänd så visas det med en grön symbol bredvid duggan under Modules. Du kan också se vilka duggor du blivit godkänd på under Grades. Obs: Statusen uppdateras inte direkt i Canvas, utan det tar en liten stund innan det förs över från Möbius till Canvas.

Om att skriva i Möbius: Generellt gäller att du ska skriva dina svar som på en miniräknare. Tänk på att

- skriva kvadrater (för med $\sqrt{x}$), skriv $\sqrt{x}$, $2 \cdot (2)$ som $2 \cdot 2$
- skriva absolutbelopp med $|x|$, skriv $|x|$, $(x+2)$ som $abs(x+2)$
- inte skriva decimaltal (som) så tal skulle skrivs med punkt: skriv 1.5 och inte 1.5
- i svar ska potenser av heltal som går att räkna ut exakt vara beräknade: skriv 10^3 och inte 10^3 (om inget annat framgår av uppgiften)

För uppgifter som kräver Maple-syntax (för det står: This question accepts formulas in Maple syntax) gäller att

- skriva multiplikation med $\cdot$ skriv $10 \cdot x$, $x \cdot y$ och inte xy
- skriva $\exp(x)$ och inte e^x ; det gäller även om x är ett givet tal, $\exp$ skrivs talet e som $\exp(1)$

I de flesta uppgifter finns en länk Preview (eller en knapp med förstorad glasögon). Använd den för att se att Möbius uppfattar det du skrivit korrekt. (Den fungerar inte i alla uppgifter!)

Tanken med duggorna i Möbius är att underlätta studenterna. Det är tillåtet att ta hjälp av lärare och andra kursdeltagare. Det är inte tillåtet att låta någon annan göra duggan åt en, eller att ta hjälp av programvara för att lösa uppgifterna. När du lämnar in duggan intygar du samtidigt att du förstod de svar du lämnat och att du själv kommit fram till dem.

För varje uppgift på duggan kan du kontrollera ditt svar genom att i uppgiften klicka på länken "How did I do?" till vänster.

The text needs to be loaded in a new browser window

Load Dugga 1 in a new window

Låt $u(t) = f(t^3 + t, 2t)$, där $f(x, y)$ är en funktion av två variabler. Vad behöver man veta värdet på för att beräkna $u'(1)$?

Correct answers

- ☐ $f_x(1)$ och $f_y(1)$
- ☐ $f_x(2, 2)$ och $f_y(2, 2)$
- ☐ $f_x(1, 1)$ och $f_y(1, 1)$
- ☐ $f(2, 2)$, $f_x(2, 2)$ och $f_y(2, 2)$

Låt $u(t) = f(t^3 + t, 2t)$, där $f(x, y)$ är en funktion av två variabler. Vad behöver man veta värdet på för att beräkna $u'(1)$?

Låt $g(t) = t^3 + t, h(t) = 2t$ så att $u(t) = f(g(t), h(t))$.

Kedjeregeln för $t = 1$:

$$u'(1) = f_x(g(1), h(1))g'(1) + f_y(g(1), h(1))h'(1).$$

Låt $u(t) = f(t^3 + t, 2t)$, där $f(x, y)$ är en funktion av två variabler. Vad behöver man veta värdet på för att beräkna $u'(1)$?

Låt $g(t) = t^3 + t, h(t) = 2t$ så att $u(t) = f(g(t), h(t))$.

Kedjeregeln för $t = 1$:

$$u'(1) = f_x(g(1), h(1))g'(1) + f_y(g(1), h(1))h'(1).$$

Kan räkna ut $g(1), h(1), g'(1), h'(t)$

$$(g(1) = 2, h(1) = 2, g'(1) = 3 \cdot 1^2 + 1 = 4, h'(1) = 2)$$

Låt $u(t) = f(t^3 + t, 2t)$, där $f(x, y)$ är en funktion av två variabler. Vad behöver man veta värdet på för att beräkna $u'(1)$?

Låt $g(t) = t^3 + t, h(t) = 2t$ så att $u(t) = f(g(t), h(t))$.

Kedjeregeln för $t = 1$:

$$u'(1) = f_x(g(1), h(1))g'(1) + f_y(g(1), h(1))h'(1).$$

Kan räkna ut $g(1), h(1), g'(1), h'(t)$

$$(g(1) = 2, h(1) = 2, g'(1) = 3 \cdot 1^2 + 1 = 4, h'(1) = 2)$$

$$u'(1) = f_x(2, 2) \cdot 4 + f_y(2, 2) \cdot 2.$$

Behöver veta värdet på dessa partiella derivator.

Bevis av kedjeregeln

Enligt definition av deriverbarhet av f , om låter

$(x, y) = (g(s), h(s))$ och $(a, b) = (g(t), h(t))$, och om delar med $s - t$:

$$\begin{aligned} & \frac{f(g(s), h(s)) - f(g(t), h(t))}{s - t} = \\ & f_x(g(t), h(t)) \frac{g(s) - g(t)}{s - t} + f_y(g(t), h(t)) \frac{h(s) - h(t)}{s - t} \\ & + \epsilon_1 \frac{g(s) - g(t)}{s - t} + \epsilon_2 \frac{h(s) - h(t)}{s - t} \end{aligned}$$

Bevis av kedjeregeln

Enligt definition av deriverbarhet av f , om låter

$(x, y) = (g(s), h(s))$ och $(a, b) = (g(t), h(t))$, och om delar med $s - t$:

$$\begin{aligned} & \frac{f(g(s), h(s)) - f(g(t), h(t))}{s - t} = \\ & f_x(g(t), h(t)) \frac{g(s) - g(t)}{s - t} + f_y(g(t), h(t)) \frac{h(s) - h(t)}{s - t} \\ & + \epsilon_1 \frac{g(s) - g(t)}{s - t} + \epsilon_2 \frac{h(s) - h(t)}{s - t} \end{aligned}$$

Om låter $s \rightarrow t$, får kedjeregeln:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} f(g(t), h(t)) &= f_x(g(t), h(t))g'(t) + f_y(g(t), h(t))h'(t) \\ &+ 0 \cdot g'(t) + 0 \cdot h'(t) \end{aligned}$$